

# 应用于高速转子系统的金属橡胶 阻尼环动力特性分析\*

李胜波<sup>1)2)†</sup> 闫辉<sup>1)</sup> 姜洪源<sup>1)</sup> 陈亮<sup>1)</sup>

1) (哈尔滨工业大学机电工程学院, 哈尔滨 150001)

2) (黑龙江科技学院机械工程学院, 哈尔滨 150027)

(2011年8月30日收到; 2011年9月17日收到修改稿)

针对金属橡胶构件的非线性特性及结构不同时弹性阻尼力学性能不同的特点, 利用实验和理论相结合的方法建立了金属橡胶构件迟滞回线边界变形过程力学模型, 推导了不同相对密度金属橡胶构件非线性迟滞恢复力表达式. 分析了简谐激励载荷作用下金属橡胶阻尼环动力学特性, 对该阻尼环进行了实验研究, 研究了存在预变形情况下阻尼环的弹性阻尼性能, 实验和理论分析结果基本一致, 为该种阻尼环的实际应用奠定了理论基础.

**关键词:** 金属橡胶构件, 力学模型, 非线性迟滞恢复力

**PACS:** 07.10.Fq, 05.45.-a

## 1 引言

高速转子在启动、停车过程中经常通过临界转速, 此时系统就会发生激烈共振, 因此系统需要大量耗散能量的阻尼减振装置. 近年来, 出现了一些具有非线性迟滞特性的阻尼元件, 如金属橡胶、钢丝绳、多层钢板以及一些特殊复合型硬质泡沫塑料制作的阻尼减振器件<sup>[1-2]</sup>, 特别是, 由金属橡胶材料制成的一些阻尼器在航空航天、机械制造以及船舶工业等领域得到了成功的应用<sup>[3]</sup>.

金属橡胶阻尼器属于干摩擦非线性阻尼器, 它能够承受大的静动态载荷, 它们有高强度、高能量耗散系数, 能工作在高温、低温、腐蚀、真空、辐射等环境中. 到现在为止, 对于干摩擦非线性阻尼系统的分析提出了很多模型和分析方法<sup>[4-8]</sup>, 并研究了含有非线性刚度和非线性阻尼的转动系统动力学相关问题<sup>[9-12]</sup>, 但是到目前理论上的计算方法与完美目标还相去甚远<sup>[2,13]</sup>. 针对金属橡胶这一类干摩擦非线性阻尼系统, 目前主要的研究手段是采用实验与理论分析相结合的方法<sup>[14,15]</sup>. 本文针对应用于高速转子的金属橡胶阻尼环几何构成特点, 制备了金属橡胶元件块, 利用实验及相似性理论和广义坐标变换方法建立了金属橡胶元件的力

学模型, 该力学模型能够反映金属橡胶构件的主要弹性性能和多点接触单元之间的干摩擦主要特性. 利用该模型推导了金属橡胶阻尼环在动载荷作用下动力学基本计算公式, 理论仿真得到了金属橡胶阻尼环的迟滞回线, 并对金属橡胶阻尼环弹性阻尼特性进行了分析.

## 2 金属橡胶元件力学模型

为建立金属橡胶元件力学模型, 取一尺寸为  $H \times a \times b$  的长方体 (如图 1) 金属橡胶样件 (以下简称样件), 样件材料是 1Cr18Ni9Ti, 金属丝直径为 0.1 mm, 相对直径为 0.1 (金属丝直径与螺旋卷直径之比), 样件的相对密度 0.2. 对样件在非成型方向进行加载卸载实验, 如图 2(a) 所示, 载荷从零加载到  $N_{\max}$  后再卸载到零完成一次加载卸载过程, 即图中大迟滞回线, 而图中小迟滞回线为在大迟滞回线边界任意点进行的加载卸载过程.

为了计算方便, 应用  $\sigma$ - $\varepsilon$  坐标形式, 其中  $\sigma = N/(a \times b)$  为样件的径向 (法向) 应力,  $\varepsilon = \Delta H/H$  为样件的径向 (法向) 应变,  $H$  为样件的高度,  $\Delta H$  为样件压缩量,  $a, b$  分别为样件横截面的长度和宽度.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 50705016) 和黑龙江省自然科学基金留学归国基金 (批准号: LC2009C05) 资助的课题.

† E-mail: hit4057@126.com

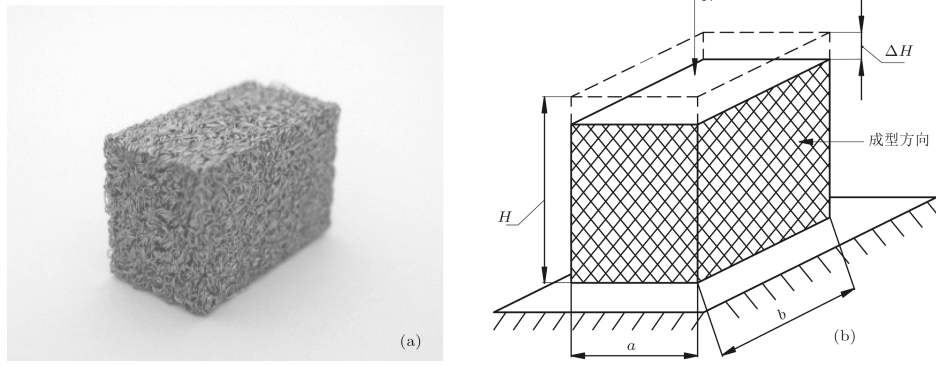


图1 金属橡胶样件 (a) 实物图片; (b) 样件受力示意图

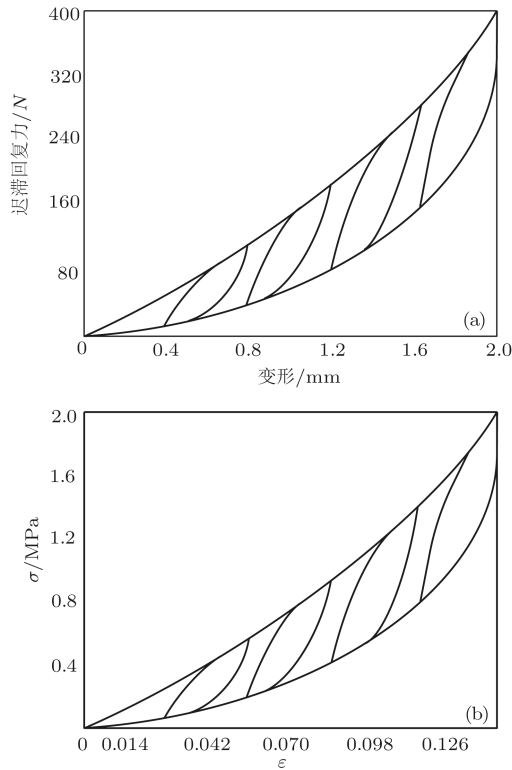


图2 金属橡胶样件的迟滞回线 (a) 实验曲线; (b)  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线

内, 有

$$\sigma_m = 5.70876\varepsilon - 90.504\varepsilon^2 + 3704.6962\varepsilon^3 - 37670.35\varepsilon^4 + 133402.508\varepsilon^5. \quad (4)$$

摩擦力  $\sigma_f$  为

$$\sigma_f = 8.479\varepsilon - 276.84\varepsilon^2 + 10703.89\varepsilon^3 - 174815.138\varepsilon^4 + 1305330\varepsilon^5 - 3707080\varepsilon^6. \quad (5)$$

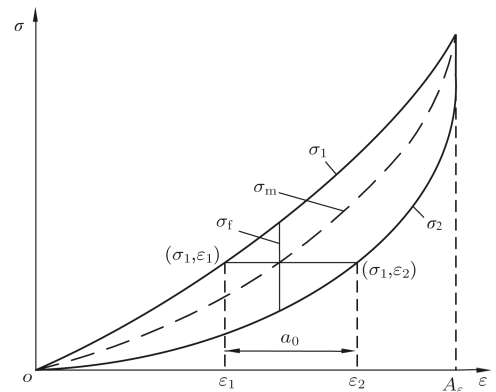


图3 样件迟滞回线

如图3所示, 描述样件的大迟滞回线可表示为<sup>[2]</sup>

$$\sigma(\nu, \varepsilon, A_\varepsilon) = \sigma_m(\varepsilon, A_\varepsilon) + \sigma_Y(\nu, \varepsilon, A_\varepsilon), \quad (1)$$

其中  $\sigma$  为迟滞恢复力函数 (应力函数);  $\sigma_m$  为非线性弹性函数;  $\sigma_Y$  为迟滞函数;  $\nu$  为载荷方向系数;  $A_\varepsilon$  为应变的最大幅值. 而其中

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2), \quad (2)$$

$$\sigma_Y = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (3)$$

其中  $\sigma_1, \sigma_2$  为加载和卸载过程函数. 定义摩擦力函数为  $\sigma_f = \sigma_1 - \sigma_2$ . 金属橡胶元件在有效工作范围

为了研究从最大迟滞回线边界上的任意点作为初始点  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$  开始的变形过程. 进行广义坐标相似变换, 坐标变换如下

$$\lambda = \frac{|\sigma - \sigma_0|}{\sigma_f}, \quad (6)$$

$$\xi = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_0|}{a_0}. \quad (7)$$

此坐标变换无量纲函数  $\lambda(\xi)$  可描述为

$$\lambda(\xi) = e^{-5\xi}, \quad (8)$$

其中  $a_0$  为残余变形, 如图3所示, 与水平线相交的大迟滞回线边界线两个交点  $\sigma_1(\varepsilon_1), \sigma_2(\varepsilon_2)$  对应的变形差值, 即  $a_0 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ . 对于大迟滞回线来讲,

$a_0(\varepsilon)$  曲线可表示为

$$a_0(\varepsilon) = 1.554\varepsilon - 36.693\varepsilon^2 + 501.165\varepsilon^3 - 3311.808\varepsilon^4 + 7454.636\varepsilon^5. \quad (9)$$

综合以上分析得到在大迟滞回线边界上任一点作为初始点的迟滞恢复力函数表达式为

$$\sigma(\varepsilon, \varepsilon_0, \nu) = \sigma_m(\varepsilon) + 0.5(-1)^{\nu+1}\sigma_f(\varepsilon) + (-1)^\nu\sigma_f(\varepsilon_0) \times e^{-5|\varepsilon-\varepsilon_0|/a_0(\varepsilon_0)}, \quad (10)$$

其中  $\nu = 1$  为加载过程,  $\nu = 2$  为卸载过程.

金属橡胶相对密度  $\bar{\rho}$  为金属橡胶力学性能的主要参数, 对不同相对密度的金属橡胶样件, 进行了同样的实验, 以  $\bar{\rho}$  为 0.2 的元件为参考, 得到不同相对密度应力函数比例系数  $k$  如表 1 所示.

对表 1 数据拟合, 比例系数  $k$  与相对密度  $\bar{\rho}$  关系可表示为

$$k = 0.09 e^{\bar{\rho}/0.0822} - 0.11. \quad (11)$$

因此不同相对密度金属橡胶迟滞恢复力函数表达式为

$$\sigma(\bar{\rho}, \varepsilon, \varepsilon_0, \nu)$$

$$= \sigma(\varepsilon, \varepsilon_0, \nu) \cdot (0.09 e^{\bar{\rho}/0.0822} - 0.11). \quad (12)$$

表 1 不同相对密度金属橡胶应力系数表

$\bar{\rho}$	$k(\sigma_{\bar{\rho}}/\sigma_{0.2})$
0.1	0.193
0.138	0.236
0.15	0.447
0.2	1
0.25	1.661
0.3	3.284
0.343	5.659
0.37	7.836

### 3 金属橡胶阻尼环动力特性分析

前面已由实验和理论推导了金属橡胶元件的迟滞特性函数关系式. 由于金属橡胶材料的泊松比  $\mu$  在垂直于压力方向上近似等于 0 ( $\mu = 0.02$ ), 因此金属橡胶元件非线性迟滞特性基本公式可作为金属橡胶阻尼环动力特性分析的理论基础.

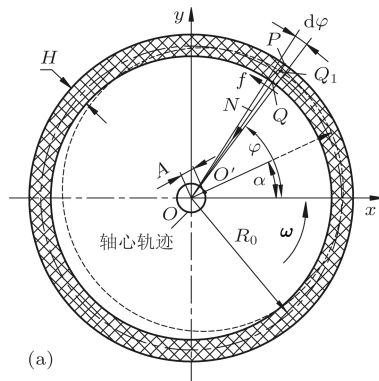


图 4 金属橡胶阻尼环 (a) 受力示意图; (b) 实物图片

如图 4 所示, 金属橡胶阻尼环的中心半径  $R_0$ , 厚度为  $H$ , 宽度是  $b$ , 安装后预变形量为  $\Delta$ , 在动态条件下, 轴颈中心将偏离坐标原点  $O$  到达  $O'(x, y)$  点, 偏离距离用  $A$  来表示, 为分析方便, 设轴心轨迹为矢径为  $A$  的圆, 轴转动角速度  $\omega$ , 则  $A = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x = A \cos \alpha$ ,  $y = A \sin \alpha$ ,  $\alpha = \omega t$ , 即金属橡胶阻尼环受简谐激励载荷作用.

对阻尼环和动载荷来说, 求出某一时刻 ( $t = t_0$ ) 法向力  $N$  和摩擦力  $f$  在  $x$  轴和  $y$  轴的投影是必要的, 在与  $x$  轴成  $\varphi$  角取一微元体, 角度变化  $d\varphi$ , 首先求出该微元体的变形量. 令:  $|OQ| = r$ , 由已知条

件可得  $|OO'| = A$ , 微元体在内径上一点  $Q$  被压缩到  $Q_1$  点, 则  $Q_1$  点坐标为

$$x_{Q_1} = A \cdot \cos(\varphi - \alpha) \cdot \cos \varphi + \cos^2 \varphi \left\{ A^2 \cdot \left[ (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \tan \varphi)^2 - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \right] + \frac{r}{\cos^2 \varphi} \right\}^{1/2},$$

$$y_{Q_1} = x_{Q_1} \cdot \tan \varphi, \quad (13)$$

因为  $A \ll r$ , 得

$$x_{Q_1} \approx A \cdot \cos(\varphi - \alpha) \cdot \cos \varphi + r \cdot \cos \varphi. \quad (14)$$

$Q$  点变形量  $|QQ_1| = |OQ_1| - |OQ|$ , 而

$$\begin{aligned} |OQ_1| &= \sqrt{x_{Q_1}^2 + y_{Q_1}^2} \\ &= \sqrt{x_{Q_1}^2 + x_{Q_1}^2 \cdot \tan^2 \varphi} \\ &= \frac{x_{Q_1}}{\cos \varphi} = A \cdot \cos(\varphi - \alpha) + r, \end{aligned} \quad (15)$$

因此

$$|QQ_1| = A \cdot \cos(\varphi - \alpha). \quad (16)$$

从而微元体在  $\varphi$  角的总变形量可表示为

$$q(\varphi, \alpha) \approx \Delta + A \cdot \cos(\varphi - \alpha). \quad (17)$$

为分析方便,不妨设初始点在  $\alpha$  方向,那么初始点的变形  $q_0$  为

$$q_0(\varphi, \alpha) = \Delta + A \cdot (-1)^\nu, \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \nu &= 1, & (0 \leq \varphi - \alpha < \pi), \\ \nu &= 2, & (\pi \leq \varphi - \alpha < 2\pi). \end{aligned} \quad (19)$$

由此可以得到整个圆周每个微元体应变  $\varepsilon = q(\varphi, \alpha)/H$ , 初始点应变  $\varepsilon_0 = q_0(\varphi, \alpha)/H$ , 以及法向应力  $\sigma(\bar{\rho}, \varepsilon, \varepsilon_0, \nu)$ , 而整个阻尼环在某一时刻表现出的弹性阻尼力学特性, 相当于微元体绕整个圆周方向完成一次加载和卸载过程, 对法向应力在阻尼环圆周方向上进行积分, 将该矢量在坐标轴上的投影和阻尼环与壳体间的摩擦力在坐标轴上的投影叠加后可得

$$\begin{aligned} F_x &= - \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} [\sigma(\bar{\rho}, \varepsilon, \varepsilon_0, \nu) \cdot b \cdot R_0 \\ &\quad \times (\cos \varphi + \mu_1 \cdot \sin \varphi)] d\varphi, \\ F_y &= - \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} [\sigma(\bar{\rho}, \varepsilon, \varepsilon_0, \nu) \cdot b \cdot R_0 \\ &\quad \times (\sin \varphi - \mu_1 \cdot \cos \varphi)] d\varphi, \end{aligned} \quad (20)$$

式中  $\mu_1$  为摩擦系数.

图 5 是轴颈振动一个周期得到的金属橡胶阻尼环的迟滞回线, 从图 5 可以看出, 金属橡胶阻尼环的迟滞回线形如椭圆, 通过对迟滞回线的分析, 可以用椭圆方程近似描述该迟滞回线, 以  $x$  方向为例, 椭圆方程为

$$F_x = kx \pm c\sqrt{A^2 - x^2}, \quad (21)$$

其中  $k$  为金属橡胶阻尼环的单向位移动刚度;  $c$  为金属橡胶阻尼环结构阻尼系数.

显然, 每循环的能量消耗就是整个椭圆的面积  $\Delta E$ ,

$$\Delta E = \oint F_x \cdot dx = \oint (kx \pm c\sqrt{A^2 - x^2}) dx. \quad (22)$$

这是个标准积分, 可求出

$$\Delta E = \pi c A^2. \quad (23)$$

由 (23) 式可知, 金属橡胶阻尼环每循环的能量消耗与频率无关, 而与变形幅值有关. 阻尼环的弹性势能为

$$E = \frac{1}{2} k A^2, \quad (24)$$

则能量耗散系数为

$$\psi = \frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi c}{k}. \quad (25)$$

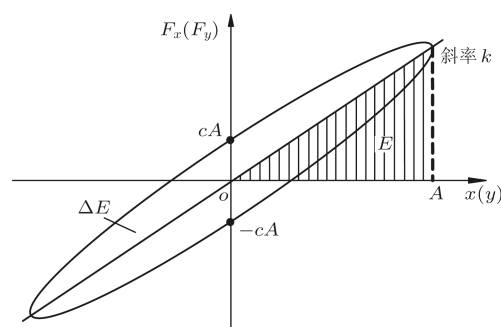


图 5 金属橡胶阻尼环迟滞回线

## 4 金属橡胶阻尼环实验研究

如图 6 所示, 利用自制的实验台进行了金属橡胶阻尼环动力特性模拟实验. 实验用金属橡胶阻尼环尺寸为:  $R_0 = 88 \text{ mm}$ ,  $b = 45 \text{ mm}$ ,  $\Delta = 0.3 \text{ mm}$ ,  $\bar{\rho} = 0.22$ . 实验过程如下: 将金属橡胶阻尼环以一定的预变形量放置轴承 5 与圆套 7 中间, 驱动力加载器 10 使其加载到预定载荷, 然后均匀旋转刻度盘 1, 使金属橡胶阻尼环 3、轴承 5 外圈与圆套 7 一起转动, 记录力传感器 9 和百分表 2 和 6 数据, 得到正交的两个方向迟滞环 (定义为  $x$  方向和  $y$  方向).

在预变形  $\Delta$  基础上进行了金属橡胶阻尼环不同位移幅值动态实验, 如图 7 (a)—(d) 所示 (图中只列出 4 种情况), 图中的实线为金属橡胶环迟滞回线理论计算值, 带“○”和“◇”符号的虚线为  $x, y$  方向实验值. 从图 7 中可以看出, 理论值与实验值符合得比较好, 证明了元件力学模型的正确性.

根据 (21)—(25) 式, 计算了金属橡胶阻尼环动态刚度  $k$ 、能量耗散系数  $\psi$ , 理论计算值与实验值如图 8 和 9 所示.

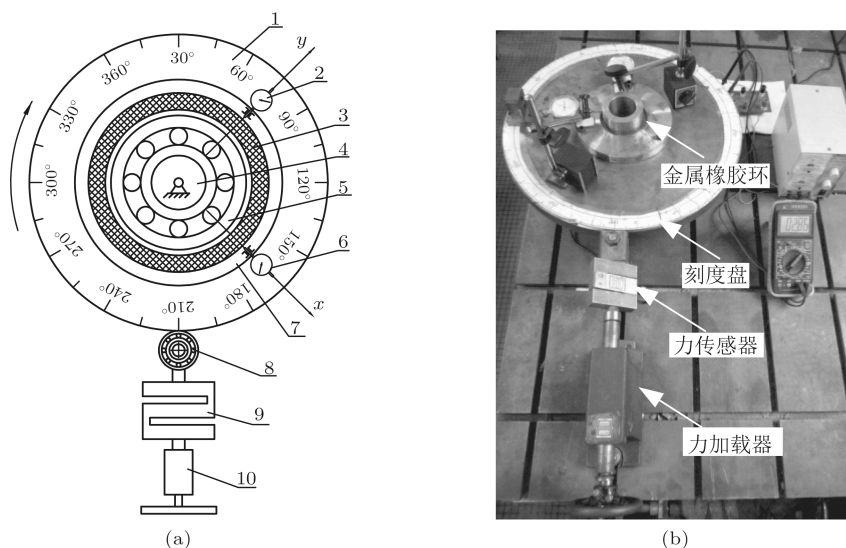


图6 金属橡胶阻尼环动静载实验台 (a) 实验台结构原理图, 1为刻度盘, 2, 6为百分表, 3为金属橡胶阻尼环, 4为不动轴, 5为轴承, 7为圆套, 8为加载轴承, 9为力传感器, 10为力加载器; (b) 实验台照片

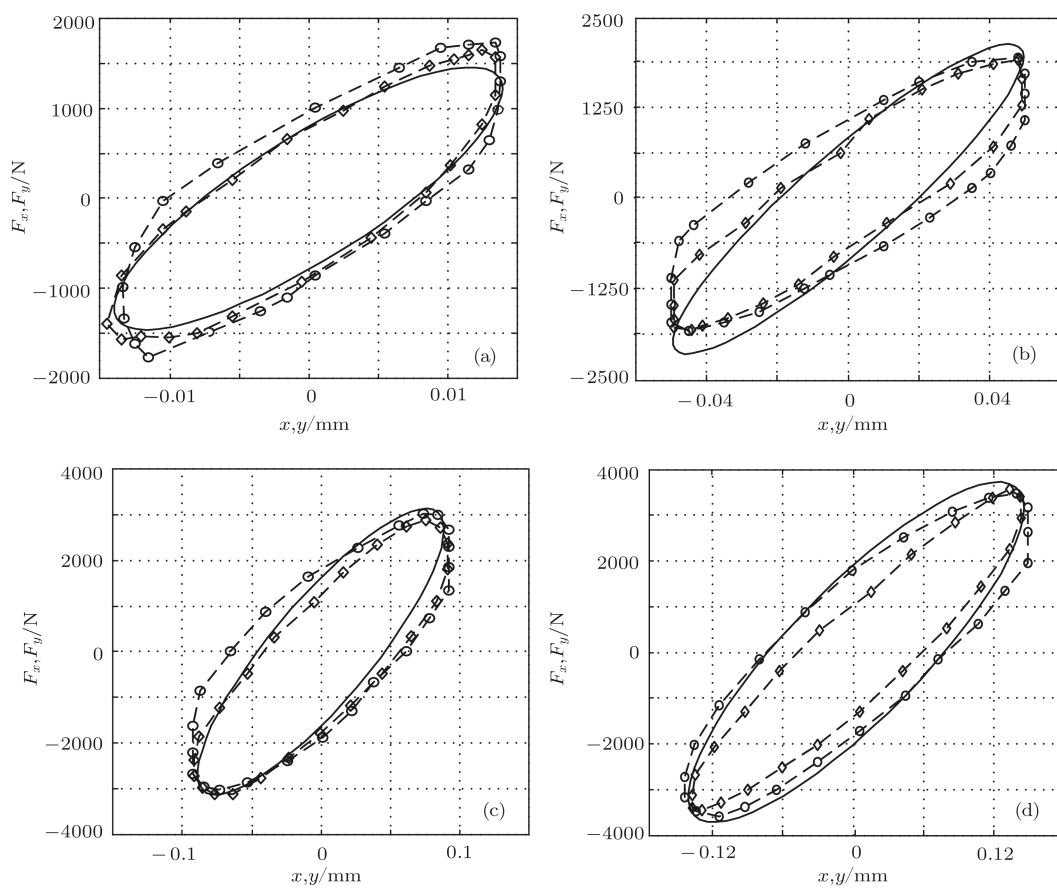


图7 金属橡胶阻尼环不同最大位移迟滞回线 (a)  $A = 0.014$  mm; (b)  $A = 0.049$  mm; (c)  $A = 0.089$  mm; (d)  $A = 0.146$  mm

金属橡胶阻尼环存在预变形时, 从图8可以看出刚度随位移幅值增大而减小, 这是由于预变形使得阻尼环内部金属丝之间已经产生部分相对滑移,

随着幅值的进一步增大产生滑移点增多, 进而刚度减小. 从图9可以看出  $\psi$  随位移幅值增大是先减小后增大并趋于一常值, 这是由于在预变形基础上随

随着变形幅值的增大弹性势能增加,并且增加速度相对较快,因此 $\psi$ 呈现减小趋势,而后随着幅值的进一步增大,金属橡胶内部接触点增多,每个接触点摩擦力增大,总体上摩擦力增大,迟滞曲线面积增加相对较快,此时 $\psi$ 增加,随着变形幅值的进一步增加,弹性势能和摩擦力做功趋于稳定,因此 $\psi$ 趋于常值.

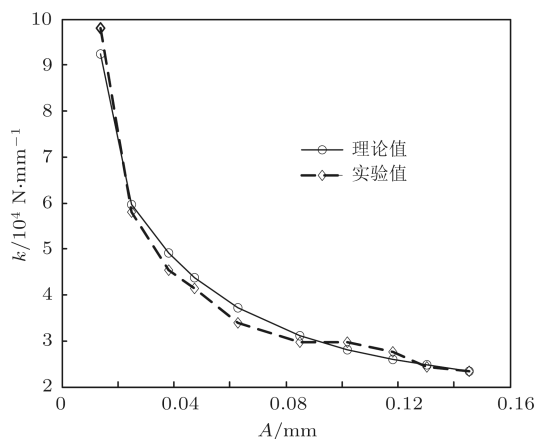


图8 刚度与位移幅值关系

通过对理论与实验结果分析,刚度与实验结果相差不到8%, $\psi$ 相差不到10%,该误差产生的原因是由于实验设备加工与安装误差导致加载器加载杆与圆盘不完全在同一平面,使得圆盘在旋转过程

中产生跳动.

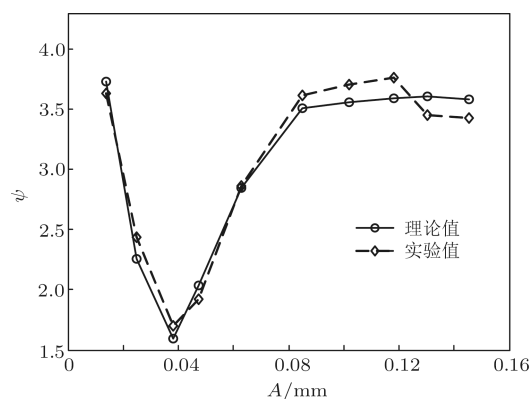


图9 能量耗散系数与位移幅值关系

## 5 结论

1) 建立了金属橡胶元件力学模型,得到了不同相对密度金属橡胶构件非线性迟滞恢复力表达式,能有效地对金属橡胶阻尼环动力特性进行分析.

2) 金属橡胶阻尼环动力特性实验研究结果与理论仿真结果相符.理论与实验研究表明,金属橡胶阻尼环存在预变形时,其动刚度随着位移幅值的增大而减小,能量耗散系数表现出先减小后增大并趋于常值的变化过程.

3) 金属橡胶阻尼环的动力特性研究为下一步转子系统动力系统设计和分析提供了必要条件.

- [1] Gong X S, Tang Y K 1999 *Chin. J. Mech. Eng.* **35** 11 (in Chinese) [龚宪生,唐一科 1999 机械工程学报 **35** 11]
- [2] Lazutkin G, Antipov V, Ryabkov A 2009 *Mech. Eng.* **11** 301 (in Russian)
- [3] Chegodayev D E, Mulyukin O, Kolygin Ye (Translated by Li Z Y) 2000 *Metal Rubber Components Design* (Beijing: Defense Industry Press) pp1-4 (in Chinese) [切戈达耶夫 D, 穆留金 O, 高尔德金著,李中郢译 2000 金属橡胶构件的设计(北京:国防工业出版社)第1—4页]
- [4] Den Hartog J P 1931 *Trans. Am. Soc. Mech. Eng.* **53** 107
- [5] Berger E G 2002 *Appl. Mech. Rev.* **55** 535
- [6] Sakata M, Kimura K 1980 *J. Sound. Vib.* **73** 333
- [7] Zhang M 1994 *J. Vib. Eng.* **7** 223 (in Chinese) [张明 1994 振动工程学报 **7** 223]
- [8] Lourtchenko D V, Dimentberg M F 2001 *J. Sound. Vib.* **248** 913
- [9] Luo S K, Fu J L, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯,傅景礼,陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]
- [10] Zhao W, Liu B 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4543 (in Chinese) [赵武,刘彬 2005 物理学报 **54** 4543]
- [11] Duan C W, Singh R 2005 *J. Sound Vib.* **285** 803
- [12] El-Bassiouny A F 2006 *Physica A* **366** 167
- [13] Qin W Y, Wang H J, Gao X S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 42 (in Chinese) [秦卫阳,王红瑾,高行山 2008 物理学报 **57** 42]
- [14] Chegodayev D E, Ponomarev Y K 1997 *Dempfirovanie Damping* (Samara: SGAU) p334 (in Russian)
- [15] Yan H, Jiang H Y, Liu W J, Ulannov A 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5238 (in Chinese) [闫辉,姜洪源,刘文剑, Ulannov A 2009 物理学报 **58** 5238]

# Analysis of dynamic performance of metal rubber damping ring applied in high-speed rotor system\*

Li Sheng-Bo<sup>1)2)†</sup> Yan Hui<sup>1)</sup> Jiang Hong-Yuan<sup>1)</sup> Chen Liang<sup>1)</sup>

1) (*School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

2) (*School of Mechanical Engineering, Heilongjiang Institute of Science and Technology, Harbin 150027, China*)

(Received 30 August 2011; revised manuscript received 17 September 2011)

## Abstract

Based on the nonlinearity of metal rubber components and its different elastic damping mechanical properties with different structures, the mechanical model of hysteresis loop boundary deformation process of metal rubber components with different relative densities was established by the experiment method combining theory. Dynamic characteristics of metal rubber damping ring were analyzed under harmonic excitation load and experimental study was conducted. The elastic damping performance of the damper with preliminary deformation was researched and the experimental result showed good agreement with the theoretical analysis one, which provides a theoretical basis for practical application of this kind of damper.

**Keywords:** metal rubber component, mechanical model, nonlinear hysteresis restoring force

**PACS:** 07.10.Eq, 05.45.-a

---

\* Project Supported by the National Natural Science Foundation (Grant No. 50705016), and the Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Scholars of Heilongjiang Province, China (Grant No. LC2009C05).

† E-mail: hit4057@126.com