# <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 光频标的黑体辐射频移<sup>\*</sup>

刘李辉 邹宏新 刘曲 李玺

(国防科学技术大学理学院,长沙 410073)

(2011年9月1日收到; 2011年9月21日收到修改稿)

光学频率标准会受到环境温度的黑体辐射影响发生频移,进而影响其准确度.本文估算了  $^{199}$ Hg<sup>+</sup> 的超精细 能级 5d<sup>10</sup>6s<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> (F = 0) 和 5d<sup>9</sup>6s<sup>2 2</sup>D<sub>5/2</sub> (F = 2) 的极化率,得到了室温 (300 K) 下黑体辐射引起的相对频移 为  $-5.4 \times 10^{-17}$ ,最后讨论了低温环境下黑体辐射对  $^{199}$ Hg<sup>+</sup> 光频标的影响.

关键词: 汞离子光频标, 黑体辐射, 相对频移, 准确度

PACS: 31.15.vj, 07.60.Rd, 31.15.ag

### 1引言

原子钟是目前最精确的时间频率测量工具. 是定位导航系统及其他精密测量工具中的核心 部件. 高精度原子钟还有助于更精确地测量一些 基本物理常量,更好地认识基本物理规律,目前的 实用型原子钟都是以原子能级的微波跃迁作为 频率基准,而光钟(光频标)则是以原子的光波段 跃迁作为频率基准,属于前瞻性原子钟,本文所 针对的汞离子光频标已经有了很长的研究历史, 早在 1976 年 Bender 等<sup>[1]</sup> 就提出了汞离子的基 态能级  $5d^{10}6s^2S_{1/2}$  (F = 0) 到亚稳态能级  $5d^96s^2$  ${}^{2}D_{5/2}$  (F = 2)的 282 nm 跃迁线可以作为光频标 基准,随后在国际上得到广泛研究. 2008年其与 铝离子进行频率比对时,其频率不确定度已经达 到 1.9×10<sup>-17[2]</sup>, 创造了当时的世界纪录. 汞的同位 素<sup>199</sup>Hg<sup>+</sup>与氢原子一样具有简单的超精细能级结 构,而且能级裂间距大,对环境中的磁场和温度变 化相对不敏感,易于产生稳定的钟跃迁信号,具有 显著的实用潜力.

在秒的定义中,原子系统被限定在绝对零度和 无电磁干扰的理想条件下,而这在实际中是无法 做到的,因此现实中的原子钟所标定的秒长总存在 一定误差,需要做相应修正.这一误差来自于外部 环境的黑体辐射、电四极频移、Stark 效应等各种 物理效应对原子钟所造成的影响.黑体辐射效应是 引起这种误差的主要原因之一,需要进行精确的估 算.对于微波原子钟的黑体辐射频移,国际上研究 较为广泛<sup>[3-16]</sup>.对于光频原子钟的黑体辐射频移 研究则相对较少. 2006年, Porsev 和 Derevianko<sup>[17]</sup> 运用多极理论 (multipolar theory) 估算了 Ca, Sr, Yb  $(nsnp {}^{3}P_{0} - ns^{2} {}^{1}S_{0})$  黑体辐射频移及其不确定度. 2006年, Rosenband 等<sup>[18]</sup>利用美国 National Institute of Standards and Technology (NIST) 数据库中主 要能级与<sup>27</sup>Al<sup>+</sup>的基态能级<sup>1</sup>S<sub>0</sub>和激发态能级<sup>3</sup>P<sub>0</sub> 的振子强度估算了室温下<sup>27</sup>Al+的黑体辐射频移 及其不确定度. 2007年, Arora 等<sup>[19]</sup>采用相对论全 阶近似方法<sup>[20]</sup>精确估算了室温下<sup>43</sup>Ca<sup>+</sup>的黑体 辐射频移及其不确定度. 2008 年 Hachisu 等<sup>[21]</sup> 估 算了室温下 Hg 原子黑体辐射频移为 -1.9×10<sup>-16</sup>. 2009年, Jiang 等<sup>[22]</sup>采用同样的方法估算了<sup>88</sup>Sr+ 的黑体辐射效应. 2011 年, Kallay 等<sup>[23]</sup> 采用团簇 耦合方法 (coupled-cluster method)<sup>[24]</sup> 估算了 <sup>27</sup>Al+ 黑体辐射频移为-3.66×10<sup>-18</sup>.

本文主要针对黑体辐射对汞离子光频标的钟 跃迁信号所造成的频移进行了估算. 首先, 利用美 国 NIST 数据库中主要能级与 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 的基态能 级 5d<sup>10</sup>6s<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> (F = 0) 和亚稳态能级 5d<sup>9</sup>6s<sup>2 2</sup>D<sub>5/2</sub>

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号: 10904174)和湖南省自然科学基金(批准号: 11JJ2004)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: hxzou@nudt.edu.cn

<sup>© 2012</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

(F = 2)的振子强度,计算了黑体辐射条件下,能级 5d<sup>10</sup>6s<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> (F = 0)和 5d<sup>9</sup>6s<sup>2 2</sup>D<sub>5/2</sub> (F = 2)的极化率.其次,利用得到的极化率估算了汞离子光频标的黑体辐射相对频移,同时借用通用误差分析方法得出了其频移不确定度.最后,比较了国际上几种主流光频标的黑体辐射相对频移及其不确定度,估算了在不同温度范围里 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 黑体辐射相对频移及其不确定度的量级.

## 2 黑体辐射相对频移

黑体辐射场对原子系统产生非共振微扰,从而 与能级发生耦合导致能级移动.原子系统受黑体辐 射影响频率移动为<sup>[5]</sup>

$$\Delta \nu = \frac{-1}{4\hbar\varepsilon_0} \int_0^\infty \Delta \alpha(0) \rho(\omega) \mathrm{d}\omega, \qquad (1)$$

其中  $\Delta \alpha(0)$  表示在黑体辐射场下能级间静态极化 率差,  $\rho(\omega)$  表示黑体辐射场能量密度分布. 黑体辐 射场能量密度按频率的分布为 <sup>[25]</sup>

$$\rho(\omega) \mathrm{d}\omega = \frac{\hbar \omega^3 \mathrm{d}\omega}{\pi^2 c^3 \left[ \exp(\hbar \omega / kT) - 1 \right]}.$$
 (2)

原子系统能级在电场作用下会产生电偶极相互

作用而发生移动,移动大小与该能级极化率有 关,原子能级在频率为ω的电场下极化率α可 以表示为<sup>[5]</sup>

$$\alpha_{\rm a}(\omega) = \frac{e^2}{m_{\rm e}} \sum_{i} \frac{f_{\rm i}}{\omega_{\rm i}^2 - \omega^2},\tag{3}$$

a 表示在电场作用下的能级,  $f_i$  表示参考能级与其他能级之间的跃迁振子强度,  $\omega_i$  表示振子强度对应的频率,  $\omega$  表示外场频率,  $\sum$  表示各个有效能级对参考能级的电偶极作用求和. 当  $\omega = 0$  时, 上式就表示参考能级的静态极化率.

所以要得到 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 钟跃迁频率的黑体辐射频 移, 需要求得能级 5d<sup>10</sup>6s<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> (F = 0) 和 5d<sup>9</sup>6s<sup>2</sup> <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> (F = 2) 的静态极化率差:

$$\Delta a(0) = a_{2S_{1/2}}(0) - a_{2D_{5/2}}(0). \tag{4}$$

从 NIST 原子光谱数据库查得的振子强度分别如 表 1 和表 2 所示.

将频率和振子强度带入(3)式,得到:

$$\begin{aligned} a_{^{2}D_{5/2}}(0) &= 3.37 \times 10^{-40}, \\ a_{^{2}S_{1/2}}(0) &= 4.48 \times 10^{-40}, \\ \Delta a(0) &= 1.11 \times 10^{-40}, \end{aligned} \tag{5}$$

表 1 跃迁到能级  $5d^{10}6s^2S_{1/2}$  (F = 0)的振子强度、跃迁波长及不确定度

跃迁	振子强度 f	波长/Å	波长误差/Å
$5d^{10}6s^2S_{1/2}-5d^{10}8p^2P_{3/2}$	$1.8 \times 10^{-3}$	782.5003	0.0001
$5 {\rm d}^{10} 6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^{10} 8 {\rm p}^2 P_{1/2}$	$2.9 \times 10^{-3}$	787.7623	0.0001
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{3/2}, {}^1 p_1)_{3/2}$	$3.7 \times 10^{-3}$	802.4729	0.0001
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{3/2}, {}^1 p_1)_{1/2}$	$1.4 \times 10^{-2}$	821.3300	0.0002
$5{\rm d}^{10}6{\rm s}^2S_{1/2}-5{\rm d}^{10}7{\rm p}^2P_{3/2}$	$1.4 \times 10^{-2}$	893.0847	0.0001
$5 { m d}^{10} 6 { m s}^2 S_{1/2} - 5 { m d}^9 6 { m s} 6 { m p}  (^2 D_{3/2}, {}^3 p_2)_{3/2}$	$3.3 \times 10^{-1}$	915.821	0.0001
$5{\rm d}^{10}6{\rm s}^2S_{1/2}-5{\rm d}^{10}7{\rm p}^2P_{1/2}$	$8.3 \times 10^{-1}$	923.3765	0.0001
$5 { m d}^{10} 6 { m s}^2 S_{1/2} - 5 { m d}^9 6 { m s} 6 { m p}  (^2 D_{3/2}, {}^3 p_2)_{1/2}$	$9.3 \times 10^{-2}$	940.7391	0.0003
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{5/2}, {}^1 p_2)_{3/2}$	$4.3 \times 10^{-2}$	942.6313	0.0001
$5 { m d}^{10} 6 { m s}^2 S_{1/2} - 5 { m d}^9 6 { m s} 6 { m p}  (^2 D_{3/2}, {}^3 p_1)_{1/2}$	$2.8 \times 10^{-1}$	962.7113	0.0001
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{3/2}, {}^3 p_1)_{3/2}$	$1.9 \times 10^{-1}$	969.1437	0.0001
$5 { m d}^{10} 6 { m s}^2 S_{1/2} - 5 { m d}^9 6 { m s} 6 { m p}  (^2 D_{3/2}, {}^3 p_0)_{3/2}$	$3.8 \times 10^{-1}$	1029.9109	0.0002
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{5/2}, {}^3 p_1)_{1/2}$	$4.9 \times 10^{-5}$	1039.6315	0.0003
$5 { m d}^{10} 6 { m s}^2 S_{1/2} - 5 { m d}^9 6 { m s} 6 { m p}  (^2 D_{5/2}, {}^3 p_2)_{3/2}$	$1.8 \times 10^{-2}$	1062.7802	0.0003
$5 {\rm d}^{10}6 {\rm s}^2 S_{1/2} - 5 {\rm d}^9 6 {\rm s} 6 {\rm p}  (^2 D_{5/2}, {}^3 p_1)_{3/2}$	$3.1 \times 10^{-2}$	1160.3825	0.0001
$5d^{10}6s^2S_{1/2} - 5d^{10}6p^2P_{3/2}$	$9.8 \times 10^{-1}$	1649.9373	0.0002
$5 \mathrm{d}^{10} \mathrm{6} \mathrm{s}^2 S_{1/2} - 5 \mathrm{d}^{10} \mathrm{6} \mathrm{p}^2 P_{1/2}$	$4.2 \times 10^{-1}$	1942.2729	0.0004

跃迁	振子强度 f	波长/Å	波长误差/Å
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^{10}6{\rm f}^2F_{7/2}$	$2.1 \times 10^{-4}$	1022.9666	0.0002
$5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} - 5d^{10}8p^2P_{3/2}$	$1.8 \times 10^{-3}$	1083.6484	0.0001
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s6p\ (^2D_{3/2},\ ^1p_1)_{3/2}$	$2.5 \times 10^{-3}$	1122.3323	0.0001
$5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} - 5d^{10}5f^2F_{5/2}$	$6.2 \times 10^{-4}$	1137.6988	0.0001
$5{\rm d}^96{\rm s}^{2}\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^{10}5{\rm f}^2F_{7/2}$	$2.4 \times 10^{-3}$	1141.0425	0.0001
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s$ 6p ( $^2D_{3/2},\ ^1p_1)_{5/2}$	$4.6 \times 10^{-3}$	1156.7945	0.0001
$5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} - 5d^{10}7p^2P_{3/2}$	$1.1 \times 10^{-1}$	1307.9275	0.0001
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s$ 6p ( $^2D_{3/2},\ ^3p_2)_{5/2}$	$1.8 \times 10^{-1}$	1321.7117	0.0002
$5\mathrm{d}^9\mathrm{6s}^2\ ^2D_{5/2}-5\mathrm{d}^9\mathrm{6s6p}\ (^2D_{3/2},\ ^3p_2)_{7/2}$	$1.9 \times 10^{-1}$	1331.7384	0.0002
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s6p\ (^2D_{3/2},\ ^3p_2)_{3/2}$	$4.6 \times 10^{-3}$	1357.2752	0.0002
5d $^9$ 6s $^2$ $^2D_{5/2}$ – 5d $^9$ 6s6p ( $^2D_{5/2}$ , $^1p_1$ ) $_{5/2}$	$4.4 \times 10^{-1}$	1361.2645	0.0002
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s6p\ (^2D_{5/2},\ ^1p_1)_{7/2}$	$7.2 \times 10^{-1}$	1414.4185	0.0003
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}\ (^2D_{5/2},\ ^1p_1)_{3/2}$	$2.2 \times 10^{-1}$	1417.0049	0.0001
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}\ (^2D_{3/2},\ ^3p_1)_{3/2}$	$8.3 \times 10^{-2}$	1477.7761	0.0003
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}6{\rm p}\ (^2D_{3/2},\ ^3p_1)_{5/2}$	$2.1 \times 10^{-3}$	1530.2981	0.0004
$5{\rm d}^96{\rm s}^2~^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}~(^2D_{3/2},{}^3p_0)_{3/2}$	$5.3 \times 10^{-3}$	1623.8736	0.0005
$5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} - 5d^96s6p \ (^2D_{5/2}, \ ^3p_2)_{5/2}$	$1.3 \times 10^{-2}$	1672.5341	0.0006
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}\ (^2D_{5/2},\ ^3p_2)_{7/2}$	$6.7 \times 10^{-4}$	1675.8072	0.0006
$5d^96s^2\ ^2D_{5/2}-5d^96s6p\ (^2D_{5/2},\ ^3p_2)_{3/2}$	$6.7 \times 10^{-4}$	1707.1194	0.0007
$5{ m d}^96{ m s}^2~^2D_{5/2}-5{ m d}^96{ m s}$ 69 ( $^2D_{5/2},^3p_1)_{3/2}$	$2.1 \times 10^{-2}$	1973.7938	0.0003
$5{\rm d}^96{\rm s}^2\ ^2D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}\ (^2D_{5/2},\ ^3p_1)_{5/2}$	$9.9 \times 10^{-3}$	2026.8598	0.0003
$5{\rm d}^96{\rm s}^{2\ 2}D_{5/2}-5{\rm d}^96{\rm s}{\rm 6p}\ (^2D_{5/2},^3p_1)_{7/2}$	$-5 \times 10^{-2}$	2052.8242	0.0006
5d $^9$ 6s $^2$ $^2D_{5/2}$ – 5d $^9$ 6s6p ( $^2D_{5/2}$ , $^3p_0$ ) <sub>5/2</sub>	$6.1 \times 10^{-3}$	2262.2762	0.0005
$5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} - 5d^{10}6p^2P_{3/2}$	$5.1 \times 10^{-3}$	3983.9312	0.0005

表 2 跃迁到能级  $5d^96s^{22}D_{5/2}$  (F = 2)的振子强度、跃迁波长及不确定度

得到<sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 钟跃迁频率的黑体辐射相对频移为

$$\Delta \nu / \nu_0 = -\frac{\pi k^4 T^4 \Delta \alpha(0)}{60 \varepsilon_0 \hbar^4 c^3 \nu_0} \\ \approx -5.4 \times 10^{-17} (T/300)^4.$$
(7)

显然,室温下黑体辐射相对频移约为  $-5.4 \times 10^{-17}$ ,该结果与 NIST 的 Bize 等  $^{[26,27]}$ 估计的结果  $-7.5 \times 10^{-17}$ 接近.

3 黑体辐射相对频移不确定度的估算

在 NIST 数据库中查到的波长和振子强度的误 差会带来极化率的不确定性, 而极化率不确定度和 温度误差会带来频移的不确定度, 因此需要综合考 虑其对黑体辐射频移不确定度的贡献, 这里采用标 准偏差处理方法来估算频移不确定度.

假设变量 z 对自变量 x, y 的函数为 f(x, y),其

标准偏差为

$$\sigma(z) = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2},$$
(8)

如果有多个自变量,则以此类推,其中 $\Delta x$ , $\Delta y$ 是 自变量x,y的误差.通过此方法可以利用振子强 度和频率 $\omega_i$ 的不确定度计算得到能级极化率不确 定度.根据(3)和(8)式,可以得到极化率不确定度 表达式:

$$\sigma(\alpha_{\rm a}(0)) = \frac{e^2}{m_{\rm e}} \sqrt{\sum_i \left(\frac{\Delta f_i^2}{\omega_i^4} + \frac{4f_i^2 \Delta \omega_i^2}{\omega_i^6}\right)}.$$
 (9)

从 NIST 数据库中查得的振子强度是利用 Hartree-Fock 方法得到的电偶极元素和中间态 耦合波函数通过径向电偶极积分得到,由于难以 估算该理论的精度,所以 NIST 数据库没有估算 其不确定度 <sup>[28]</sup>,但是可以确定振子强度不确定度 与振子强度之比  $\Delta f_i/f_i \leq 1$ ,考虑最大不确定度, 取  $\Delta f_i/f_i = 1$ . 将振子强度和频率  $\omega_i$  的不确定度 带入 (9) 式:

$$\sigma(\alpha_{{}^{2}S_{1/2}}(0)) = 2.5 \times 10^{-40}, \tag{10}$$

$$\sigma(\alpha_{2_{D_{5/2}}}(0)) = 1.4 \times 10^{-40}, \tag{11}$$

$$\sigma(\Delta \alpha_a(0)) = \sqrt{\sigma(\alpha_{2S_{1/2}}(0))^2 + \sigma(\alpha_{2D_{5/2}}(0))^2}$$
  
= 2.8 × 10<sup>-40</sup>. (12)

根据(8)式,黑体辐射不确定度表达式为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = -\frac{\pi k^4 T^3}{60\varepsilon_0 \hbar^4 c^3 \nu_0} \times \sqrt{16(\Delta\alpha(0))^2 \delta T^2 + T^2(\sigma(\Delta\alpha(0)))^2}.$$
(13)

将 (5) 和 (12) 式带入 (13) 式, 相对频移不确定度随 温度的变化关系为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = 1.63 \times 10^{-19} (T/300)^3 \times \sqrt{19.7\delta T^2 + 7.84T^2}.$$
 (14)

在室温下, 假设  $\delta T = 0.5$  K, 其相对频移不确 定度为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = 1.4 \times 10^{-16}.$$
 (15)

根据 (7) 和 (14) 式, 做出了黑体辐射相对频移 及其最大不确定度随温度的变化曲线, 分别如图 1 和图 2 所示.



图 1 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 的黑体辐射相对频移 (a) 0—300 K 温度范围相对频移变化曲线, 横坐标 T 表示温度, 纵坐标表示黑体辐射相 对频移; (b) 在 0—100 K 温度范围内, 相对频移随温度的变化曲线, 在 70—100 K 温度范围内, 相对频移在 10<sup>-19</sup> 量级, 在 70 K 以下的温度范围, 其相对频移量级小于 10<sup>-20</sup>



图 2 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 的黑体辐射相对频移不确定度 (a) 0—300 K 温度范围内黑体辐射相对频移不确定度变化曲线, 横坐标表示温度, 纵坐标表示相对频移不确定度; 由于坐标范围过大, δT 分别为 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 的曲线重合在一起, 不能分辨, 也进一步说明 光频标系统的温度误差对系统不确定度影响可以忽略; (b) 将 281.74 K 附近的图像放大, 可以分辨出不同 δT 值的曲线分布情况, 在相同温度下, 温度误差越小不确定度越小, 但相差不大

从图 1 中可以看出,随着温度升高汞离子黑体 辐射相对频移逐渐增大,相对频移增幅也逐渐变 大,在 20—35 K,35—65 K,65—110 K,110—200 K, 200—300 K 温度范围内黑体辐射相对频移分别 在 10<sup>-21</sup>, 10<sup>-20</sup>, 10<sup>-19</sup>, 10<sup>-18</sup>, 10<sup>-17</sup> 量级.从图 2 中可以看出,温度误差对黑体辐射相对频移不确定 度的影响很小,可以忽略.在 30—50 K,50—90 K, 90—155 K,155—280 K,280—300 K 温度范围内 黑体辐射相对频移不确定度分别在 10<sup>-20</sup>, 10<sup>-19</sup>, 10<sup>-18</sup>, 10<sup>-17</sup>, 10<sup>-16</sup> 量级.因此在超低温环境下,汞 离子光频标系统的准确度及其不确定度受黑体辐 射影响可以忽略不计.

# 4 几种光频标黑体辐射频移比较

目前研究较多的离子光频标系统主要 有<sup>27</sup>Al<sup>+</sup>, <sup>43</sup>Ca<sup>+</sup>, <sup>88</sup>Sr<sup>+</sup>, <sup>115</sup>In<sup>+</sup>, <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup>等, 它们都 会受黑体辐射影响而产生频移, 在相同温度条件下 它们有的受黑体辐射影响较小, 有的较大. 表 3 是 室温下几种光频标的黑体辐射相对频移及其不确 定度.

本文估算得到在室温下汞离子黑体辐射相对 频移为 -5.4×10<sup>-17</sup>,结合表 3 可以知道,Al<sup>+</sup> 光频 标受黑体辐射影响较小,在室温下达到 10<sup>-18</sup> 量级, 其余的原子整体来说差别不大,黑体辐射相对频移 普遍都在 10<sup>-16</sup> 量级.对于 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 光频标而言,室 温下其黑体辐射相对频移在 10<sup>-17</sup> 量级,相对于其 他光频标而言受黑体辐射影响较小.由于汞离子易 与环境中的氢发生化合作用,且汞原子在室温下也 易生成汞分子,所以通常会将其物理环境制冷到液 氦温度 (4 K),以保证单个汞离子长期稳定的被俘 获在阱中.在这种情况下,黑体辐射对汞离子光频 标所造成的相对频移已经低于 10<sup>-20</sup> 量级, 完全可以忽略不计.

表 3 室温下几种光频标的黑体辐射相对频移及其不确定度

	跃迁	相对频移	不确定度	参考文献
$^{115}$ In $^+$	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-7 \times 10^{-17}$	/	[29]
$^{27}\mathrm{Al}^+$	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-3.66\times10^{-18}$	$6\times 10^{-19}$	[23]
$^{171}$ Yb $^+$	$^2S_{1/2} \rightarrow ^2F_{7/2}$	$-2.5\times10^{-16}$	$1\times 10^{-16}$	[30]
$^{24}$ Mg	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-3.9\times10^{-16}$	$1\times 10^{-17}$	[12]
$^{88}\mathrm{Sr}^+$	$5S \rightarrow 4d_{5/2}$	$5.62\times 10^{-16}$	$2\times 10^{-17}$	[16]
<sup>43</sup> Ca	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-2.6\times10^{-15}$	$4\times 10^{-17}$	[12]
$^{171}$ Yb	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-2.6\times10^{-15}$	$3\times 10^{-16}$	[12]
<sup>88</sup> Sr	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-5.5\times10^{-15}$	$7\times 10^{-17}$	[12]
$^{43}\mathrm{Ca^+}$	$4S \to 3d_{5/2}$	$9.24\times 10^{-16}$	$2\times 10^{-17}$	[14]
$^{199}$ Hg	${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$	$-1.6\times10^{-16}$	$2\times 10^{-19}$	[15]

### 5 结 论

本文利用美国 NIST 数据库提供的 <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> 各个跃迁振子强度, 计算了黑体辐射场对原子系 统 5d<sup>10</sup>6s<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> (F = 0) 和 5d<sup>9</sup>6s<sup>2</sup> <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> (F = 2) 能级的极化率. 同时利用黑体辐射相对频移公 式得出了汞离子光频标的黑体辐射相对频移 为  $-5.4 \times 10^{-17}$ , 并利用通用误差分析方法得出了 其频移不确定度. 通过比较国际上几种主流光频标 的黑体辐射相对频移及其不确定度, 得出黑体辐射 对汞离子光频标影响相对较小 (铝离子除外). 如果 将汞离子放置在低温环境中, 其受到的黑体辐射相 对频移低于  $10^{-20}$  量级, 比起其他效应所造成的影 响 (二阶 Doppler、二阶 Zeeman 效应、电四极频移 等 <sup>[31]</sup>) 可以忽略不计.

- Bender P L, Hall J L, Garstang R H, Pichanick F M J, Smith W W, Barger R L, West B J 1976 *Bull. Am. Phys. Soc.* 21 599
- [2] Rosenband T, Hume C W, Chou D B, Brusch A, Lorini L, Oskay W H, Drullinger R E, Fortier T M, Stalnaker J E, Diddams S A, Swann W C, Newbury N R, Itano W M, Wineland D J, Bergquist J C 2008 Science 319 1808
- [3] Mowat J R 1972 Phys. Rev. A 5 1059
- [4] Simon E, Laurent P, Clairon A 1998 Phys. Rev. A 57 426
- [5] Gao W, Ke X Z, Liu H F 2000 Acta Opt. Sin. 20 3 (in Chinese) [高卫, 柯熙政, 刘海峰 2000 光学学报 20 3]
- [6] Godone A, Calonico D, Levi F, Micalizio S, Calosso C 2005 Phys.

*Rev.* A **71** 063401

- [7] Angstmann E J, Dzuba V A, Flambaum V V 2006 Phys. Rev. A 74 023405
- [8] Beloy K, Safronova U I, Derevianko A 2006 Phys. Rev. Lett. 97 040801
- [9] Angstmann E J, Dzuba V A, Flambaum V 2006 Phys. Rev. Lett. 97 040802
- [10] Vanier J, Mandache C 2007 Appl. Phys. B 87 565
- [11] Farley J W, Wing W H 1981 Phys. Rev. A 23 2397
- [12] Safronova M S, Jiang D S, Safronova U I 2010 Phys. Rev. A 82 022510

- [13] Safronova U I 2010 Phys. Rev. A 82 022504
- [14] Safronova U I 2010 Phys. Rev. A 81 052506
- [15] Berengut J C, Flambaum V V, Lacroix J K 2009 Phys. Rev. A 80 064101
- [16] Safronova U I, Safronova M S 2009 Phys. Rev. A 79 022512
- [17] Porsev S G, Derevianko A 2006 Phys. Rev. A 74 020502
- [18] Rosenband T, Itano W M, Schmidt P O, Hume D B, Koelemeij J C J, Bergquist J C, Wineland D J 2006 *Proceedings of the 20th EFTF*, Braunschweig, Germany, 27–30, March 2006 pp289–292
- [19] Arora B, Safronova M S, Clark C 2007 Phys. Rev. A 76 064501
- [20] Safronova M S, Johnson W R 2007 Adv. at. Mol. Opt. Phys. 55 191
- [21] Hachisu H, Miyagishi K, Porsev S G, Derevianko A, Ovsiannikov V D, Palchikov V G, Takamoto M, Katori H 2008 *Phys. Rev. Lett.* 100 053001
- [22] Jiang D S, Arora B, Safronova M S, Clark C W 2009 J. Phys. B: Mol. Opt. Phys. 42 154020
- [23] Kallay M, Nataraj H S, Sahoo B K, Das B P, Visscher L 2011

Phys. Rev. A 83 030503

- [24] Folcke N, Bartlett R J 2004 J. Chem. Phys. 121 22
- [25] Zhou S X 1979 Quantum Mechanics (Beijing: Higher Education Press) p5 (in Chinese) [周世勋 1979 量子力学教程 (北京: 高等 教育出版社) 第 5 页]
- [26] Bize S, Diddams S A, Tanaka U, Tanner C E, Oskay W H, Drullinger R E, Parker T E, Heavner T P, Jefferts S R, Hollberg L, Itano W M, Bergquist J C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 150802
- [27] Itano W M 2000 J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. 105 829
- [28] Sansonetti C J, Joseph R 2001 Phys. Scripta 63 219
- [29] Becker T, Zanthier J V, Nevsky A Y, Schwedes C, Skvortsov M N, Walther H, Peik E 2001 Phys. Rev. A 63 051802
- [30] Hosaka K, Webster S A, Stannard A, Walton B R, Margolis H S, Gill P 2009 Phys. Rev. A 79 033403
- [31] Lorini L, Ashby N, Brusch A, Diddams S, Drullinger, Eason E, Fortier T, Hastings P, Heavner T, Hume D, Itano W, Jefferts S, Newbury N, Parker T, Rosenband T, Stalnaker J, Swann W, Wineland D, Bergquist J 2008 Eur. Phys. J. Special Topics 163 19

# Blackbody-radiation shift in a <sup>199</sup>Hg<sup>+</sup> ion optical frequency standard<sup>\*</sup>

Liu Li-Hui Zou Hong-Xin $^\dagger$ Liu Qu Li Xi

(Department of Physics, National University of Denfense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 1 September 2011; revised manuscript received 21 September 2011)

#### Abstract

The background blackbody radiation causes the shift of the hyperfine energy level and affects the accuracy of the optical frequency standard. The polarizabilities of the hyperfine energy levels  $5d^{10}6s^2S_{1/2}$  (F = 0) and  $5d^96s^2 {}^2D_{5/2}$  (F = 2) of  ${}^{199}\text{Hg}^+$  are evaluated and the relative frequency shift at room temperature due to blackbody radiation is calculated to be  $-5.4 \times 10^{-17}$ . Finally the effect of blackbody radiation on single  ${}^{199}\text{Hg}^+$  optical frequency standard is discussed at an ultralow temperature.

**Keywords:** mercury ion optical frequency standard, blackbody radiation, relative frequency shift, accuracy **PACS:** 31.15.vj, 07.60.Rd, 31.15.ag

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10904174) and Hunan Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. 11JJ2004).

<sup>†</sup> E-mail: hxzou@nudt.edu.cn