

洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统有限时间稳定 主动控制方法研究*

赵建利^{1)†} 王京¹⁾ 王慧¹⁾²⁾

1) (北京科技大学, 高效轧制国家工程研究中心, 北京 100083)

2) (中国人民公安大学信息安全工程系, 北京 100038)

(2011年10月17日收到; 2012年1月16日收到修改稿)

研究了洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统基于主动控制方法的有限时间稳定问题. 在研究 Terminal 吸引子的基础上, 考虑系统不确定性, 提出一种基于 Terminal 吸引子且具有动态主动补偿特性的主动控制方法, 使受控洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统近似实现有限时间稳定. 同时, 为解决系统不确定性问题, 设计了一种新的观测器, 并使这种观测器能在很短时间内跟踪系统的不确定性. 通过引入奇异扰动性理论, 详细地分析了闭环系统近似有限时间稳定性. 仿真实验结果验证了该主动控制方法及观测器的有效性.

关键词: 主动控制, 有限时间稳定, Terminal 吸引子, 奇异扰动

PACS: 02.40.Xx, 05.45.-a, 05.45.Gg

1 引言

随着人们对混沌现象产生规律及其在科学研究中作用的认识不断加深, 混沌学已成为一门发展迅速、影响深远的前沿科学. 混沌是指发生在确定性系统中类似随机而无规则的运动^[1], 其行为表现为不确定性、复杂和难以预测性. 混沌现象是非线性动力系统的固有特性, 混沌系统是一类普遍存在且重要的非线性系统. 混沌系统的控制不仅是工程界和学术界研究的热点, 也是非线性系统现代控制理论突出研究的一个方面. 在许多实际系统中, 混沌作为一种不期望的现象, 可能导致系统振荡或无规则运动, 进而使系统彻底崩溃^[2]. 因此, 研究混沌系统的稳定控制问题具有重要的理论和现实意义.

到目前为止, 针对混沌系统稳定控制问题, 国内外学者基于不同的控制策略提出了许多混沌控制方法, 如 OGY 控制方法^[3]、自适应控制方法^[4-12]、滑模变结构控制方法^[13-17]、反馈控制方法^[18-25]和自稳定域控制方法^[26]等. 但是, 他

们研究的内容仅仅是混沌系统的稳定或渐近稳定控制. 然而, 在控制理论的发展过程中, 有些系统由于系统工作时间短暂, 不仅要求闭环系统稳定, 而且要求闭环系统能够在有限时间内稳定, 如轧钢过程中轧机自激振动引发混沌现象的控制. 在这种情况下, 系统更需要关注的是有限时间稳定控制. 另外, 由于有限时间稳定控制器中存在分数幂项, 它不仅使得控制系统具有更好的鲁棒性能和抗扰动性能^[27], 而且也使有限时间稳定控制成为现代控制理论重点研究的一个方面. 因此, 针对作为重要非线性系统的混沌系统, 有必要研究其有限时间稳定控制问题.

针对混沌系统的有限时间稳定控制问题, 文献^[28-34]进行了广泛而深入的研究. 其中, 文献^[28, 29]研究了自适应控制方法; 文献^[30, 31]研究了 Lyapunov 函数控制方法; 文献^[32]研究了非奇异 Terminal 滑模控制方法; 文献^[33, 34]给出了保证复杂系统有限时间同步的充分条件, 并把结果应用于耦合 Lorenz 混沌系统, 实现其有限时间同步控制. 但是, 在这些有限时间稳定控制方法中, 所

* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2009AA04Z163) 资助的课题.

† E-mail: jianli791026@yahoo.com.cn

设计的控制律复杂,难以实现.为此,设计一种结构简单、参数调节方便、鲁棒性能良好的控制器十分必要.基于这一目标,本文研究了混沌系统有限时间稳定主动控制,其前期成果已公开发表,详见文献 [35, 36].文献 [35] 研究了混沌系统基于扩张状态观测器的有限时间稳定主动控制,并给出了闭环系统稳定性证明.但是,在不确定性跟踪效果上,本文所设计的观测器好于文献 [35] 中的扩张状态观测器;文献 [36] 研究了混沌系统基于本文所设计观测器的有限时间稳定主动控制,但是在闭环系统稳定性分析、控制器设计及控制器与观测器参数选择上与本文存在差异.一方面,本文所设计的控制器和观测器,其所需参数个数明显少于文献 [36];另一方面,在文献 [36] 中,闭环系统稳定性分析过程没有系统化,只是从一维子系统的角度给出了各子系统有限时间稳定性分析,而本文从向量域角度,在整体上给出了闭环系统的稳定性分析,使该方法更便于使用.

本文首先针对洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统,在研究 Terminal 吸引子的基础上,考虑系统不确定性,提出一种基于 Terminal 吸引子且具有动态主动补偿特性的主动控制方法,使得闭环系统近似实现有限时间稳定控制;其次,为解决系统不确定性问题,设计了一种新的观测器,这种观测器能够在很短时间内跟踪上闭环系统的不确定性;最后,结合奇异扰动性理论,给出观测器跟踪性能及闭环系统近似有限时间稳定性分析.通过仿真实验,验证了该控制方法及观测器的有效性.

2 洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统有限时间稳定主动控制原理

2.1 问题描述及研究内容

洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统的数学描述为 [37]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma y - \sigma x, \\ \dot{y} &= -xz + \gamma x - y, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 x, y, z 为系统状态,满足可测性条件; σ, γ, b 为系统未知参数.令

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0, \quad z(0) = 30,$$

当

$$\sigma = 1.4253, \quad \gamma = 50, \quad b = 0.2778$$

时,洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统产生混沌现象,其对应混沌吸引子的相轨迹如图 1 所示.同时,为了分析问题方便,针对洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统 (1),令系统状态表示为 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$, 其中

$$\xi_1 = x, \quad \xi_2 = y, \quad \xi_3 = z.$$

定义

$$f(\xi) = (f_1(\xi), f_2(\xi), f_3(\xi))^T,$$

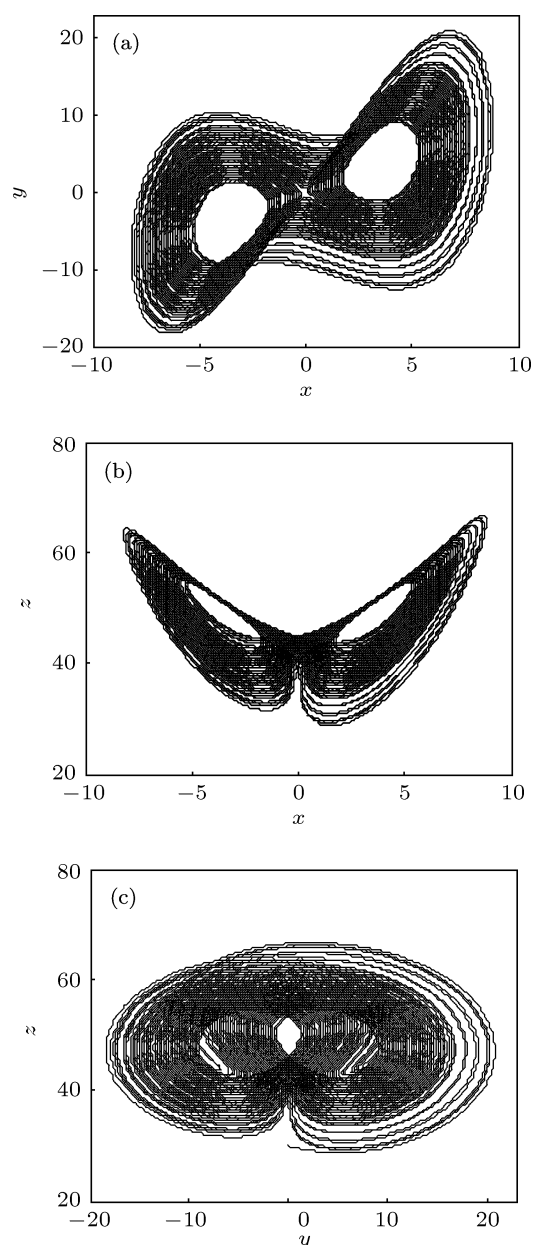


图 1 洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统混沌吸引子的相轨迹 (a) $x-y$; (b) $x-z$; (c) $y-z$

其中 $f_1(\xi) = \sigma y - \sigma x$, $f_2(\xi) = -xz + \gamma x - y$, $f_3(\xi) = xy - bz$. 此时, 混沌系统 (1) 可描述为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= f_1(\xi), \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(\xi), \\ \dot{\xi}_3 &= f_3(\xi). \end{aligned} \quad (2)$$

由于未知参数 σ, γ, b 的存在, 因此 $f(\xi)$ 可看作是洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统 (1) 的不确定性. 另外, 由混沌系统状态的有界性及不确定非线性 $f(\xi)$ 的组成形式, 可知 $f(\xi)$ 满足连续可导和直到一阶导数有界.

为了抑制洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统 (1) 混沌现象的产生, 并使其在有限时间范围内稳定到平衡点 $\xi = 0$, 采用主动控制方法, 使得受控后洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统可描述为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= f_1(\xi) + u_1, \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(\xi) + u_2, \\ \dot{\xi}_3 &= f_3(\xi) + u_3. \end{aligned} \quad (3)$$

由于 $f(0) = 0$, 可得受控系统 (3) 的闭环平衡点为 $(\xi, u) = (0, 0)$, 其中 $u = (u_1, u_2, u_3)^T$.

2.2 Terminal 吸引子

Terminal 吸引子利用平衡点的非 Lipschitz 连续特性, 实现系统的有限时间稳定. 其详细工作原理为: 考虑如下二阶微分方程 [38]

$$\dot{\rho} = -\beta\rho^{q'/p'}, \quad (4)$$

其中, q', p' 为正奇数. 显然, $\rho = 0$ 是 (4) 式的平衡点, 并且 $d\rho$ 满足

$$\frac{d\rho}{d\rho} = -\beta\frac{q'}{p'}\rho^{(q'/p'-1)}, \quad (5)$$

由 (5) 式可得

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} d\rho = \infty. \quad (6)$$

进一步可知, 当 $\rho = 0$ 时, $d\rho$ 不满足 Lipschitz 连续特性. 正是由于这一非 Lipschitz 连续特性, 实现了 (4) 式的有限时间稳定. 同时, 由于当 $\rho \rightarrow 0$ 时, $d\rho$ 趋于 $-\infty$, 则 (4) 式的 Jacobian 矩阵 $[d\rho/d\rho]$ 满足

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{d\rho}{d\rho} = -\infty. \quad (7)$$

即 (4) 式在状态 ρ 趋于平衡点 $\rho = 0$ 时, 其系统特征值趋于 $-\infty$. 这种情况下, 系统轨迹在负无穷大

特征值的驱使下自然会以无穷大的速度收敛至平衡点, 从而导致了有限时间到达平衡点的目的 [38]. 另一方面, 对 (4) 式直接进行求解, 可得对于任一给定初始状态 $\rho(0)$, (4) 式的解均满足

$$\begin{aligned} &\frac{p'}{p' - q'} \left[\rho(t_s)^{(p'-q')/p'} - \rho(0)^{(p'-q')/p'} \right] \\ &= -\beta t_s, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$t_s = \frac{p'}{\beta(p' - q')} |\rho(0)|^{(p'-q')/p'}$$

为 (4) 式状态 ρ 从 $\rho(0)$ 到达 $\rho = 0$ 所经历的时间.

2.3 控制器设计

为了使受控系统 (3) 实现有限时间稳定, 根据 Terminal 吸引子设计具有非线性反馈特性的控制律 u 为

$$\begin{aligned} u_1 &= -k_1 \xi_1^{q/p} - f_1(\xi), \\ u_2 &= -k_2 \xi_2^{q/p} - f_2(\xi), \\ u_3 &= -k_3 \xi_3^{q/p} - f_3(\xi), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $k_1, k_2, k_3 > 0$ 为系统状态反馈增益, q 和 p 为正奇数, 且满足 $p > q$.

可以看出, 控制器 (9) 是一个具有动态主动补偿特性的控制器. 在控制律 (9) 作用下, 受控系统 (3) 变为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -k_1 \xi_1^{q/p}, \\ \dot{\xi}_2 &= -k_2 \xi_2^{q/p}, \\ \dot{\xi}_3 &= -k_3 \xi_3^{q/p}. \end{aligned} \quad (10)$$

根据 Terminal 吸引子可知, 此时洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统实现了有限时间稳定控制. 但是, 由于不确定性 $f(\xi)$ 的存在, 使得控制律 u 无法实现, 为此设计了一种新的观测器, 利用可测量 ξ 对不确定非线性 $f(\xi)$ 进行实时估计, 并利用其估计值 \hat{f} 构建具有动态主动补偿特性的近似反馈控制律 (9), 使受控洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统 (3) 近似实现有限时间稳定控制.

2.4 观测器设计

考虑受控系统 (3), 定义 $\eta_1 = f_1(\xi)$, $\eta_2 = f_2(\xi)$, $\eta_3 = f_3(\xi)$, 为了对 $\eta_i (i = 1, 2, 3)$ 进行实时估计, 在文献 [39] 的基础上 (采用文献 [39] 所述方法, 所设

计的观测器为 $\dot{\hat{\eta}}_i = \tau_e^{-1}(\dot{\xi}_i - u_i^* - \hat{\eta}_i)$, 其中 $\tau_e > 0$), 改进并设计了一种新的观测器, 其表现形式为

$$\dot{\hat{\eta}}_i = \frac{\alpha}{\varepsilon^2}(\dot{\xi}_i - u_i^* - \hat{\eta}_i), \quad (11)$$

其中, $\hat{\eta}_i$ 为 η_i 估计值; $\alpha > 0, \varepsilon > 0$, 且 ε 满足 $\varepsilon \ll 1$; u_i^* 为由 ξ_i 和 $\hat{\eta}_i$ 构成的具有动态补偿特性的控制律 (9), 即

$$u_i^* = -k_i \xi_i^{q/p} - \hat{\eta}_i. \quad (12)$$

在观测器 (11) 中, 由于 $\dot{\xi}_i$ 未知, 使得其无法实现. 于是, 根据文献 [39], 定义 $w_i = (\varepsilon^2/\alpha)\hat{\eta}_i - \xi_i$, 通过对 w_i 求导, 得 (11) 式的可实现形式 [36] 为

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= -u_i^* - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}(w_i + \xi_i), \\ \dot{\hat{\eta}}_i &= \frac{\alpha}{\varepsilon^2}(w_i + \xi_i), \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $w_i(0) = -\xi_i(0), \hat{\eta}_i(0) = 0$. 观测器 (13) 的优点为: 给闭环系统近似有限时间稳定性分析带来方便; 使得其估计值跟踪上系统不确定性 $f(\xi)$ 所需时间是 $O(\varepsilon)$; 进一步缩小参数 ε 的调节范围, 方便观测器参数 ε 的选取.

2.5 受控洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统的近似有限时间稳定性分析

在控制律 (12) 作用下, 受控系统 (3) 变为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -k_1 \xi_1^{q/p} + \eta_1 - \hat{\eta}_1, \\ \dot{\xi}_2 &= -k_2 \xi_2^{q/p} + \eta_2 - \hat{\eta}_2, \\ \dot{\xi}_3 &= -k_3 \xi_3^{q/p} + \eta_3 - \hat{\eta}_3. \end{aligned} \quad (14)$$

定义观测误差 $\delta_1 = \eta_1 - \hat{\eta}_1, \delta_2 = \eta_2 - \hat{\eta}_2, \delta_3 = \eta_3 - \hat{\eta}_3$, 则 (14) 式可描述为

$$\dot{\xi} = F(\xi) + \delta. \quad (15)$$

其中, $F(\xi) = (-k_1 \xi_1^{q/p}, -k_2 \xi_2^{q/p}, -k_3 \xi_3^{q/p})^T, \delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)^T$. 同时, 由 (11) 和 (13) 式可得

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= -\frac{\alpha}{\varepsilon^2} \delta_1 + \dot{f}_1(\xi), \\ \dot{\delta}_2 &= -\frac{\alpha}{\varepsilon^2} \delta_2 + \dot{f}_2(\xi), \\ \dot{\delta}_3 &= -\frac{\alpha}{\varepsilon^2} \delta_3 + \dot{f}_3(\xi), \end{aligned} \quad (16)$$

即

$$\varepsilon^2 \dot{\delta} = A\delta - \varepsilon^2 \dot{f}, \quad (17)$$

其中, 3×3 矩阵 $A = \text{diag}\{-\alpha, -\alpha, -\alpha\}$.

由 (15) 和 (17) 式可得, 在控制律 (12) 作用下, 受控系统 (3) 的闭环运动方程可描述为

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= F(\xi) + \delta, \\ \varepsilon^2 \dot{\delta} &= A\delta - \varepsilon^2 \dot{f}. \end{aligned} \quad (18)$$

由闭环系统 (18) 可以看出, 当 ε 非常小时, 闭环系统 (18) 是一个奇异扰动系统, 为此采用奇异扰动性理论分析闭环系统的近似有限时间稳定性. 同时, 根据奇异扰动性理论 [40,41] 可知, 当 ε 非常小时, 闭环系统 (18) 可能出现脉冲峰值现象, 以至于破坏闭环系统 (18) 的稳定性. 另外, 研究发现这种脉冲峰值现象是由控制律 u_i^* 瞬间非常大直接产生, 为此采用饱和函数 $\text{Sat}(\cdot)$ 对控制律 u_i^* 进行处理, 处理后的控制律 u_i^* 变为

$$u_i^* = \text{Sat}(u_i^*) = \begin{cases} m_i \cdot \text{sign}(u_i^*) & |u_i^*| > m_i, \\ u_i^* & |u_i^*| \leq m_i, \end{cases} \quad (19)$$

其中, $i = 1, 2, 3; m_i$ 为控制律 u_i 在系统状态 ξ 可稳定范围内绝对值的上界.

引理 1 [42,43] 考虑系统

$$\dot{x} = f(x) \quad (x(t_0) = x_0, t \geq t_0), \quad (20)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n; f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为连续的函数向量且满足 $f(0) = 0$. 则系统 (20) 有限时间稳定的充分必要条件是: 系统 (20) 存在连续正定可导的 Lyapunov 函数 $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, V(0) = 0$, 且对于 $\forall x \neq 0$, 满足

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq -\beta_1 (V(x))^{\beta_2}, \quad (21)$$

其中, $\beta_1 > 0, \beta_2 \in (0, 1)$.

定理 1 在控制律 (12) 作用下, 闭环系统 (18) 存在非常小正常数 ε^* , 使得当 $\varepsilon < \varepsilon^*$ 时, 闭环系统 (18) 近似实现有限时间稳定控制.

证明 根据奇异扰动性理论 [41] 可知, 闭环系统 (18) 的稳定性由两个子系统 (降阶系统和边界层系统) 的稳定性所决定. 于是针对闭环系统 (18), 由奇异扰动性理论可知, 当 $\varepsilon = 0$ 时, 方程 $A\delta = 0$ 具有惟一解 $\delta = 0$, 则闭环系统 (18) 的降阶系统 (慢速系统) 为

$$\dot{\xi} = F(\xi), \quad (22)$$

边界层系统 (快速系统) 为

$$\dot{\zeta} = A\zeta, \quad (23)$$

其中, $\dot{\zeta} = d\delta/d\tau, \tau = t/\varepsilon^2$.

针对边界层系统 $\dot{\zeta} = A\zeta$, 由矩阵 A 定义及 Lyapunov 特征值判据 [44], 可得边界层系统 $\dot{\zeta} = A\zeta$ 指数稳定. 同时, 根据 Lyapunov 判据 [44] 可知, 边界层系统 $\dot{\zeta} = A\zeta$ 存在连续正定 Lyapunov 函数 $W(\delta) = \delta^T \delta$. 沿闭环系统 (18) 对 $W(\delta)$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -\frac{2\alpha}{\varepsilon^2} \delta^T \delta + 2\delta^T \dot{f} \\ &\leq -\frac{2\alpha}{\varepsilon^2} W + 2 \left\| \dot{f} \right\| \sqrt{W}, \end{aligned} \quad (24)$$

由于 \dot{f} 有界, 定义 $k_0 = \sup \left\{ \left\| \dot{f} \right\| \right\}$. 令 $c_1 = 4k_0^2/\alpha^2$, 则当 $W(\delta) \geq c_1 \varepsilon^4$ 时, (24) 式可变为

$$\dot{W} \leq -\frac{\alpha}{\varepsilon^2} W. \quad (25)$$

定义闭环系统 (18) 的初始时刻为 t_0 , 令 $c_2 = W(\delta(t_0))$, $c_2 > 0$, 则当 $c_2 \geq c_1 \varepsilon^4$ 时, 闭环系统 (18) 存在正常数 τ_ε ,

$$\tau_\varepsilon = -\frac{\varepsilon^2}{\alpha} \ln \left(\frac{c_1 \varepsilon^4}{c_2} \right), \quad (26)$$

使得 $W(\delta(t))$ 满足

$$W(\delta(t)) \leq c_2 e^{-(\alpha/\varepsilon^2)(t-t_0)} \quad t \in (t_0, t_1], \quad (27)$$

$$W(\delta(t_1)) \leq c_1 \varepsilon^4, \quad (28)$$

其中, $t_1 = t_0 + \tau_\varepsilon$. 由于当 $W(\delta(t)) = c_1 \varepsilon^4$ 时, (25) 式仍然成立, 且 $\dot{W} < 0$, 则可得

$$W(\delta) < c_1 \varepsilon^4 \quad (t > t_1), \quad (29)$$

即 $t \geq t_1$ 时, $W(\delta)$ 是 $O(\varepsilon)$. 根据 Lyapunov 函数 $W(\delta)$ 的定义, 可得 $\|\delta\|$ 满足

$$\|\delta\| < c_3 \varepsilon^2 \quad (t > t_1), \quad (30)$$

其中 $c_3 = \sqrt{c_1}$. (30) 式显示当 $t > t_1$ 时, $\|\delta\|$ 也是 $O(\varepsilon)$.

针对降阶系统 (22), 根据 Terminal 吸引子的有限时间稳定特性, 由系统 (10) 及向量 $F(\xi)$ 的定义, 可得此时降阶系统 (22) 是有限时间稳定的. 同时, 根据有限时间稳定性引理 1 可知, 降阶系统 (22) 存在连续正定 Lyapunov 函数 $V(\xi)$, 使得 $V(0) = 0$, 且对于 $\forall \xi \neq 0$, 满足

$$\dot{V}(\xi) = \frac{\partial V}{\partial \xi} \dot{\xi} = \frac{\partial V}{\partial \xi} F(\xi) \leq -\beta_1 V^{\beta_2}, \quad (31)$$

其中, β_1 为正常数, $0 < \beta_2 < 1$.

另外, 沿闭环系统 (18) 对 Lyapunov 函数 $V(\xi)$ 求导, 可得

$$\dot{V}(\xi) = \frac{\partial V}{\partial \xi} F(\xi) + \frac{\partial V}{\partial \xi} \delta$$

$$\leq -\beta_1 V^{\beta_2} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \delta. \quad (32)$$

根据向量函数 $\frac{\partial V}{\partial \xi}$ 的连续性及闭环系统 (18) 状态 ξ 的有界性, 可知函数 $\frac{\partial V}{\partial \xi}$ 有界. 于是, 定义 $M = \sup \left\{ \left\| \frac{\partial V}{\partial \xi} \right\| \right\}$, 并由 (30) 式可得, 当 $t > t_1$ 时, (32) 式可变为

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi) &\leq -\beta_1 V^{\beta_2} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \delta \\ &\leq -\beta_1 V^{\beta_2} + c_3 M \varepsilon^2. \end{aligned} \quad (33)$$

令 $c_4 = (2c_3 M/\beta_1)^{1/\beta_2}$, 则当 $V(\xi) \geq c_4 \varepsilon^{2/\beta_2}$, $t > t_1$ 时, (33) 式可变为

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{\beta_1}{2} V^{\beta_2}. \quad (34)$$

此时, (34) 式仍然满足有限时间稳定性引理 1. 令 $c_5 = V(\xi(t_1))$, 则当 $c_5 \geq c_4 \varepsilon^{2/\beta_2}$ 时, 根据有限时间稳定性引理 1, 可知 (34) 式存在时间常数 T , 以至于

$$V(\xi(t_2)) \leq c_4 \varepsilon^{2/\beta_2}, \quad (35)$$

其中, $t_2 = t_1 + T$. 通过对 (34) 式在 $V \in [V(\xi(t_1)), c_4 \varepsilon^{2/\beta_2}]$ 内进行积分, 可得此时 T 满足

$$\begin{aligned} T &\leq \frac{2}{\beta_1(1-\beta_2)} \left(\left(V(\xi(t_1)) \right)^{1-\beta_2} \right. \\ &\quad \left. - \left(c_4 \varepsilon^{2/\beta_2} \right)^{1-\beta_2} \right). \end{aligned} \quad (36)$$

由于当 $t > t_1$, $V(\xi(t)) = c_4 \varepsilon^{2/\beta_2}$ 时, (34) 式仍然成立, 且 $\dot{V}(\xi) < 0$, 可得

$$V(\xi) < c_4 \varepsilon^{2/\beta_2} \quad (t > t_2). \quad (37)$$

由于 Lyapunov 函数 $V(\xi)$ 连续可导, 且 $V(0) = 0$, 则由 (37) 式及 $0 < \beta_2 < 1$ 可得, 当 $t > t_2$ 时, $V(\xi)$ 是 $O(\varepsilon)$. 即对于任意小常数 r , 闭环系统 (18) 存在非常小常数 $\varepsilon^* > 0$, 使得 $\varepsilon < \varepsilon^*$, $t > t_2$ 时, 闭环系统 (18) 状态 $\xi \in B_r(0)$. 其中, r 满足 $\lim_{\varepsilon^* \rightarrow 0} r = 0$, $B_r(0)$ 为以 $\xi = 0$ 为圆心、 r 为半径的闭球. 定理 1 证毕.

同时, 由上述分析过程可以看出, 闭环系统 (18) 有限时间稳定所需时间可近似为 $\tau_\varepsilon + T$.

3 仿真实验

为了验证该控制方法的有效性和正确性, 对其进行 Matlab 仿真, 系统仿真时间选为 $t = 20$ s. 在仿真初始时刻观测器开始工作, 而控制器不工

作. 当 $t = 10\text{ s}$ 时, 加入控制信号; 系统参数及状态初始值选取为 $\sigma = 1.4253, \gamma = 50, b = 0.2778, x(0) = 2, y(0) = 1, z(0) = 1$; 观测器及控制器参数选取为 $\alpha = 8, q = 3, p = 5, k_1 = 4, k_2 = 3, k_3 = 2$. 同时, 由定理 1 的证明分析过程可知, 参数 ε 越小, 观测器 (13) 的跟踪性能及闭环系统 (18) 的稳定性越好. 于是, 选取 $\varepsilon = 0.5, 0.025$ 进行仿真, 结果分别如图 2 和图 3 所示. 同时, 为了消除脉冲峰值现象

对闭环系统稳定性的影响, 采用文中所提方法对控制律 u_i^* 进行饱和处理.

由仿真结果可以看出, 采用本文提出的控制方法, 洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统 (1) 能够很好地近似实现有限时间稳定控制. 同时, 由图 2 和图 3 中 (g)—(l) 的比较结果可以看出, 观测器 (13) 具有很好的跟踪性能, 并且 ε 值越小, 观测器 (13) 的跟踪性能越好.

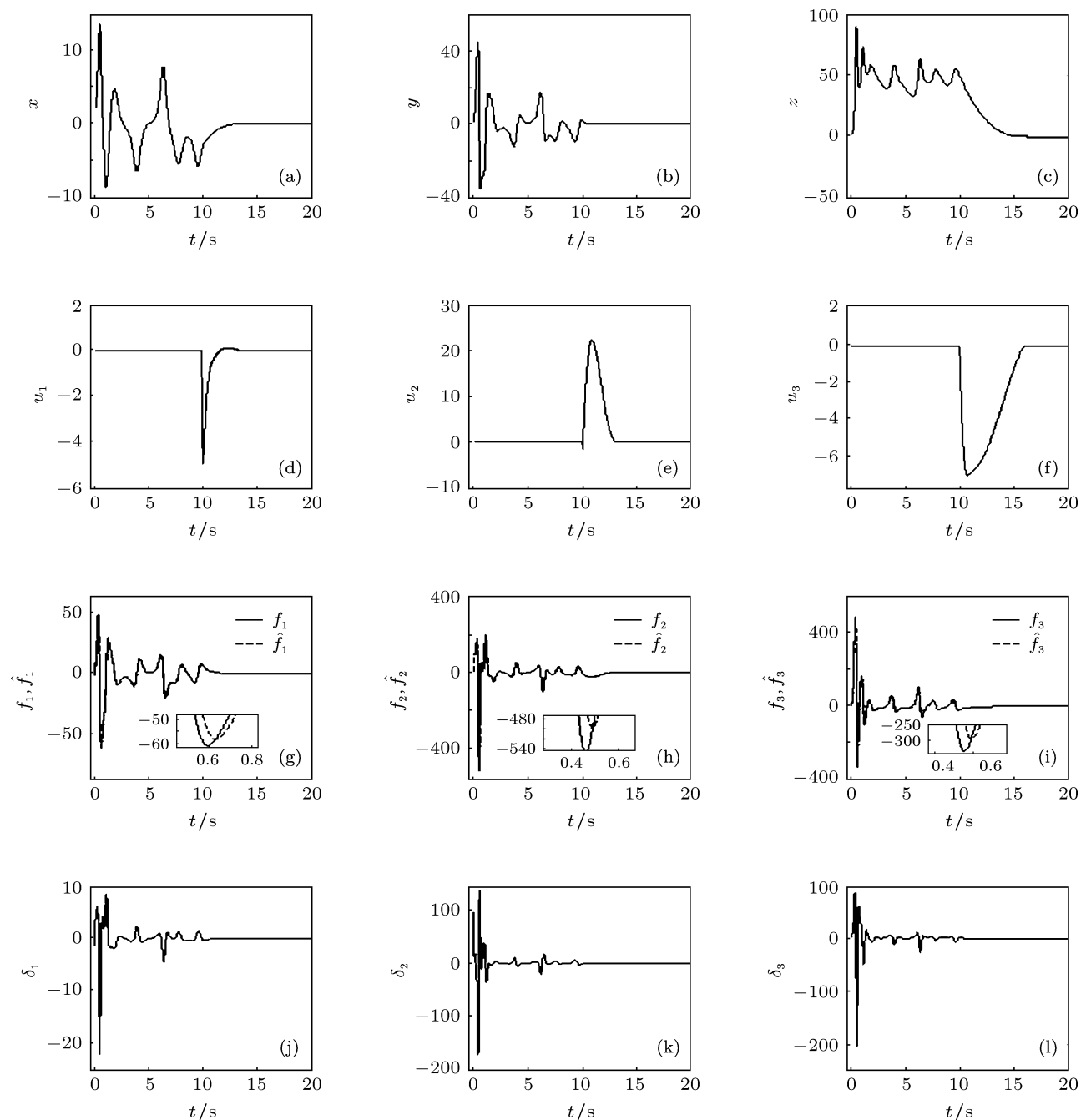


图 2 $\varepsilon = 0.5$ 时的仿真效果 (a)—(c) 为受控系统状态运动曲线; (d)—(f) 为控制输入 \mathbf{u} 随时间的变化; (g)—(i) 为受控系统不确定性 f 及其估计值 \hat{f} 的变化曲线, 内插图为局部放大图; (j)—(l) 为受控系统不确定性 f 估计误差 δ 的变化曲线

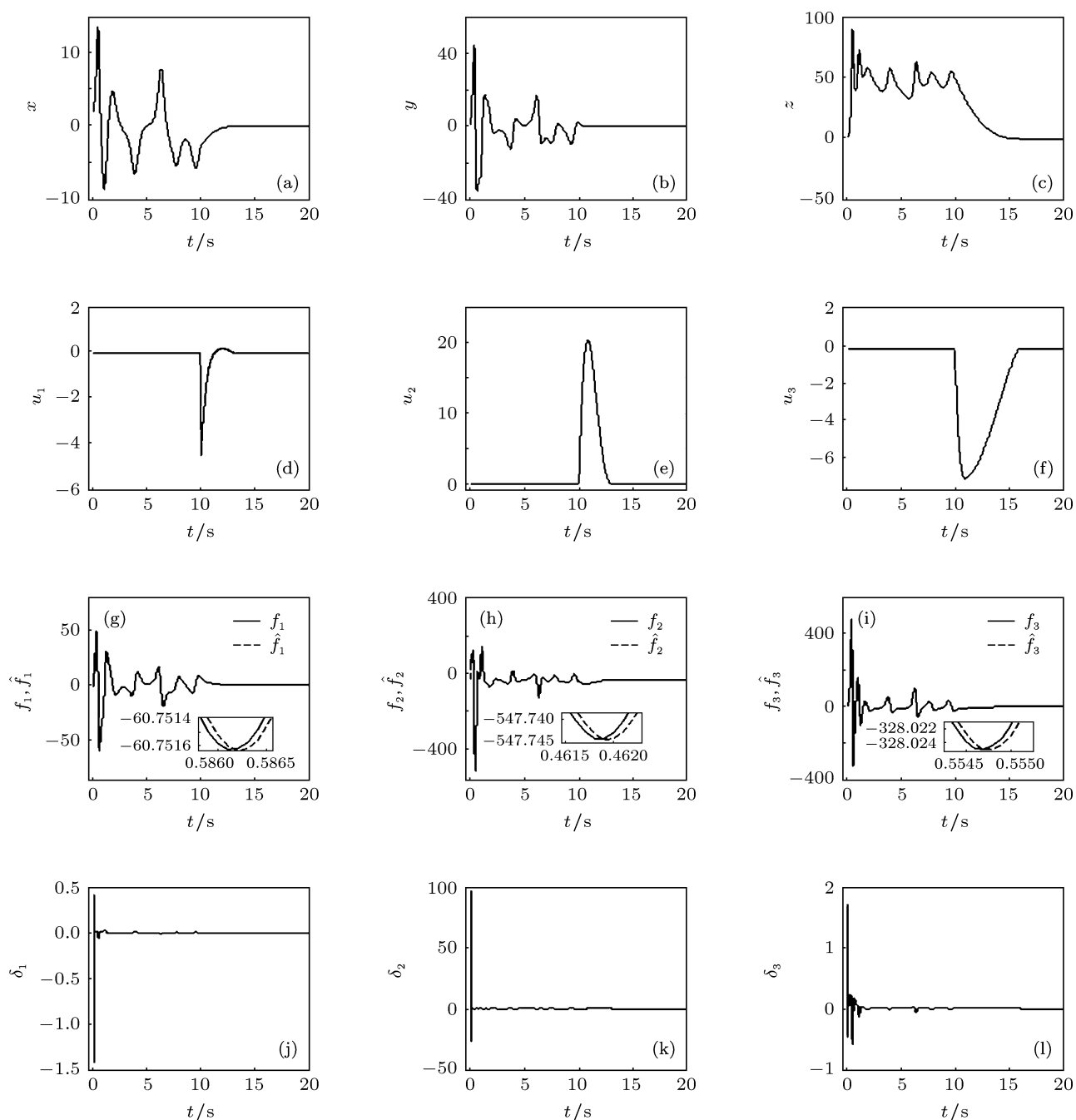


图3 $\varepsilon = 0.025$ 时的仿真效果 (a)—(c) 为受控系统状态运动曲线; (d)—(f) 为控制输入 \mathbf{u} 随时间的变化; (g)—(i) 为受控系统不确定性 f 及其估计值 \hat{f} 的变化曲线, 内插图为局部放大图; (j)—(l) 为受控系统不确定性 f 估计误差 δ 的变化曲线

4 结论

采用本文提出的有限时间稳定主动控制方法, 不仅能够很好地抑制洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统混沌现象的产生, 而且使得受控洛伦兹 - 哈肯激光混沌系统近似实现了有限时间稳定控制. 另外, 控制

器设计结构简单, 便于控制参数的调节和整定. 同时, 由于具有快速跟踪特性观测器的存在, 使得控制器能够实时补偿受控系统的不确定性, 减少了对对象精确数学模型的依赖. 进一步增强了控制系统的抗干扰能力, 使得系统即使在存在参数摄动和外部扰动的情况下, 也能保持良好的动态响应特性.

- [1] Chen G R, Lü J H 2003 *Dynamics Analysis Control and Synchronization for Lorenz System Family* (1st Ed.) (Beijing: Science Press) p1 (in Chinese)[陈关荣, 吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步 (第一版) (北京: 科学出版社) 第 1 页]
- [2] Zou E, Li X F, Chen J G 2002 *Chaos Control and Optimize Application* (1st Ed.) (Changsha: National Defense University Press) p1 (in Chinese) [邹恩, 李祥飞, 陈建国 2002 混沌控制及其优化应用 (第一版) (长沙: 国防科技大学出版社) 第 1 页]
- [3] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [4] Zhang J S, Wan J H, Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 97
- [5] Li Z, Han C Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 494
- [6] Yu Y G, Zhang S C 2002 *Chin. Phys.* **11** 1249
- [7] Tan W, Wang Y N, Zeng Z F, Huang D, Zhou S W 2004 *Chin. Phys.* **13** 459
- [8] Gong L H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3502 (in Chinese) [龚礼华 2005 物理学报 **54** 3502]
- [9] Qi D L 2006 *Chin. Phys.* **15** 1715
- [10] Zheng Y A 2006 *Chin. Phys.* **15** 2549
- [11] Gohary A E, Yassen R 2006 *Chaos Soliton. Fract.* **29** 1085
- [12] Lai X Q, Li Z H, Yuan B, Wang H, Ye Q, Zhao Y R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2256 (in Chinese) [来新泉, 李祖贺, 袁冰, 王慧, 叶强, 赵永瑞 2010 物理学报 **59** 2256]
- [13] Li L X, Peng H P, Guan B Z, Xu J M 2001 *Chin. Phys.* **10** 708
- [14] Fang J Q, Yu X H, Chen G R 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 2110
- [15] Yu D C, Wu A G, Yang C P 2005 *Chin. Phys.* **14** 914
- [16] Huang L Y, Luo X S, Fang J Q, Zhao Y B, Tang G N 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 543 (in Chinese) [黄良玉, 罗晓曙, 方锦清, 赵益波, 唐国宁 2005 物理学报 **54** 543]
- [17] Gao Y, Zhou X H, Kong F, Tian J B, Luo W G 2008 *J. Huazhong Normal Univ.* **42** 215 (in Chinese) [高远, 周新红, 孔峰, 田敬北, 罗文广 2008 华中师范大学学报 (自然科学版) **42** 215]
- [18] He L, Xin X N, He W B, Guo Q 2010 *Drive and Control* **38** 40 (in Chinese) [贺莉, 辛小南, 何文博, 郭强 2010 驱动控制 **38** 40]
- [19] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国, 周雒维, 罗全明, 杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]
- [20] Lü J H, Zhou T S, Zhang S C 2002 *Chin. Phys.* **11** 12
- [21] Li S H, Tian Y P 2003 *Chin. Phys.* **12** 590
- [22] Yue L J, Shen K 2005 *Chin. Phys.* **14** 1760
- [23] Tan W, Wang Y N, Duan F, Li X H 2006 *Chin. Phys.* **15** 2529
- [24] Gao J H, Zheng Z G 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 359
- [25] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 1837
- [26] Lu W G, Zhou L W, Wu J K 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 030503
- [27] Ding S H, Li S H 2011 *Control and Decision* **26** 1 (in Chinese) [丁世宏, 李世华 2011 控制与决策 **26** 1]
- [28] Guo R W 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **17** 255
- [29] Mohammad P A, Hasan P A 2011 *Mech. Res. Commun.* **38** 500
- [30] Yu W G 2010 *Phys. Lett. A* **374** 3021
- [31] Guo R W, Vincent U E 2010 *Phys. Lett. A* **375** 119
- [32] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **14** 2728
- [33] Yang X S, Cao J D 2001 *Appl. Math. Modell.* **34** 3631
- [34] Shen J, Cao J D 2011 *Cogn. Neurodynamics* **5** 373
- [35] Zhao J L, Wang J, Wei W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100203 (in Chinese) [赵建利, 王京, 魏伟 2011 物理学报 **60** 100203]
- [36] Zhao J L, Wang J, Wang H 2011 *Fourth International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation* (Washington: IEEE Computer Society) pp333–336
- [37] Luo X S 2007 *Theory and Methods of Chaos Control, Synchronization and Its Applications* (1st Ed.) (Guilin: Guangxi Normal University Press) p256 (in Chinese) [罗晓曙 2007 混沌控制、同步的理论与方法及其应用 (第一版) (桂林: 广西师范大学出版社) 第 256 页]
- [38] Hu J B, Zhuang K Y 2008 *Advanced Variable Structure Control Theory and Applications* (1st Ed.) (Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press) pp53–56 (in Chinese) [胡剑波, 庄开宇 2008 高级变结构控制理论及应用 (第一版) (西安: 西北工业大学出版社) 第 53—56 页]
- [39] Ramirez J A, Suarez R, Morales A 2000 *Chem. Eng. Sci.* **55** 3209
- [40] Khalil H K 2008 *IEEE International Conference on Control, Automation and Systems* xlvi–lvii
- [41] Khalil H K 2007 *Nonlinear Systems* (3rd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp443–618
- [42] Sanjay P B, Dennis S B 200 *SIAM J. Control Optim.* **38** 751
- [43] Bacciotti A, Rosier L 2005 *Liapunov Functions and Stability in Control Theory* (2nd Ed.) (Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg) pp175–178
- [44] Zheng D Z 2002 *Linear System Theory* (2nd Ed.) (Beijing: Tsinghua University Press) pp238–240 (in Chinese) [郑大钟 2002 线性系统理论 (第二版) (北京: 清华大学出版社) 第 238—240 页]

The study of finite-time stability active control method for Lorenz-Haken laser chaotic system*

Zhao Jian-Li^{1)†} Wang Jing¹⁾ Wang Hui¹⁾²⁾

1) (National Engineer Research Center of Advanced Rolling, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

2) (Department of Information Security Engineering, Chinese People's Public Security University, Beijing 100038, China)

(Received 17 October 2011; revised manuscript received 16 January 2012)

Abstract

In this paper, the problem of finite-time stability for Lorenz-Haken laser chaotic system is studied by active control method. On the basis of the study for terminal attractor, and the consideration for the uncertainties, an active control method with dynamic active compensation based on terminal attractor is proposed, which makes the controlled Lorenz-Haken laser chaotic system achieve the finite-time stability approximately. Meantime, in order to solve the uncertainties, a new observer is designed, which makes the estimate value follow the real value of uncertainties in a very short time. The approximate finite-time stability of the closed-loop system is analyzed in detail by introducing a singular perturbation theory. Simulation results show the effectiveness of the active control method and observer.

Keywords: active control, finite-time stability, terminal attractor, singular perturbations

PACS: 02.40.Xx, 05.45.-a, 05.45.Gg

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2009AA04Z163).

† E-mail: jianli791026@yahoo.com.cn