

一种适用于任意阶空间差分有限差分方法的色散介质通用吸收边界条件算法*

颀孙旭[†] 马西奎

(电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安交通大学电气工程学院, 西安 710049)

(2011年7月14日收到; 2011年9月22日收到修改稿)

基于伸展坐标完全匹配层方程和辅助微分方程方法, 给出了一种在时域有限差分 (FDTD) 计算中适用于常见色散介质的通用边界条件算法. 该算法适用于任意阶的 FDTD 空间差分, 并且由于所采用的 $D-H$ 方程独立于计算区域, 所以可以被用于截断任意电介质. 数值试验结果表明, 与卷积完全匹配层算法相比较, 所提出的吸收边界条件算法不仅通用性强、计算复杂度低、计算时间短, 并且吸收效果有明显的提高.

关键词: 时域有限差分, 完全匹配层边界条件, 辅助微分方程法, 色散介质

PACS: 02.70.Bf, 41.20.Jb

1 引言

时域有限差分 (FDTD) 方法作为一种高效的数值方法, 已经被广泛地应用于各种时域电磁问题的数值模拟中. 但是由于受计算机容量的限制, FDTD 方法只能用于模拟有限的空间区域. 因此, 当模拟无限空间中的电磁波传播和电磁散射问题时, FDTD 网格需要在所需计算的空间某处被截断, 同时在截断处也必须设置一种吸收边界条件, 使得传输到截断处的波被边界吸收而不产生反射, 从而达到模拟无限大区域的目的. 自从 FDTD 方法提出以来, 吸收边界条件就一直是研究的热点之一. 当然, 要达到完全吸收是不可能的, 但已提出的一些吸收边界条件可达到很好的吸收效果. 从最初广泛使用的辐射边界条件, 如 Mur 边界条件^[1], 到 20 世纪 90 年代中期发展的基于分裂场技术的完全匹配层 (PML)、单轴各向异性完全匹配层 (APML, UPML) 以及伸展坐标完全匹配层 (SC-PML) 吸收边界条件^[2-5], 直至近几年发展的卷积完全匹配层 (CPML)^[6] 吸收边界条件, 截断边界条件的效果越来越好, 在许多场合甚至可视为截断边界处基本

无反射. 特别是 PML 理论模型的建立及其在 FDTD 方法中的实现, 使吸收边界条件的研究向前迈进了一大步. 这些吸收边界条件不仅吸收斜入射波的能力大大提高, 而且明显地增强了对倏逝波的衰减.

近年来, FDTD 方法在色散介质电磁波传播和散射问题计算的应用中也得到了很大的进展. 例如, 已经提出的方法有递归卷积 (RC) 法^[7]、分段线性递归卷积 (PLRC) 法^[8]、电流密度卷积 (JEC) 法^[9,10]、分段线性电流密度递归卷积 (PLCDRC) 法^[11,12]、辅助微分方程 (ADE) 法^[13,14] 和 Z 变换法^[15]. 其中, PLRC 法、PLCDRC 法、ADE 法和 Z 变换法都具有二阶计算精度, 但 ADE 法的导出过程和计算公式最为简单. 截断色散介质所使用的边界条件主要有 Mur 边界条件、UPML 和 CPML 吸收边界条件. 其中, CPML 吸收边界条件具有最好的吸收效果. 但是, CPML 吸收边界条件的设置和处理却要受到被截断色散介质类型的影响^[16]. 这一特性要求在处理不同类型的色散介质时编制相应的程序, 使得算法程序的通用性差, 并且实现 CPML 的递归卷积过程也比较复杂.

在 SC-PML 方程基础上, 本文使用 ADE 法建立了适用于色散介质的通用复频移完全匹配

* 国家自然科学基金 (批准号: 50877055) 资助的课题.

[†] E-mail: zhuansunxu@yahoo.cn

层 (CFS-PML)^[17] 吸收边界条件的 $\mathbf{D}-\mathbf{H}$ 方程, 称之为 ADE-CPML. 将常见的三种色散介质的本构方程表示为有理分式形式, 通过 ADE 法对其进行离散, 从而获得 FDTD 计算中 $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{E}$ 的迭代方程. 这种通用吸收边界条件可直接应用于在时间上使用二阶差分而在空间上使用任意阶差分的 FDTD 方法. 与 CPML 吸收边界条件相比, 它们两者需要相同数量的辅助变量, 但 ADE-CPML 吸收边界条件在 FDTD 方法中的迭代方程却可以直接通过 ADE 法来获得, 无需进行复杂的卷积计算, 使得计算复杂度较低、计算时间明显缩短, 并且具有较好的吸收效果.

2 色散介质 SC-PML 的通用公式

在 SC-PML 区域中, 为实现吸收边界条件, 经变形处理后的两个麦克斯韦旋度方程为

$$\nabla_s \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D}, \quad (1)$$

和

$$\nabla_s \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H}, \quad (2)$$

式中 \mathbf{E} 为电场强度, \mathbf{H} 为磁场强度, \mathbf{D} 为电通量密度, μ 为介质的磁导率. 算子 ∇_s 的表达式为

$$\nabla_s = \hat{x} \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{1}{s_y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{1}{s_z} \frac{\partial}{\partial z}, \quad (3)$$

其中, s_i ($i = x, y, z$) 称为 SC-PML 的坐标伸展因子. 这里, 使用如下复频移坐标伸展因子^[17]

$$s_i = \kappa_i + \frac{\sigma_i}{\alpha_i + j\omega \varepsilon_0}, \quad (4)$$

式中 κ_i 为大于等于 1 的实数, σ_i 与 α_i 均为大于等于零的实数, ε_0 为真空中的介电常数. 介质的本构方程为

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \mathbf{E}, \quad (5)$$

其中 $\varepsilon_r(\omega)$ 为介质的复相对介电常数. 为了简要起见, 这里以安培环路定律的 x 分量为例, 给出通用算法的表达式. 安培环路定律的 x 分量可以表示为

$$j\omega D_x = \frac{1}{s_y} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{1}{s_z} \frac{\partial}{\partial z} H_y. \quad (6)$$

基于这一 $\mathbf{D}-\mathbf{H}$ 方程, 本文所给出的 SC-PML 边界条件算法可以很容易地应用于一般电介质, 例如色散介质、各向异性介质以及非线性介质. 电场强度只需要根据介质的本构方程来获得. 将复频移坐标

伸展因子 (4) 式代入 (6) 式中, 可得

$$j\omega D_x = \frac{(\alpha_y + j\omega \varepsilon_0) \partial H_z / \partial y}{\kappa_y \alpha_y + \sigma_y + j\omega \varepsilon_0 \kappa_y} - \frac{(\alpha_z + j\omega \varepsilon_0) \partial H_y / \partial z}{\kappa_z \alpha_z + \sigma_z + j\omega \varepsilon_0 \kappa_z}. \quad (7)$$

引入与 D_x 位于同一 FDTD 网格点 $(i + 1/2, j, k)$ 的如下两个辅助变量 F_{xy} 和 F_{xz} ,

$$F_{xy} = \frac{\partial H_z / \partial y}{\kappa_y \alpha_y + \sigma_y + j\omega \varepsilon_0 \kappa_y}, \quad (8)$$

$$F_{xz} = \frac{\partial H_y / \partial z}{\kappa_z \alpha_z + \sigma_z + j\omega \varepsilon_0 \kappa_z}. \quad (9)$$

将 (8) 和 (9) 式代入 (7) 式中, 可得

$$j\omega D_x = (\alpha_y + j\omega \varepsilon_0) F_{xy} - (\alpha_z + j\omega \varepsilon_0) F_{xz}. \quad (10)$$

分别离散 (8), (9) 和 (10) 式, 可得

$$F_{xy}^{n+1} = \frac{2\varepsilon_0 \kappa_y - \Delta t (\kappa_y \alpha_y + \sigma_y)}{2\varepsilon_0 \kappa_y + \Delta t (\kappa_y \alpha_y + \sigma_y)} F_{xy}^n + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_0 \kappa_y + \Delta t (\kappa_y \alpha_y + \sigma_y)} \times \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} \right]^{n+1/2}, \quad (11)$$

$$F_{xz}^{n+1} = \frac{2\varepsilon_0 \kappa_z - \Delta t (\kappa_z \alpha_z + \sigma_z)}{2\varepsilon_0 \kappa_z + \Delta t (\kappa_z \alpha_z + \sigma_z)} F_{xz}^n + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_0 \kappa_z + \Delta t (\kappa_z \alpha_z + \sigma_z)} \times \left[\frac{\partial H_y}{\partial z} \right]^{n+1/2}, \quad (12)$$

$$D_x^{n+1} = D_x^n + (\varepsilon_0 + \Delta t \alpha_y / 2) F_{xy}^{n+1} - (\varepsilon_0 - \Delta t \alpha_y / 2) F_{xy}^n - (\varepsilon_0 + \Delta t \alpha_z / 2) F_{xz}^{n+1} + (\varepsilon_0 - \Delta t \alpha_z / 2) F_{xz}^n. \quad (13)$$

对于传统 FDTD 方法来说, 用于近似计算 (11) 与 (12) 式中磁场空间偏微分的差分公式分别为

$$\frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y} = \frac{1}{\Delta y} \left[H_z^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right) \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial z} = \frac{1}{\Delta z} \left[H_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (15)$$

对于在空间上使用高阶差分的 FDTD 方法, 则有如

下差分公式:

$$\frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y} = \sum_l a(l) \frac{H_z^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} + l, k \right)}{\Delta y}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial z} = \sum_l a(l) \frac{H_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} + l \right)}{\Delta z}. \quad (17)$$

式中 $a(l)$ 为相应的高阶空间差分的系数. 不难看出, 本文方法适用于在时间上使用二阶差分, 而在空间上采用任意阶差分的 FDTD 方法.

需要注意的是, 由于可以使用两个临时变量对更新 D_x^{n+1} 时所要用到的 F_{xy}^n 与 F_{xz}^n 进行缓存, 所以在整个迭代过程中只需要引入两个辅助变量. 显然, 这与 CPML 所需的辅助变量数相同, 但本文方法的推导和所使用的公式更为简单.

(11), (12) 以及 (13) 式为 $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{D}$ 的迭代公式. 但是, 要完成整个 FDTD 计算还需要 $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{E}$ 的更新公式. 常见的色散介质模型有德拜、德鲁德和洛伦兹模型, 它们的本构方程可以统一表示为

$$\mathbf{D}(\omega) = \frac{a_1 + a_2 j\omega + a_3 (j\omega)^2}{b_1 + b_2 j\omega + b_3 (j\omega)^2} \mathbf{E}(\omega), \quad (18)$$

式中 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 为与色散介质模型相关的系数. 当在计算中需要使用具有多个极点的色散模型时, 只需要将 (18) 式的右端项进行叠加. (18) 式可以写为

$$\begin{aligned} & \left[b_1 + b_2 j\omega + b_3 (j\omega)^2 \right] \mathbf{D}(\omega) \\ &= \left[a_1 + a_2 j\omega + a_3 (j\omega)^2 \right] \mathbf{E}(\omega). \end{aligned} \quad (19)$$

上式的时域形式为

$$\begin{aligned} & \left[b_1 + b_2 \frac{\partial}{\partial t} + b_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \mathbf{D}(\omega) \\ &= \left[a_1 + a_2 \frac{\partial}{\partial t} + a_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \mathbf{E}(\omega). \end{aligned} \quad (20)$$

离散化 (20) 式, 就可以得到 $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{E}$ 的 FDTD 迭代公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1} &= -\frac{A_2}{A_1} \mathbf{E}^n - \frac{A_3}{A_1} \mathbf{E}^{n-1} + \frac{B_1}{A_1} \mathbf{D}^{n+1} \\ &+ \frac{B_2}{A_1} \mathbf{D}^n + \frac{B_3}{A_1} \mathbf{D}^{n-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $A_1 = \frac{a_2}{2} \Delta t + a_3$, $A_2 = a_1 (\Delta t)^2 - 2a_3$, $A_3 = -\frac{a_2}{2} \Delta t + a_3$, $B_1 = \frac{b_2}{2} \Delta t + b_3$, $B_2 = b_1 (\Delta t)^2 - 2b_3$

和 $B_3 = -\frac{b_2}{2} \Delta t + b_3$. 这里, 在离散 (20) 式的过程中, 我们用到了如下的近似式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f^n &= \frac{f^{n+1} - 2f^n + f^{n-1}}{(\Delta t)^2}, \\ \frac{\partial}{\partial t} f^n &= \frac{f^{n+1} - f^{n-1}}{2\Delta t}. \end{aligned} \quad (22)$$

可见该算法是二阶精度的. 为了节省存储空间, 在 FDTD 的计算过程中可以引入一个中间变量 \mathbf{I} , 将 (21) 式表示为

$$\mathbf{E}^{n+1} = -\frac{A_2}{A_1} \mathbf{E}^n + \frac{B_1}{A_1} \mathbf{D}^{n+1} + \frac{B_2}{A_1} \mathbf{D}^n + \mathbf{I}^n, \quad (23)$$

和

$$\mathbf{I}^{n+1} = \frac{B_3}{A_1} \mathbf{D}^n - \frac{A_3}{A_1} \mathbf{E}^n. \quad (24)$$

由于 \mathbf{D}^n 与 \mathbf{E}^n 可以通过引入两个临时变量进行缓存, 所以在这一计算过程只需要一个中间辅助变量. $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$ 的迭代公式与传统 FDTD 法完全一致. 至此, 我们获得了计算电磁波与色散介质相互作用的完整 FDTD 迭代公式.

3 数值计算结果

算例 1 通用 ADE-CPML 与 CPML 和 UPML 分别用于截断二维德拜色散介质时吸收效果的比较. 为了比较吸收效果, 在采样点定义如下相对误差计算公式:

$$Re(t) = 20 \lg_{10} \frac{|E_y^{\text{PML}}(t) - E_{y\text{ref}}(t)|}{|E_{y\text{ref_max}}|}, \quad (25)$$

其中, $E_y^{\text{PML}}(t)$ 为使用吸收边界条件截断计算区域时采样点的计算值; $E_{y\text{ref}}(t)$ 为使用一个扩大后的计算区域时采样点的计算值, 它要求在模拟过程中边界处无反射, 所以可认为此解为无反射误差的仿真参考解; $E_{y\text{ref_max}}$ 为参考解在整个仿真过程中的最大值. 激励源施加在计算区域的中间节点. 采样点位于计算区域的角顶区, 距离相邻的两个计算区域与吸收边界条件的界面均只有一个 FDTD 空间步长. 德拜色散模型的复相对介电常数表达式为

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau_p} + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}, \quad (26)$$

式中频率为无穷大时的相对介电常数 $\epsilon_\infty = 50$, 静态相对介电常数 $\epsilon_s = 160$, 弛豫时间 $\tau_p = 5.88 \text{ ns}$, 电导率 $\sigma = 0.62 \text{ S/m}$. 这一模型可以用来模拟人

体的肌肉组织. 在 FDTD 计算中所使用的空间步长为 $\Delta x = \Delta y = 2 \text{ mm}$, 时间步长为 $\Delta t = 5.32 \text{ ps}$. 计算区域的大小为 $24\Delta x \times 24\Delta y$, 使用 10 层吸收边界条件截断该区域. 激励源为微分高斯脉冲, 其表达式为

$$J_y(t) = -2 \frac{t-t_0}{t_w} \exp \left[- \left(\frac{t-t_0}{t_w} \right)^2 \right], \quad (27)$$

式中 $t_w = 532 \text{ ps}$ 决定了该脉冲的脉宽, $t_0 = 4t_w$ 为脉冲零点. 如图 1 所示, ADE-CPML 的吸收效果优于 CPML, 且与 UPML 相比有明显的提高.

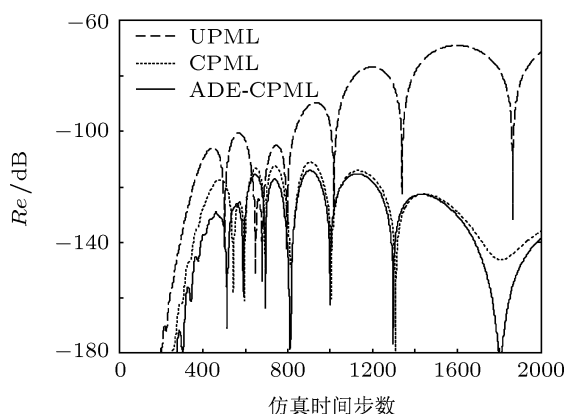


图 1 ADE-CPML 与 UPML, CPML 用于截断德拜色散介质时的吸收效果

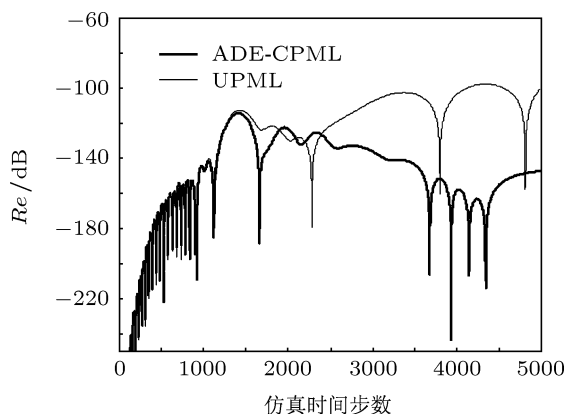


图 2 在阶 FDTD 差分中, ADE-CPML 与 UPML 用于截断德拜色散介质时的吸收效果

在阶差分 FDTD 方法中, 通常使用 UPML 吸收边界条件. 图 2 给出了在小波基阶差分 (DD₁₀) FDTD 方法 [18,19] 中, 分别应用 ADE-CPML 和 UPML 截断德拜色散介质时的吸收效果. 在计算中, 取空间步长为 $\Delta x = \Delta y = 4 \text{ mm}$, 时间步长为 $\Delta t = 1.89 \text{ ps}$. 可以看出, ADE-CPML 的吸收效果优于 UPML, 尤其是其吸收效果在仿真后期

有着非常明显的提高.

算例 2 通用 ADE-CPML 与 CPML 和 UPML 分别用于截断德鲁德色散介质时吸收效果的比较. 德鲁德色散模型的复相对介电常数表达式为

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - j\omega\gamma_p}, \quad (28)$$

式中 $\varepsilon_\infty = 1.0$, $\omega_p = 3\pi \times 10^9 \text{ rad/s}$ 为极点频率, $\gamma_p = 9 \times 10^7 \text{ rad/s}$ 为极点弛豫时间的倒数. 在 FDTD 计算中, 取空间步长为 $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ mm}$, 时间步长为 $\Delta t = 2.34 \text{ ps}$. 计算区域为 $24\Delta x \times 24\Delta y$, 并使用 10 层吸收边界条件进行截断. 激励源为高斯脉冲, 其表达式为

$$g(t) = e^{-(t-\tau)^2/t_0^2}, \quad (29)$$

其中, $t_0 = 3 \times 10^{-11}$, $\tau = 4t_0$. 如图 3 所示, 与 CPML 相比较, ADE-CPML 在吸收效果上有大约 10 dB 的提高, 而 UPML 的吸收效果最差.

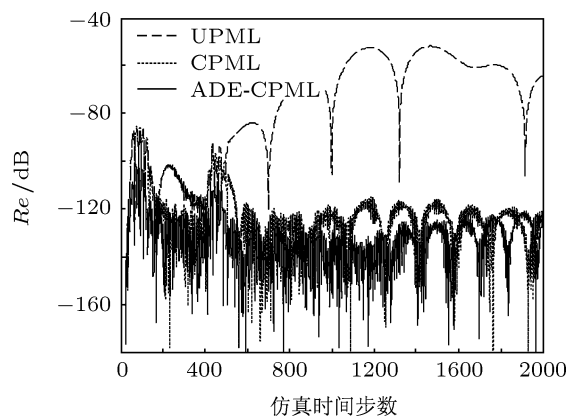


图 3 ADE-CPML 与 UPML, CPML 用于截断德鲁德色散介质时的吸收效果

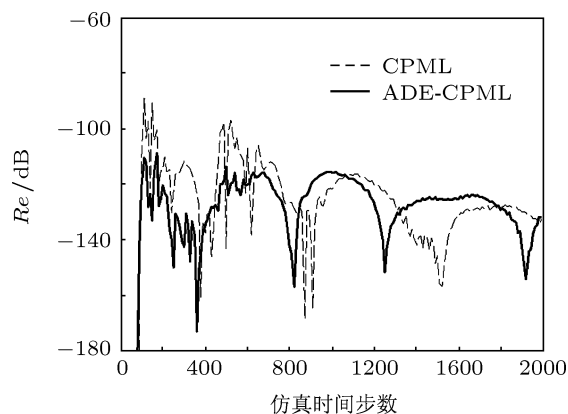


图 4 ADE-CPML 与 CPML 用于截断二阶洛伦兹色散介质时的吸收效果

算例 3 通用 ADE-CPML 与 CPML 用于截断二阶洛伦兹色散介质时的吸收效果. 二阶洛伦兹色散介质模型的复相对介电常数表达式为

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^2 \frac{\Delta\varepsilon_p \omega_p^2}{\omega_p^2 + 2\delta_p j\omega - \omega^2}, \quad (30)$$

式中 $\varepsilon_\infty = 2.25$, $\omega_1 = 2\pi \times 2.0 \times 10^8$ rad/s, $\Delta\varepsilon_1 = 0.3$, $\delta_1 = 0.1\omega_1$, $\omega_2 = 2\pi \times 4.0 \times 10^8$ rad/s,

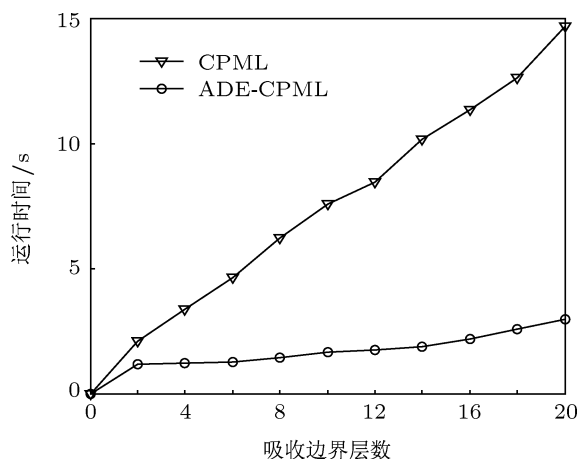


图 5 ADE-CPML 与 CPML 用于截断二阶洛伦兹色散介质时的计算时间

$\delta_2 = 0.1\omega_2$, $\Delta\varepsilon_2 = 0.45$, δ_p 为洛伦兹色散介质的阻尼系数. 在 FDTD 计算中, 取空间步长为 $\Delta x = \Delta y = 5$ mm, 时间步长为 $\Delta t = 10.61$ ps. 计算区域为 $24\Delta x \times 24\Delta y$, 并使用 10 层吸收边界条件进行截断. 如图 4 所示, ADE-CPML 的最大反射误差明显地小于 CPML. 如图 5 所示, ADE-CPML 与 CPML 相比可大大节约计算时间, 提高计算效率.

4 结论

基于 SC-PML 方程和 ADE 方法, 给出了一种适用于色散介质的 FDTD 复频移完全匹配层通用边界条件算法. 该算法可用于任意阶的 FDTD 空间差分. 数值试验结果表明, 与目前常用的 CPML 相比较, 所提出的通用吸收边界条件算法对德拜介质、德鲁德介质以及洛伦兹介质均具有更为良好的吸收效果, 并且计算时间明显缩短. 此外, 与在高阶 FDTD 差分方法中通常使用的 UPML 相比较, 本文所给出的边界条件在吸收效果上有明显提高.

- [1] Mur G 1981 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **23** 377
- [2] Berenger J P 1994 *J. Comput. Phys.* **114** 185
- [3] Sacks Z S, Kingsland D M, Lee D M, Lee J F 1995 *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **43** 1460
- [4] Gedney S D 1996 *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **44** 1630
- [5] Chew W C, Weedon W H 1994 *Micro. Opt. Tech. Lett.* **13** 599
- [6] Roden J A, Gedney S D 2000 *Micro. Opt. Tech. Lett.* **27** 334
- [7] Luebbers R J, Hunsberger F, Kunz K S, Standler R B, Schneider M 1990 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **32** 222
- [8] Kelley D F, Luebbers R J 1996 *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **44** 792
- [9] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 783 (in Chinese) [刘少斌, 莫锦军, 袁乃昌 2004 物理学报 **53** 783]
- [10] Xu L J, Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3470 (in Chinese) [徐利军, 刘少斌, 莫锦军, 袁乃昌 2006 物理学报 **55** 3470]
- [11] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 (in Chinese) [刘少斌, 莫锦军, 袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778]
- [12] Liu S B, Zhu C X, Yuan N C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2804 (in Chinese) [刘少斌, 朱传喜, 袁乃昌 2005 物理学报 **54** 2804]
- [13] Young J L 1995 *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **43** 422
- [14] Joseph R M, Hagness S C, Taflove A 1991 *Opt. Lett.* **16** 1412
- [15] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **40** 1223
- [16] Wei B, Li X Y, Wang F, Ge D B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6174 (in Chinese) [魏兵, 李小勇, 王飞, 葛德彪 2009 物理学报 **58** 6174]
- [17] Kuzuoglu M, Mittra R 1996 *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **6** 447
- [18] Fujii M, Tahara M, Sakagami I, Freude W, Russer P 2004 *IEEE J. Quantum. Elect.* **40** 175
- [19] Fujii M, Tahara M, Sakagami I, Poulton C, Freude W, Russer P 2005 *IEEE J. Quantum. Elect.* **41** 448

An absorbing boundary condition for general dispersive medium and general FDTD spatial scheme*

Zhuansun Xu[†] Ma Xi-Kui

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 14 July 2011; revised manuscript received 22 September 2011)

Abstract

Based on the stretched coordinate perfectly matched layer (SC-PML) formulation and the auxiliary differential equation method, an absorbing boundary condition for general dispersive medium is presented, and applied to both the standard finite difference time domain (FDTD) method and the high-order FDTD method. The proposed $D-H$ formulations are completely independent of the material properties of the FDTD computational domain. Thus they can be directly applied to the simulations involving arbitrary dielectrics. Numerical results show that compared with the CPML, the proposed method is versatile, has an improved absorbing performance and low computational complexity, and can substantially reduce the computational time.

Keywords: finite difference time domain, perfectly matched layer absorbing boundary condition, auxiliary differential equation, dispersive media

PACS: 02.70.Bf, 41.20.Jb

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50877055).

[†] E-mail: zhuansunxu@yahoo.cn