## 混合状态下城市快速路交通流短时预测\*

董春娇1)2) 邵春福1)† 诸葛承祥1)

1)(北京交通大学城市交通复杂系统理论与技术教育部重点实验室,北京 100044)

2)(田纳西大学交通研究中心,美国田纳西 37996)

(2011年2月18日收到; 2011年4月13日收到修改稿)

建立交通流短时预测状态空间模型,研究混合状态下城市快速路交通流短时预测.结合城市快速路自由流状态、拥挤流状态和阻塞流状态下交通流参数的时间和空间分布特性,基于交通流守恒方程和速度动态模型,借鉴偏微分方程组求解时空离散的思想,建立三种状态下交通流短时预测模型;同时考虑进出口匝道、车道数变更以及道路坡度等因素的影响,将交通流短时预测模型转化为交通流短时预测状态空间模型,实现混合状态下交通流短时预测.研究表明,该方法能够实现混合状态下道路网内的交通流短时预测,预测精度可达 90.23%.相同条件下,经典自回归滑动平均模型的预测精度仅为 81%.

关键词: 交通流短时预测, 自由流状态, 拥挤流状态, 阻塞流状态

PACS: 05.10.Gg

### 1引言

从 20 世纪 60 年代开始, 人们就把其他领域应 用成熟的预测模型用于交通流短时预测, 开发了多 种预测模型和方法. 根据研究思路和方法的不同, 可分为基于线性系统理论方法<sup>[1-3]</sup>、基于知识发 现的智能模型方法<sup>[4,5]</sup>、基于非线性系统理论方 法<sup>[6,7]</sup>、基于交通模拟的方法和组合模型法<sup>[8,9]</sup>.

基于线性系统理论的预测方法包括时间序列 预测方法、Kalman 滤波方法、模糊回归模型、指 数平滑预测方法、自适应权重预测模型等. 该类方 法整体计算复杂性较低, 操作简单, 但是对于路况 比较复杂的交通系统满足不了预测结果精确性和 动态反馈性的要求.

基于知识发现的智能模型预测方法包括神经 网络方法、非参数回归方法、支持向量机方法 等.该类方法有较强的数据拟合能力,若数据充 分,在发生交通事件情况下预测结果相对令人满 意,但计算复杂性较高,参数选择困难,推广能力也

### 有待研究.

基于非线性系统理论的方法包括基于小波分 析的方法、基于突变理论的方法和基于混沌理论 的方法等.该类方法体现了交通系统非线性的特征, 精确性较高,但理论基础尚不成熟,计算复杂性较 高,有待进一步深入研究.

基于交通模拟的方法主要包括利用交通模拟 的预测方法、利用动态交通流分配的预测方法和 利用元胞自动机的预测方法等.该类方法分析基础 比较充分,能够考虑交通系统一些复杂的影响因素, 但计算复杂性高,难以适应大规模的交通系统,实 用性有待研究.

除了上述典型的交通流短时预测方法以外,还 有把两种或两种以上预测方法组合起来进行预测, 即组合模型预测方法,目的是为了发挥各种预测方 法的优点,以求得到更加理想的预测效果.基于组 合模型的预测方法可以充分发挥各个模型的优点, 相互弥补缺陷,但是模型之间的组合方法需要深入 探讨,因为组合方法不当,预测效果可能会变差.

\*国家重点基础研究发展计划(批准号:2006CB705500)、国家自然科学基金(批准号:51178032)、中国发展研究基金会2009年度"通用汽车·中国发展研究青年奖学金"和北京交通大学优秀博士生科技创新基金(批准号:141082522)资助的课题.

http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>†</sup> E-mail: cfshao@bjtu.edu.cn

尽管有不少学者已将许多理论和方法成功地 应用于交通流短时预测,提出了一些具有良好发展 前景的理论与方法,取得了较好的成果,但是目前 交通流短时预测建模大多针对单一状态下单断面 的交通流参数,难以满足微观交通控制及网络条件 下宏观交通实时诱导的需求.因此,进行混合状态 下道路网交通流短时预测建模具有重要的理论及 现实意义.

基于我国城市快速路交通流特性,结合基本 图<sup>[10]</sup>和三相交通流理论<sup>[11-14]</sup>可把交通流划分 为自由流状态、拥挤流状态和阻塞流状态,如图 1 所示.

三种交通流状态的物理特征如下:

1) 自由流状态下, 交通流率较小, 道路上行驶 的车辆基本上不受或少受其他车辆的影响, 可以保 持较高的车速;

2) 拥挤流状态下,车辆行驶速度受前车制约, 但车流行驶状态比较稳定,且本身具有一定的抗干 扰能力,在该状态下交通流率可以达到最大值,当 交通需求继续增加,会使车流产生较大的波动,车 流运行速度显著下降,交通流呈现出很大的波动性;

3) 阻塞流状态下,交通流密度较大,速度受前 车制约性强,车辆行驶自由度小,车速稳定性较差, 显示出较大的波动性,当交通流率继续增加时车流 会出现走走停停现象.



图 1 城市快速路交通流状态划分

本文根据城市快速路上三种交通流状态下交 通流参数分布特性,基于交通流守恒方程和速度动 态模型,借鉴偏微分方程组时空离散的思想,建立 自由流状态、拥挤流状态和阻塞流状态下交通流 短时预测模型,同时考虑进出口匝道、车道数变更 以及道路坡度等因素的影响,构建三种状态下交通 流短时预测状态空间模型,实现混合状态下城市快 速路交通流短时预测.

2 自由流状态下交通流短时预测状态 空间模型

自由流状态下, 实测交通流率与密度数据散点 图呈直线分布, 即交通流率与密度之间具有明显的 函数关系, 满足交通流守恒方程<sup>[8]</sup>. 当路段上有交 通流的产生或离去, 交通流守恒方程为

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\partial k}{\partial t} = g(\boldsymbol{x}, t), \tag{1}$$

其中, **q** 为交通流率, *k* 为密度, *g*(**x**, *t*) 为进出口匝 道车辆的产生(或离去)率.

### 2.1 道路网交通流守恒方程组

交通流守恒方程 (1) 可以用来确定任意路段的 交通流状态, 它把两个相互依赖的基本变量  $q \ \pi k$ 与两个相互独立的量 —— 时间 t 和距离 x 联系 起来. 但是, 如果没有附加方程或假设条件, 对交 通流守恒方程的求解是不可能的. 自由流状态下, 交通流率和密度之间具有明显的函数关系, 因此 令 q = q(k), 由此可得

$$k = \boldsymbol{q}^{-1}(\boldsymbol{q}) = k(\boldsymbol{q}), \tag{2}$$

故

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} = \frac{1}{\boldsymbol{u}_{\mathrm{w}}}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t},\tag{3}$$

其中, uw 为交通波的波速.

将(3)式代入(1)式整理后可得

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \boldsymbol{u}_{w} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{u}_{w} g(\boldsymbol{x}, t). \tag{4}$$

假设道路网由 m 个路段组成, 可建立包括 m 个方程的偏微分方程组, 表征整个道路网的交通流 状态, 即

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial t} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{w}} \frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{w}} \boldsymbol{G}, \qquad (5)$$

其中,

$$oldsymbol{Q} \;\; = \left[egin{array}{c} q_1 \ q_2 \ dots \ q_m \end{array}
ight],$$

$$egin{aligned} m{u}_{\mathrm{w}} &= egin{bmatrix} u_{\mathrm{w}1} \ u_{\mathrm{w}2} \ dots \ u_{\mathrm{wm}} \end{bmatrix}, \ m{g} &= egin{bmatrix} g_1(m{x},t) \ g_2(m{x},t) \ dots \ g_m(m{x},t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(5) 式即为交通流率与密度之间具有明显函数关系 时道路网交通流守恒方程组.

### 2.2 自由流状态下交通流短时预测模型

基于 (5) 式,针对自由流状态下城市快速路交 通流特性,提出以下两个假设条件:

1) 空间上, 预测断面的交通流率仅受相邻上游 断面交通流率的影响;

在 t 到 t+1 时段, 交通波波速为常数,
 即 |u<sub>w</sub>| = a.

对 (5) 式赋以初始条件

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},0) = \boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{x}). \tag{6}$$

由假设条件 2) 可知, **u**<sub>w</sub> ∈ **R**<sup>m×m</sup> 为常系数对 角矩阵. 那么 (5) 式相当于 m 个标量方程, 可写为

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} + u_{wm} \frac{\partial q_m}{\partial \boldsymbol{x}} = u_{wm} g_m(\boldsymbol{x}, t)$$

$$(m = 1, 2, \cdots), \tag{7}$$

其中, q<sub>m</sub> 为 **Q** 的第 m 个分量, u<sub>wm</sub> 为 **u**<sub>w</sub> 的第 m 个特征值.为了对 (7) 式进行求解, 由假设条件 1) 对求解区域给出网格剖分, 如图 2 所示. 假定偏 微分方程 (7) 初值问题的解 q(**x**, t) 是充分光滑的, 由 Taylor 级数展开有

$$\frac{q_m(x_j, t_{n+1}) - q_m(x_j, t_n)}{\tau} = \left[\frac{\partial q_m}{\partial t}\right]_j^n + O(\tau) \\
\frac{q_m(x_j, t_n) - q_m(x_{j-1}, t_n)}{h} \\
= \left[\frac{\partial q_m}{\partial x}\right]_j^n + O(h),$$
(8)

其中,  $[\cdot]_{j}^{n}$  为括号内的函数在节点  $(x_{j}, t_{n})$  处的取 值;  $\tau$ , h 分别为时间步长和空间步长. 将(8)式代入(7)式,整理后得

$$q_{mj}^{n+1} = q_{mj}^{n} - \lambda u_{wm} (q_{mj}^{n} - q_{m(j-1)}^{n}) + \tau u_{wm} g_{m} \quad (m = 1, 2, \cdots), \qquad (9)$$

其中,  $\lambda = \tau / h$  为网格比. (9) 式所示的方程组等价于

$$\boldsymbol{Q}_m^{n+1} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{Q}_m^n + \boldsymbol{B} \boldsymbol{Q}_{m-1}^n + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{G}_m^n, \quad (10)$$

其中,  $Q_m^{n+1}$  为 n + 1 时段预测断面的交通流率向 量,  $Q_{m-1}^n$  为 n 时段预测断面 m 的相邻上游断面交 通流率向量,  $G_m^n$  为 n 时段预测断面 m 与相邻上游 断面之间交通流率的产生 (或离去) 率向量,  $\Phi$ , B,  $\Gamma$  为待定参数矩阵.

(10) 式即为自由流状态下交通流短时预测模型. 该式表明:自由流状态下, *n* + 1 时段预测断面 交通流率不仅取决于该断面和相邻上游断面 *n* 时 段的交通流率,且与路段间进出口匝道的车辆净流 率有关.



图 2 自由流状态下时空离散节点分布示意图

### 2.3 状态空间模型的建立

根据 (10) 式, 在 n 时段可预测出 n + 1 时段的 交通流状态参数.为提高预测精度及保证解的收敛 性, 在 (10) 式的基础上, 结合交通流参数模型, 建立 自由流状态下城市快速路网交通流短时预测状态 空间模型.

为了使模型更符合实际情况,考虑车道数变更 引起的交通流状态改变,引入标准化交通流参数的 概念对上述模型进行修正,修正后可表示为

$$\boldsymbol{Q}_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{Q}_{ms}^{n} + \boldsymbol{B} \boldsymbol{Q}_{(m-j)s}^{n} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{G}_{ms}^{n}, \qquad (11)$$

其中,  $Q_{ms}^n$  为 n 时段标准化交通流率向量.

进一步考虑道路坡度等影响因素,引入系统噪

声W<sup>n</sup>,对模型进行扩展,扩展后

$$Q_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi} Q_{ms}^n + \boldsymbol{B} Q_{(m-j)s}^n + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{G}_{ms}^n + \boldsymbol{\Psi}^n \boldsymbol{W}^n, \qquad (12)$$

其中,  $W^n$  为 n 时段的系统噪声, 定义其均值为 零、具有 k 维方差矩阵  $L^n$  的白色噪声,  $\Psi^n$  为噪 声转移矩阵.

(12) 式中, 令 **Q**<sup>n+1</sup><sub>ms</sub> 为系统状态向量; **Q**<sup>n</sup><sub>(m-j)s</sub> 为系统输入向量, 将其转化为系统状态方程

$$Q_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi} Q_{ms}^n + \boldsymbol{B} Q_{(m-j)s}^n + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{G}_{ms}^n + \boldsymbol{\Psi}^n \boldsymbol{W}^n.$$
(13)

同时,依据交通流参数模型,构建系统量测方程

$$\boldsymbol{O}_{ms}^{n} = \boldsymbol{H}^{n} \boldsymbol{Q}_{ms}^{n} + \boldsymbol{V}^{n}, \qquad (14)$$

其中, **O**<sup>n</sup><sub>ms</sub> 为 n 时段预测断面占有率向量, **H**<sup>n</sup> 为 状态转移矩阵, **V**<sup>n</sup> 为量测噪声, 定义为其均值为零 的白色噪声.

(13)和(14)式即为自由流状态下交通流短时 预测状态空间模型.

### 3 拥挤流状态下交通流短时预测状态 空间模型

自由流状态下,交通流短时预测状态空间模型的建立基于假设 k = k(q);拥挤流状态下,交通流 率和密度不具有明显的函数关系,因此使用 k-q 的 稳态关系不能准确描述交通流变化的动态过程.拥 挤流状态下,速度的变化最为敏感,且速度与密度 散点图表征为明显的函数关系,因此从速度动态模 型<sup>[8]</sup>入手,建立拥挤流状态下交通流短时预测模 型.连续形式的速度动态模型如下:

 $\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\tau}[\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}(k)] - \frac{\gamma}{\tau k}\frac{\partial k}{\partial x}, \quad (15)$ 其中,  $\boldsymbol{u}$  为交通流平均速度,  $\boldsymbol{u}(k)$  为平衡速度,  $\tau$  为司机调节车速的弛豫时间,  $\gamma$  为期望指数, 反映车辆 对前方交通流状态改变的反应过程.

### 3.1 拥挤流状态下交通流短时预测模型

针对拥挤流状态下交通流时间和空间分布特性,提出以下三个假设条件:

1) 空间上, 预测断面的交通流速度不仅受相邻

上游断面交通流速度的影响,且受相邻下游断面交 通流速度的影响;

2) 交通流密度是速度的函数, 即 k = k(u);

3) 当路网中有 m 个断面需要预测时, 根据假 设条件 1), 路网中至少有 m + 6 个断面的交通流检 测器.

由假设条件 2) 可得

$$\frac{\partial k}{\partial \boldsymbol{x}} = \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\boldsymbol{u}}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}}.$$
 (16)

将(16)式代入(15)式,整理后可得

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \left(\boldsymbol{u} + \frac{1}{\tau k}\right) \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\tau} [\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}(k)]. \quad (17)$$

(17) 式是一个非线性双曲型偏微分方程. 令

$$f(\boldsymbol{u}) = \frac{\boldsymbol{u}^2}{2} + \frac{\boldsymbol{u}}{\tau k},$$
  
$$a(\boldsymbol{u}) = f'(\boldsymbol{u}).$$
(18)

拥挤流状态下,可近似认为交通流平均速度 u 与平 衡速度 u(k) 相等,则 (17) 式可写成

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + a(\boldsymbol{u})\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}} = 0.$$
 (19)

由假设条件 3) 可列出包括 m 个方程的方程组 用于拥挤流状态下道路网交通流短时预测,即

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{U})\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial x} = 0, \qquad (20)$$

其中,

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix},$$
  
$$A(U) = \begin{bmatrix} a(u_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a(u_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a(u_m) \end{bmatrix}.$$

由假设条件 1) 设计对 (20) 式进行离散的时空 节点分布如图 3 所示. 依据图 3, 采用 Lax-Wendroff 格式对 (20) 式进行求解, 可以得到如下的两种格 式:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{m}^{n+1} &= \boldsymbol{U}_{m}^{n} - \frac{\lambda}{2} \big[ F(\boldsymbol{U}_{m+1}^{n}) - F(\boldsymbol{U}_{m-1}^{n}) \big] \\ &+ \frac{\lambda^{2}}{2} \big[ A_{m+1/2}^{n} \big( F(\boldsymbol{U}_{m+1}^{n}) - F(\boldsymbol{U}_{m}^{n}) \big) \end{aligned}$$

$$-A_{m-1/2}^{n} \left( F(\boldsymbol{U}_{m}^{n}) - F(\boldsymbol{U}_{m-1}^{n}) \right) \right], \quad (21a)$$
$$\boldsymbol{U}_{m}^{n+1} = \boldsymbol{U}_{m}^{n} - \frac{\lambda}{2} \left[ F(\boldsymbol{U}_{m+1}^{n}) - F(\boldsymbol{U}_{m-1}^{n}) \right] \\ + \frac{\lambda^{2}}{2} \left[ (A_{m+1/2}^{n})^{2} (\boldsymbol{U}_{m+1}^{n} - \boldsymbol{U}_{m}^{n}) \right]$$

$$-(A_{m-1/2}^{n})^{2}(\boldsymbol{U}_{m}^{n}-\boldsymbol{U}_{m-1}^{n})], \qquad (21b)$$

(21b) 式需要计算 Jacobi 矩阵 A(U) 及其平方. 为简化算法,将(21a) 和(21b) 式进行整合,整合后 得

$$U_m^{n+1} = \left[I - \frac{\lambda^2}{2} (A_{m+1/2}^n)^2 - \frac{\lambda^2}{2} (A_{m-1/2}^n)^2\right] U_m^n + \frac{\lambda}{2} (I + \lambda A_{m-1/2}^n) F(U_{m-1}^n) + \frac{\lambda}{2} (\lambda A_{m+1/2}^n - I) F(U_{m+1}^n).$$
(22)

(22) 式所表示的方程组等价于

$$U_{m}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi}^{n} U_{m}^{n} + \boldsymbol{B}^{n} F(\boldsymbol{U}_{m-1}^{n}) + \boldsymbol{C}^{n} F(\boldsymbol{U}_{m+1}^{n}), \qquad (23)$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{n} = I - \frac{\lambda^{2}}{2} (A_{m+1/2}^{n})^{2} - \frac{\lambda^{2}}{2} (A_{m-1/2}^{n})^{2}, \qquad \boldsymbol{B}^{n} = \frac{\lambda}{2} (I + \lambda A_{m-1/2}^{n}), \qquad \boldsymbol{C}^{n} = \frac{\lambda}{2} (\lambda A_{m+1/2}^{n} - I), \qquad \boldsymbol{C}^{n} = \lambda (\lambda A_{m+1/2}^{n} - I),$$

其中,  $U_m^{n+1} \ge n+1$  时段预测断面速度向量,  $U_{m-1}^n$ 为 n 时段预测断面 m 的相邻上游断面速度向量,  $U_{m+1}^n \ge n$  时段预测断面 m 的相邻下游断面速度 向量, F(U) 为速度的函数向量,  $\Phi^n$ ,  $B^n$ ,  $C^n$  为待 定参数矩阵. (23) 式即为拥挤流状态下交通流短时 预测模型.



图 3 拥挤流状态下交通流时空离散节点分布

# 3.2 拥挤流状态下交通流短时预测状态空间模型

考虑各种限速条件对交通流短时预测的影响, 引入标准化交通流参数的概念对上述模型进行修 正,修正后可得

$$U_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\varPhi}^{n} U_{ms}^{n} + \boldsymbol{B}^{n} F(U_{(m-1)s}^{n}) + \boldsymbol{C}^{n} F(U_{(m+1)s}^{n}), \qquad (24)$$

其中,  $U_{ms}^n$  为 n 时段预测断面标准化速度向量,  $U_{ms}^n = U_m^n / (\alpha U_{mB}), U_{mB}$  为预测断面限定车速,  $\alpha$ 为修正系数, 一般可取 1.1—1.4.

进一步考虑道路坡度等影响因素,引入系统噪声 W<sup>n</sup>,即

$$U_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi}^{n} \boldsymbol{U}_{ms}^{n} + \boldsymbol{B}^{n} F(\boldsymbol{U}_{(m-j)s}^{n}) + \boldsymbol{C}^{n} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}_{(m+j)s}^{n}) + \boldsymbol{\Psi}^{n} \boldsymbol{W}^{n}.$$
(25)

令 *U*<sup>*n*+1</sup><sub>*ms*</sub> 为系统的状态向量, *U*<sup>*n*</sup><sub>(*m*-*j*)s</sub> 与 *U*<sup>*n*</sup><sub>(*m*+*j*)s</sub> 为系统的输入向量. 将 (25) 式转化为状态方程, 结 合交通流参数模型, 构建系统的量测方程如下:

$$\boldsymbol{O}_{ms}^{n} = \boldsymbol{H}^{n}\boldsymbol{U}_{ms}^{n} + \boldsymbol{V}^{n}, \qquad (26)$$

其中, **O**<sup>n</sup><sub>ms</sub> 为 n 时段预测断面占有率向量, **H**<sup>n</sup> 为 状态转移矩阵, **V**<sup>n</sup> 为量测噪声, 定义为均值为零的 白色噪声.

(25) 和 (26) 式即为拥挤流状态下交通流短时 预测状态空间模型, 它能够描述城市快速路网速度 的动态变化, 包括交通流拥挤状态、交通流从自由 流状态过渡到拥挤流状态的过程, 以及由拥挤流状 态转化到阻塞流状态的过程.

### 4 阻塞流状态下交通流短时预测状态 空间模型

阻塞流状态下, 实测交通流率与密度数据散点 关系呈直线分布, 即交通流率和密度之间具有明显 的函数关系, 满足道路网交通流守恒方程组的基本 假设.因此, 可基于 (5) 式建立阻塞流状态下交通流 短时预测模型.

### 4.1 阻塞流状态下交通流短时预测模型

针对阻塞流状态下,城市快速路交通流特性, 提出以下三个假设条件:

 1) 空间上, 预测断面的交通流率不仅受相邻上 游断面交通流率的影响, 且受相邻下游断面交通流 率的影响; 在 t 到 t+1 时段交通波的波速为常数,
 即 u<sub>w</sub> = a;

3) 进出口匝道车辆的产生 (或离去) 率 g(x,t) = 0.

由假设条件 1),可构建阻塞流状态下交通流守 恒方程组时空离散节点分布如图 3 所示.阻塞流状 态下,将根据预测断面及与预测断面相邻的上下游 断面 *n* 时段的交通流参数预测 *n*+1 时段的交通流 参数. 采用 Lax-Wendroff 格式<sup>[13]</sup> 对 (5) 式进行求解 如可得

$$\boldsymbol{Q}_{j}^{n+1} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{U}_{w}^{2}\lambda^{2})\boldsymbol{Q}_{j}^{n} + \frac{\boldsymbol{U}_{w}}{2}\lambda(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{U}_{w}\lambda)\boldsymbol{Q}_{j-1}^{n} - \frac{\boldsymbol{U}_{w}}{2}\lambda(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{U}_{w}\lambda)\boldsymbol{Q}_{j+1}^{n}.$$
(27)

设共有 *m* 个断面需要进行交通流短时预测, 即 *j* = 1, 2, ···, *m*, 则 (27) 式等价于

$$Q_m^{n+1} = \Phi Q_m^n + B Q_{m-1}^n + A Q_{m+1}^n.$$
 (28)

$$\begin{split} \boldsymbol{Q}_{m}^{n+1} &= \begin{bmatrix} q_{1}^{n+1} \\ q_{2}^{n+1} \\ \vdots \\ q_{m}^{n+1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 - u_{w1}^{2}\lambda^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 - u_{w2}^{2}\lambda^{2} \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 - u_{wm}^{2}\lambda^{2} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{B} &= \begin{bmatrix} \frac{u_{w1}}{2}\lambda(1 + u_{w1}\lambda) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{u_{w2}}{2}\lambda(1 + u_{w2}\lambda) \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{u_{wm}}{2}\lambda_{m}(1 + u_{wm}\lambda) \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{u_{w1}}{2}\lambda(1 - u_{w1}\lambda) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{u_{w2}}{2}\lambda(1 - u_{w2}\lambda) \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\frac{u_{wm}}{2}\lambda(1 - u_{wm}\lambda) \end{bmatrix}, \end{split}$$

其中,  $Q_m^{n+1}$  为 n+1 时段预测断面的交通流率向 量,  $Q_m^{n-1}$  为 n 时段预测断面 m 的相邻上游断面交 通流率向量,  $Q_{m+1}^{n}$  为 n 时段预测断面 m 的相邻下 游断面交通流率向量,  $\Phi$ , B, A 为待定参数矩阵.

(28) 式即为阻塞流状态下交通流短时预测模型.

### 4.2 阻塞流状态下交通流短时预测状态空 间模型

考虑车道数变更所引起的交通流参数改变,引 入标准化交通流参数的概念对模型进行修正,修正 后可表示为

 $Q_{ms}^{n+1} = \Phi Q_{ms}^{n-i} + B Q_{(m-j)s}^{n} + A Q_{(m+j)s}^{n}.$  (29) 这里

$$\begin{split} \boldsymbol{Q}_{ms}^{n-i} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} \alpha_{i} q_{1s}^{n-i} \\ \sum_{i=1}^{k} \alpha_{i} q_{2s}^{n-i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{k} \alpha_{i} q_{ms}^{n-i}, \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{Q}_{(m-j)s}^{n} &= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{3} \beta_{1-j,1,1-j}^{n} t_{1-j,1}^{n} q_{(1-j)s}^{n} \\ \sum_{j=1}^{3} \beta_{2-j,2,2-j}^{n} t_{2-j,2}^{n} q_{(2-j)s}^{n} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{3} \beta_{m-j,m,m-j}^{n} t_{m-j,m}^{n} q_{(m-j)s}^{n} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{Q}_{(m+j)s}^{n} &= \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{3} \beta_{1,1+l,1,1+l}^{n} t_{1,1+l}^{n} q_{(1+l)s}^{n} \\ \sum_{l=1}^{3} \beta_{2,2+j,2+j}^{n} t_{2,2+j} q_{(2+j)s}^{n} \\ \vdots \\ \sum_{l=1}^{3} \beta_{m,m+l,m+l}^{n} t_{m,m+l}^{n} q_{(m+l)s}^{n} \end{bmatrix}, \end{split}$$

其中,  $q_{ms}^{n+1}$  为 n+1 时段预测断面 m 标准化交通流 率,  $q_{ms}^{n+1} = q_m^{n+1}/q_m^{n+1}$ 

进一步考虑道路坡度等影响因素,引入系统噪声 W<sup>n</sup>,即

$$Q_{ms}^{n+1} = \boldsymbol{\Phi} Q_{ms}^{n-i} + \boldsymbol{B} Q_{(m-j)s}^{n} + \boldsymbol{A} Q_{(m+j)s}^{n} + \boldsymbol{\Psi}^{n} \boldsymbol{W}^{n}.$$
(30)

令 **Q**<sup>n+1</sup> 为系统的状态向量, **Q**<sup>n</sup><sub>(m-j)s</sub> 与 **Q**<sup>n</sup><sub>(m+j)s</sub> 为系统的输入向量. 将 (30) 式转化为状态方程, 为 达到交通流短时预测的目的, 结合交通流参数模型, 构建系统量测方程如下:

$$\boldsymbol{O}_{ms}^{n} = \boldsymbol{H}^{n} \boldsymbol{Q}_{ms}^{n} + \boldsymbol{V}^{n}, \qquad (31)$$

其中, **O**<sup>n</sup><sub>ms</sub> 为 n 时段预测断面占有率向量, **H**<sup>n</sup> 为 状态转移矩阵, **V**<sup>n</sup> 为量测噪声, 定义为均值为零的 白色噪声.

(30)和(31)式即为阻塞流状态下交通流短时 预测状态空间模型.

### 5 实证研究

以北京市某一区域快速路网为研究对象,预测范围如图 4 所示.模型验证采用以 2 min 为采集间隔的远程交通微波检测器实测得到的交通流参数 (交通流率、速度、占有率);预测效果的评价指标采用平均绝对百分比误差 (MAPE,表示预测值与实测值偏差绝对值占实测值百分比的均值) 与平均绝对偏差 (MAD,表示预测值与实测值偏差绝对值的均值).



为了验证模型的有效性,采用本文提出的三种 状态下交通流短时预测状态空间模型,根据道路网 交通流实时状态,对混合状态下预测范围内9个 断面预测流向1h(以2min为预测时间间隔)的 交通流率进行预测,结果如表1所列.由表1可 以看出,9个断面预测流向交通流率平均预测精度 为90.23%,最大 MAPE 值为 12.04%,最小 MAPE 值仅为7.71%,预测效果较好.选择 MAPE 值最大 和最小断面为例进行预测效果对比分析,结果如 图 5 所一



图 4 混合状态下预测范围示意图

由图 5 可知, 断面 2 由于不同交通流状态下交 通流参数值差别明显, 因此预测精度较高; 断面 9 由于各种交通流状态下交通流参数值相差不大, 因 而预测精度稍低.

为了比较方法的有效性,采用经典自回归滑动 平均 (ARMA) 模型,在相同条件下进行交通流短时 预测,由于 ARMA 模型仅能实现单断面的预测,因 此共建立 9 个 ARMA 模型进行预测,建立的模型 及预测效果指标如表 2 所示.



图 5 混合状态下交通流短时预测状态空间模型预测效果 (a) 断面 2 预测效果; (b) 断面 9 预测效果

表1 混合状态下城市快速路网交通流短时预测效果

| 断面                         | 1    | 2    | 3     | 4    | 5    | 6    | 7    | 8     | 9     | 均值   |
|----------------------------|------|------|-------|------|------|------|------|-------|-------|------|
| MAPE/%                     | 9.77 | 7.17 | 10.87 | 9.79 | 9.18 | 8.28 | 9.96 | 10.90 | 12.04 | 9.77 |
| MAD/ 辆·2 min <sup>-1</sup> | 8    | 7    | 8     | 9    | 4    | 8    | 8    | 6     | 8     | 7    |



图 6 混合状态下两种模型预测效果对比 (a) MAPE 值对比; (b) MAD 值对比

|  | 表 2 | 混合状态 | 下 | ARMA | 模型预测效 | 果 |
|--|-----|------|---|------|-------|---|
|--|-----|------|---|------|-------|---|

|   | 模型类型    | 平稳 R 方 | Sig  | MAPE/% | MAD/辆 ·2 min <sup>-1</sup> |
|---|---------|--------|------|--------|----------------------------|
| 1 | (5,2,1) | 0.62   | 0.06 | 19.75  | 14                         |
| 2 | (4,2,1) | 0.62   | 0.30 | 23.60  | 15                         |
| 3 | (4,2,1) | 0.61   | 0.42 | 13.65  | 10                         |
| 4 | (2,2,1) | 0.58   | 0.12 | 16.56  | 17                         |
| 5 | (4,2,4) | 0.62   | 0.17 | 26.22  | 18                         |
| 6 | (2,2,1) | 0.60   | 0.08 | 23.95  | 18                         |
| 7 | (1,2,1) | 0.50   | 0.08 | 15.48  | 13                         |
| 8 | (5,2,1) | 0.55   | 0.64 | 22.61  | 16                         |
| 9 | (1,2,2) | 0.61   | 0.10 | 13.60  | 13                         |
|   |         |        |      |        |                            |

对比表 1 和表 2 可知,本文提出的三种状态下 交通流短时预测状态空间模型,不仅能实现道路网 内的交通流短时预测,由于同时考虑了时间和空间 因素,预测精度优于 ARMA 模型.

两种模型的预测效果对比如图 6 所示. 由图 6 可以看出,本文建立的交通流短时预测状态空间模 型预测效果优于 ARMA 模型.

### 6 结 论

自由流状态和阻塞流状态下交通流率和密度、拥挤流状态下速度和密度具有明显的函数关系.本文分别从交通流守恒方程和速度动态模型出发,结合自由流状态、拥挤流状态和阻塞流状态下交通流参数的时间和空间分布特性,借鉴偏微分方程组求解迎风格式和 Lax-Wendroff 格式的思想,同时考虑进出口匝道、车道数变更以及道路坡度等影响因素,建立了三种状态下交通流短时预测状态空间模型,用于混合状态下交通流短时预测.实例研究表明:针对不同交通流状态特点设计的交通流短时预测状态空间模型,能够实现混合状态下道路网范围内交通流短时预测,平均预测精度可达90.23%.相同条件下,经典 ARMA 模型的预测精度可达90.23%.相同条件下,经典 ARMA 模型的预测精度仅为 81%.

- Williams B M, Durvasula P K, Brown D E 1998 Transport. Res. Record 1644 132
- [2] Lee S, Fambro D B 1999 Transport. Res. Record 1678 179
- [3] Shao C F, Asai K, Nakagawa S 1999 Proceedings of the 99' Shanghai International Symposium on Urban Transportation Proceedings Shanghai, Novmber 1999 158
- [4] Yao Z S, Shao C F, Xiong Z H 2007 Chin. J. Manag. Sci. 15 64 (in Chinese) [姚智胜, 邵春福, 熊志华 2007 中国管理科学 15 64]
- [5] Yao Z S, Shao C F, Gao Y L 2006 J. Beijing Jiaotong Univ. 30 19
   (in Chinese) [姚智胜, 邵春福, 高永亮 2006 北京交通大学学报 30 19]
- [6] Dong C J, Shao C F, Xiong Z H, Li J 2010 J. Transportat. Sys. Eng. Inform. Technol. 10 145 (in Chinese) [董春娇, 邵春福, 熊

志华,李娟 2010 交通运输系统工程与信息 10 145]

- [7] Dong C J, Shao C F, Li X 2009 World Congress on Computer Science and Information Engineering Los Angeles, U.S.A., March 31-April 2, 2009 645
- [8] Maschavan D V, Mark D, Susan W 1996 Transport. Res. C 4 307
- [9] Park B 2002 Transport. Res. Record 1802 190
- [10] Wang D H 2002 Traffic Theory (Beijing: China Communications Press) (in Chinese) [王殿海 2002 交通流理论 (北京: 人民交通 出版社)]
- [11] Kerner B S 2004 *Physica* A **333** 379
- [12] Kerner B S, Klenov S L, Hiller A 2007 Nonlin. Dyn. 49 525
- [13] Treiber M, Kesting A, Helbing D 2010 Transport. Res. B 44 983
- [14] Wu J J, Xu S Y, Sun H J 2011 Acta Phys. Sin. 60 019502 (in Chinese) [吴建军, 徐尚义, 孙会君 2011 物理学报 60 019502]

# Short-term traffic flow prediction for multi traffic states on urban expressway network\*

Dong Chun-Jiao<sup>1)2)</sup> Shao Chun-Fu<sup>1†</sup> Zhuge Cheng-Xiang<sup>1</sup>)

1) (Key Laboratory for Urban Transportation Complex Systems Theory and Technology of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

2) (Center for Transportation Research, University of Tennessee, Tennessee 37996, USA)

(Received 18 February 2011; revised manuscript received 13 April 2011)

#### Abstract

Short-term traffic flow prediction for multi traffic states on urban expressway network is carried out in this paper. The model for multi traffic states is proposed by integrating the spatial and the temporal distribution characteristics of traffic flow parameters under free traffic, congested traffic and jam traffic respectively. Based on the classical traffic flow conservation equation, the ideology of spatial and temporal dispersions in partial differential equations is adopted to establish short-time traffic flow prediction model. Meanwhile, the impact factors, such as on and off ramp, lane change and road slope are considered, which convertes short-term traffic flow prediction for multi traffic states on urban expressway network is realized. The empirical research shows that compared with the classic ARMA model, the proposed method can not only realize short-term traffic flow prediction for multi traffic states on urban expressway network but also achieve an accuracy of 90.23%. In the same condition, the accuracy of ARMA model is 81%.

**Keywords:** short-term traffic flow prediction, free traffic, congested traffic, jam traffic **PACS:** 05.10.Gg

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB705500), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51178032), Doctoral Thesis Fund, Research and Development Foundation for Chinese Young Professionals, the General Motors Company, and Foundation for Excellent Doctoral Student of the Science and Technology Innovation, Beijing Jiaotong University, China (Grant No. 141082522).

<sup>†</sup> E-mail: cfshao@bjtu.edu.cn