

三维电子回旋脉塞的数值模拟研究*

彭凯[†] 刘大刚 廖臣 刘盛纲

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2010年9月20日收到; 2010年10月21日收到修改稿)

为了打破二维模拟回旋脉塞的一些局限性,研究了电子回旋受激辐射的基本原理,使用唯象的描述方法,以统计物理学为基础,在电子回旋中心坐标系中完成了三维 Yee 网格模型中对电子注平衡态物理模型的数值建模,并结合 PIC 方法和 FDTD 算法进行电子回旋脉塞的数值模拟. 为了减少计算时间,在模拟中加入了 MPI 并行算法,加速比能提高到 2.7 以上. 最后以一个 94 GHz 的回旋振荡管为例,对它的整体结构进行了模拟,并通过频谱、功率、工作模式等方面验证了模拟的正确性.

关键词: 电子回旋脉塞, Yee 网格模型, PIC 方法, FDTD 算法

PACS: 13.40.Dk, 13.40.Em, 02.70.Bf, 05.20.-a

1. 引言

由于回旋管在毫米波及亚毫米波波段振荡和放大上的卓越性能,为毫米波、亚毫米波在雷达、通信、电子战、高功率微波武器、受控热核聚变、新型材料及高能物理学等领域的应用开辟了广阔的前景,因而得到了迅猛发展,尤其在俄罗斯、美国、德国的工作代表了当前的国际水平. 我国在最近几十年也取得了一定成绩,正在逐步向着国际水平迈进.

作为实验研究和调试的一项重要参考,对它的数值模拟也成为许多国家和学者研究的中心. 国外已有了一些这方面的成果,我国在这方面起步较晚,在二维回旋管的模拟上已有了一定的成果,但是由于二维模拟没有角向的网格,所以对于角向非对称的工作模式是无法计算的,在角对称模式,二维模拟中也无法看到准确的工作模式图. 本文基于此从回旋管的工作原理出发,结合 PIC 方法与麦克斯韦 FDTD 算法研究了三维模拟.

本文在编写三维回旋脉塞的粒子模拟软件的基础上,通过对一个 94 GHz 工作模式在 TE_{03} 模的回旋振荡管的模拟计算,在功率、工作模式、场频谱等多方面进行了正确性验证.

2. 电子回旋脉塞的基本原理

我们知道电子回旋谐振受激放射的基本原理就是当电磁波的频率略小于电子的回旋频率,由于整个电子的群聚块逐渐进入加速电场,电子将从场获得能量. 反之,当电磁波的频率略大于电子的回旋频率,电子群聚块将逐渐进入减速场,电子将把能量交给场,从而引起波场的激发. 这一电子与场的相互作用机理是与相对论效应紧密相联系的.

如果不考虑相对论效应,则电子的回旋频率为

$$\omega_0 = \frac{eB}{m_0}, \quad (1)$$

即是一个常数. 而当考虑相对论效应时,回旋频率为

$$\omega_c = \frac{\omega_0}{\gamma}, \quad (2)$$

式中相对论因子

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{|v|}{c}. \quad (4)$$

与此同时,电子的回旋半径由下式确定:

$$r_c = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{m_0 p_{\perp}}{\omega_0}, \quad (5)$$

式中 p_{\perp} 表示电子的横向动量.

为了普遍起见,我们考虑求解线性伏拉索夫方

* 国家自然科学基金重点项目(批准号:10676110)资助的课题.

[†] E-mail: pklxtx@sohu.com

程. 线性伏拉索夫方程为

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f_1 + e(\mathbf{E}_1 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1) \cdot \nabla_p f_0 - e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \cdot \nabla_p f_1 = 0. \quad (6)$$

由麦克斯韦方程可以得到

$$\nabla^2 \mathbf{E}_1 + k^2 \mathbf{E}_1 = j\omega\mu_0 \mathbf{J}_1, \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{J}_1 = e \int f_1 \mathbf{v} d^3 p. \quad (8)$$

电子的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}}{\gamma m_0}\right), \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v}. \quad (10)$$

这就是电子在场中运动的牛顿-洛伦兹力方程^[1-3].

3. 数值模拟的实现

3.1. 三维 Yee 网格模型和时间离散模型

图 1 所示是粒子模拟所用的三维 Yee 网格模型, 其中 E_1, E_2, E_3 代表沿 3 个坐标方向的电场矢量, B_1, B_2, B_3 代表沿 3 个坐标方向的磁场矢量. 在这一模型中依据坐标方向的不同将磁场和电场放在全网格点或半网格点上, 这样就实现了每一个磁场矢量都由 4 个电场矢量环绕, 而每个电场矢量也都由 4 个磁场矢量环绕的三维 Yee 网格模型.

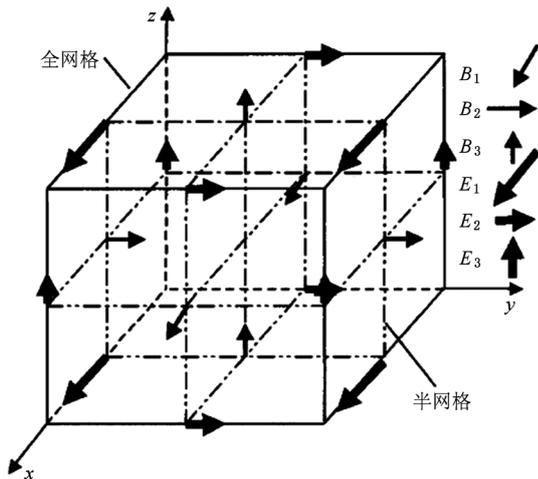


图 1 粒子模拟三维 Yee 网格模型

图 2 是三维粒子模拟模型的时间离散模型(蛙

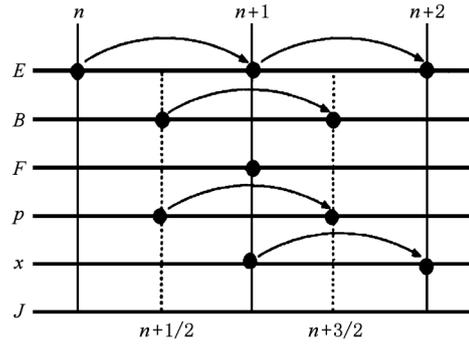


图 2 三维粒子模拟模型的时间离散模型

跳模型 n). 在模型中由第 n 步时间的电场 E 计算出第 $n + 1/2$ 步时间的磁场 B , 再由第 $n + 1/2$ 步的磁场 B 和电流密度 j , 计算第 $n + 1$ 步的电场, 计算出第 $n + 1$ 步电场和 $n + 1/2$ 步磁场后就可计算第 $n + 1$ 步粒子所受的力. 另一方面, 由第 n 步的粒子所受的力及电场和第 $n + 1/2$ 步的磁场可计算第 $n + 1/2$ 步的某个粒子动量 P , 再由此动量计算出第 $n + 1$ 步这个粒子应到达的位置, 由这个第 $n + 1$ 步的位置计算第 $n + 3/2$ 步的动量和电流密度^[6].

3.2. 电子回旋中心坐标系与电子注平衡态物理模型的建立

基于三维 Yee 网格, 建立了电子回旋中心坐标系 (r, θ, z) . 并在此坐标系上, 建立了如图 3 所示的外径为 $D_{gc} + R_L$ 、内径为 $D_{gc} - R_L$ 的环形空心电子注模型.

我们假定电子注内的所有电子均具有相同的回旋动量及纵向动量, 即略去动量离散及能量离散. 我们以唯象的描述方法, 即不考虑电子注形成的实际过程, 而是以统计物理的基本概念出发, 建立电子注的物理模型, 作为确定电子注平衡分布函数的基础. 我们要求: 第一, 在平衡态下, 图 3 所示的环形电子注内每一个电子都在作完全相同的回旋运动, 回旋中心位于 $R = D_{gc}$ 的圆周上. 因此, 整个电子注可以信为是同彼此全同而又相互独立的为数众多的电子回旋系统所组成; 每一个“电子回旋系统”具有一个确定的回旋中心. 第二电子注内每一个电子均隶属于且仅隶属于它自己的那个电子回旋系统. 第三, 在每一个电子回旋系统中均有为数众多的电子, 它们具有相同的瞬时回旋中心, 在此回旋中心系中作回旋运动. 不难看出, 以上三点是完全符合实际情况的^[7].

另外,回旋电子注模型的参数还包括电子束电流 I , 它可以是时间的函数. 其次是发射表面的引导向场 B_g , 其应与外加磁场相一致. 初始电子束的动量分别用横向和纵向的两个分量来表示, 其大小为相对论因子与速度的乘积, 单位为 m/s . 而 p_L 是纵向动量分量, 它平行于电子束轴线方向. p_T 是横向动量, 它垂直于电子束轴线方向. 而 D_{gc} 是指束中心与引导中心的位移, GC 是指粒子回旋的中心, $Point_{BC}$ 是电子束的中心, 是整个电子束的质心的位置.

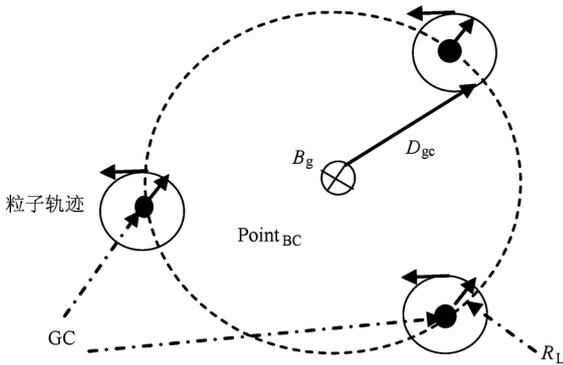


图3 电子注横截面模型

3.3. 电子注的径向初始位移的确定

图4为粒子注运动径向的网格模型图. 其中 a 为阴极, ab 间距为一个距离参数, 它表示从迭代步开始时电子与阴极之间的最大距离. 默认情况下这个距离等于电子的径向速率、洛伦兹步长与迭代时间步长的乘积. 我们也能够根据实际的考虑或是经验公式改变这个距离, 但原则上来讲这个距离要小于一个网格. 而粒子则随机分布在从阴极到这一距离中间. 这个距离往往对粒子模拟的结果有着相当

重要的影响. 电子注根据图3中的横截面的位置与图4中的径向位移确定其初始位置.

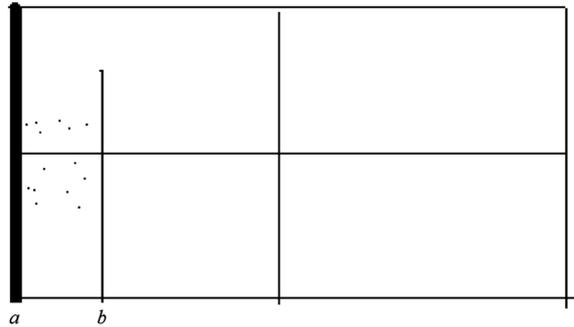


图4 粒子的径向初始位置的网格模型

3.4. 迭代计算

然后在每个时间步长中产生的粒子将平均分配在以引导中心为圆心的圆环上, 由电子的运动方程和麦克斯韦方程组的 FDTD 算法, 再运用上面的时间离散模型进行场迭代就能在 Yee 网格中模拟电子回旋脉塞的电子注的运动, 具体的迭代公式推导可参照有关文献[6].

3.5. MPI 并行算法的应用

由于三维的网格和粒子数量的增加, 致使三维的计算相比二维要明显缓慢. 特别是高阶角向非对称的模式, 角向需要加密时, 计算过程会十分缓慢. 本文引入并行算法进行 MPI 并行计算加快模拟速度. 由于回旋管电子注分布较为均匀, 我们一般采用平均分段来进行并行计算. 即沿一维区域分段, 将整个模拟空间沿轴向分成几个部分, 由一台机器计算一个部分, 计算的过程中互相通信交换数据. 图5所示的是四台 PC 机分段计算示意图.

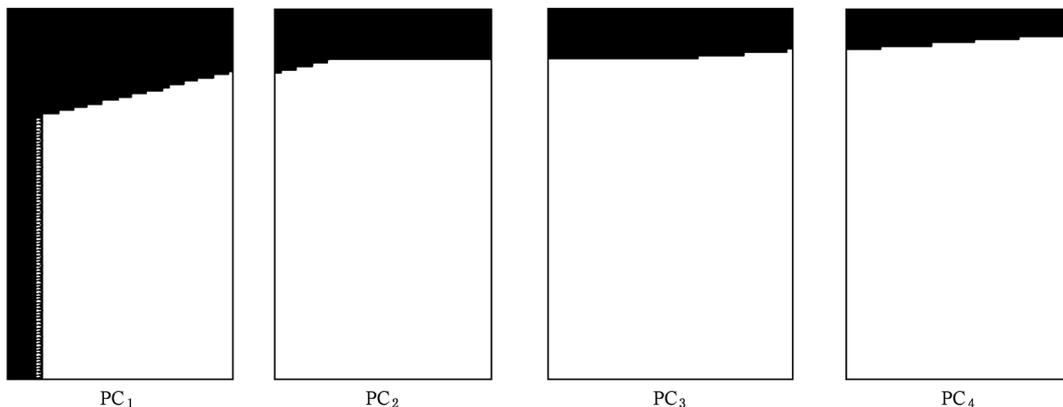


图5 四台 PC 机分段计算示意图

4. 模拟验证

4.1. 器件结构及实验参数

本文以一个 94 GHz 的工作在 TE_{03} 模的回旋单腔管振荡器为例,谐振腔采用三段式结构,如图 6 所示.电子注的电压为 47 kV,工作电流为 5.7 A,电子注的横纵速度比为 1.6,相互作用区引导磁场为 3.53 T.

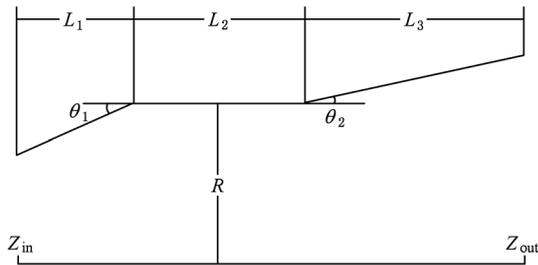


图 6 三段式谐振腔结构图

具体结构参数为: $L_1 = 17.9 \text{ mm}$, $L_2 = 20 \text{ mm}$, $L_3 = 21.8 \text{ mm}$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 1^\circ$, $R = 5.17 \text{ mm}$.

4.2. 模拟结果验证

图 7 为输出端一点的角向电场的频谱图,约为 94.15 GHz,图 8 为相互作用输出平均功率图,由图可知平均输出功率为 88 kW,相互作用效率到达 32.8%.图 9(a) 和(b)为工作模式图,由图可以准确知道为 TE_{03} 模,这个也是三维模拟的优势点之一,而二维模拟中只能判断为 TE_{n3} 模.计算结果与权威商业软件

MAGIC 一致.

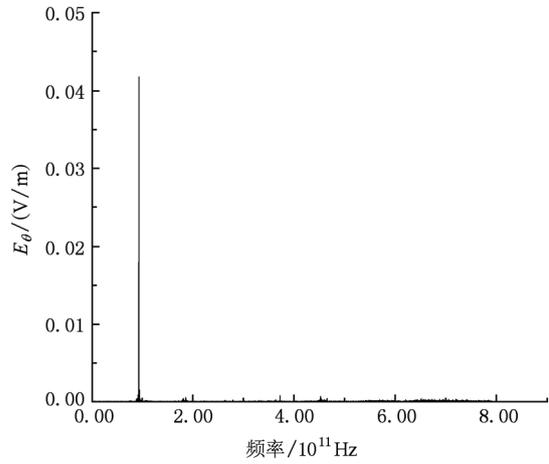


图 7 输出端角向电场 E_θ 频谱图

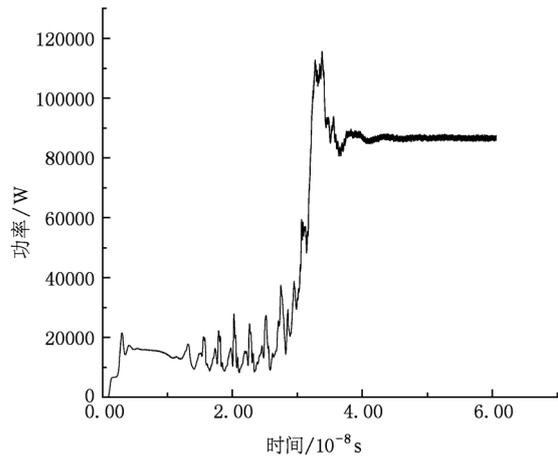


图 8 平均输出功率

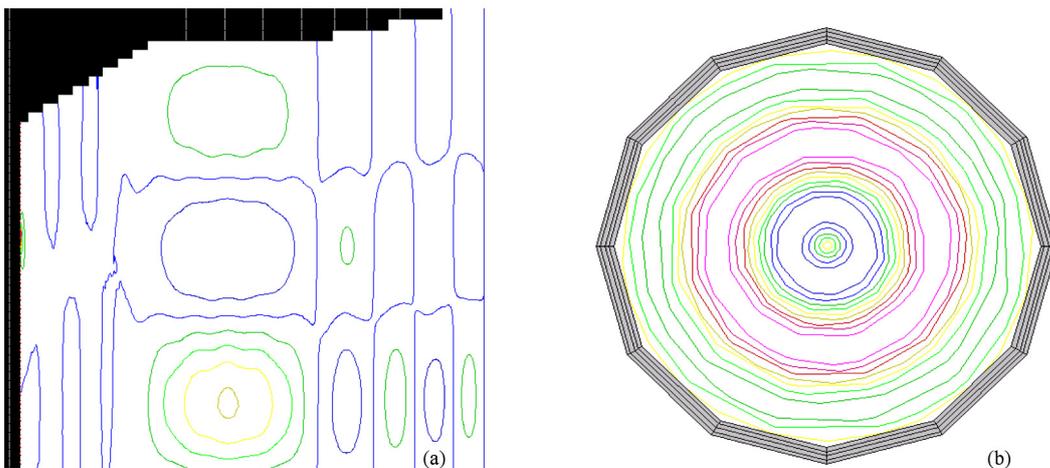


图 9 工作模式图 (a) 轴向截面等位图; (b) 输出端横截面等位图

4.3. 并行效率

图 10 和图 11 分别为串行和并行时输出端的输出功率,可以看出串并行算出的结果是一致的,即证明了并行代码的正确性. 如表 1 所示,我们用 8 台计算机并行时,加速比能达到 3.20,由原来的 80.7 h 减为了 25.2 h. 为了进一步提高加速比,减少计算时间,我们将代码移植到高性能集群上,并得到了

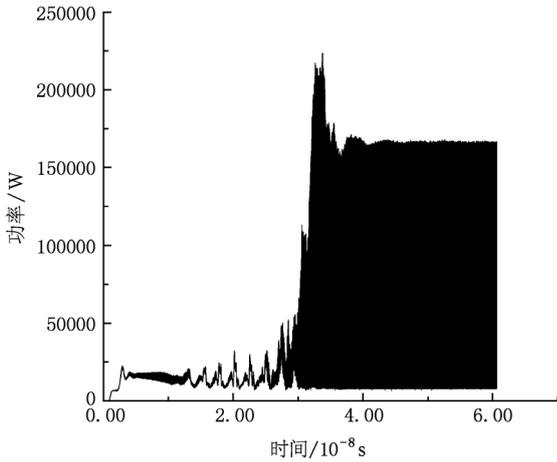


图 10 串行输出峰值功率

表 1 计算时间与加速比

PC 机集群			高性能集群		
机器数/台	计算时间/h	加速比	进程数/个	计算时间/h	加速比
1	80.7	1.00	1	38.3	1.00
2	46.7	1.73	2	20.2	1.90
4	29.4	2.74	4	10.5	3.65
8	25.2	3.20	8	5.7	6.72

四个进程 3.6 和 8 个进程 6.7 的加速比,由一个进程 38.3 h 到 8 个进程 5.7 h,可见高性能集群有着更高的加速比和效率.

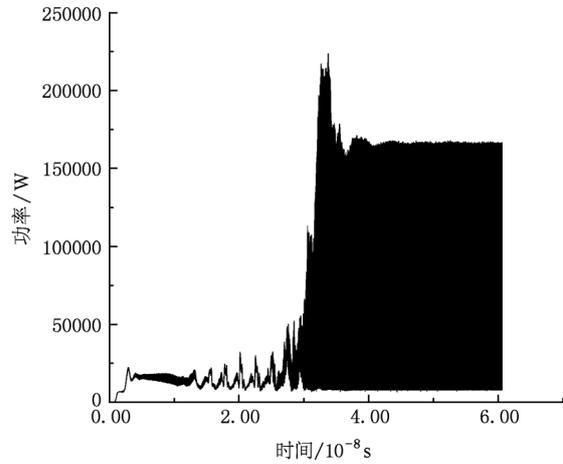


图 11 四台 PC 并行输出峰值功率

5. 结论

本文在三维 Yee 网格和蛙跳模型上以唯象的描述方法建模,在电子回旋中心坐标系中完成了对电子注平衡态物理模型的数值建模,对三维电子回旋脉塞的数值模拟进行了研究. 并以一个 94 GHz 的回旋振荡管为例,从功率、频谱、工作模式等方面验证了其正确性,并通过 MPI 并行大为缩短了计算时间. 而作为三维回旋脉塞计算的优势点,能准确判断输出模式,能对角向非对称模式进行模拟等.

[1] Twiss R Q 1958 *Aust. J. Phys.* **11** 564
 [2] Twiss R Q 1958 *Aust. J. Phys.* **11** 424
 [3] Hirshfield J L, Wachtel J M 1964 *Phys. Rev. Lett.* **12** 533
 [4] Shao F Q 2002 *Plasma Simulation* (Beijing: Science Press) p90 (in Chinese) [邵福球 2002 等离子体粒子模拟(北京:科学出版社)第 90 页]
 [5] Wang C Q 1994 *Finite-Difference Time-Domain Method Used for Electromagnetic Field Calculation* (Beijing: Peking University Press) p62 (in Chinese) [王长清 1994 电磁场计算中的时域有限差分法(北京:北京大学出版社)第 62 页]
 [6] Wang B Z 2002 *Electromagnetic Calculation* (Beijing: Science Press) p53 (in Chinese) [王秉中 2002 计算电磁学(北京:科学出版社)第 53 页]
 [7] Liu S G 1987 *Theory for relativistic electronics* (Beijing: Science Press) p203 (in Chinese) [刘盛纲 1987 相对论电子学[M] (北京:科学出版社)第 203 页]
 [8] Xie C F, Rao K J 1999 *Electromagnetic Field and Electromagnetic Wave* (Beijing: Higher Education Press) p35 (in Chinese) [谢处方,饶克谨 1999 电磁场与电磁波(北京:高等教育出版社)第 35 页]
 [9] Holland R, Simpson L 1981 *IEEE Trans. Electromagn. Comp.* **23** 88
 [10] Liu D W, Yuan X S, Yan Y, Liu S G 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3049
 [11] Liu D G, Zhou J, Liu S G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6924 (in Chinese) [刘大刚,周俊,刘盛纲 2007 物理学报 **12** 6924]

- [12] Yuan X S, Yan Y, Fu W J 2007 *High Power Laser and Particle Beams* **19** 1677 (in Chinese) [袁学松、鄢 扬、傅文杰 2007 强激光与粒子束 **19** 1677]
- [13] Liu D W, Yuan X S, Yan Y, Liu S G 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5507

Numerical simulation and study of electron cyclotron maser^{*}

Peng Kai[†] Liu Da-Gang Liao Chen Liu Sheng-Gang

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 20 September 2010; revised manuscript received 21 October 2010)

Abstract

In this paper, we develop a numerical model of electron cyclotron emission in three-dimensional Yee grid model, combine the FDTD algorithm to simulate electron cyclotron maser, and use the MPI parallel algorithms to drastically reduce computation time. Finally, we simulate a 94GHz Gyrotron oscillator, and verify its correctness through spectrum, power, operating mode.

Keywords: electron cyclotron maser, Yee grid, particle-in-cell algorithm, finite-difference time-domain algorithm

PACS: 13.40. Dk, 13.40. Em, 02.70. Bf, 05.20. - a

^{*} Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10676110).

[†] E-mail: pklxtx@sohu.com