物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 61, No. 11 (2012) 110403

利用广义不确定关系计算 Reissner-Nordström-de Sitter 黑洞的统计力学熵*

黄海 贺锋† 孙航宾

(湖南科技大学物理与电子科学学院, 湘潭 411201)

(2011 年 6 月 28 日收到; 2011 年 10 月 8 日收到修改稿)

利用广义不确定关系修正的态密度方程并采用 Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似方法, 计算了 Reissner-Nordström-de Sitter (RNdS) 黑洞时空中标量场的统计力学熵. 结果表明, 由这种方法得到的黑洞熵与它的内、外视界面积和宇宙视界面积之和成正比, 这与采用其他方法所得的结果一致, 从而揭示了黑洞熵与视界面积之间的内在联系, 也进一步表明了黑洞熵是视界面上量子态的熵, 是一种量子效应.

关键词: 广义不确定关系, Reissner-Nordström-de Sitter 黑洞, 态密度, 统计力学熵

PACS: 04.70.Dy, 04.62.+v

1 引 言

自从上世纪 70 年代 Bekenstein[1,2] 和 Hawking[3] 提出黑洞熵正比于视界面积以来, 't Hooft[4] 基于海森堡测不准原理 (HUP) 提出 "砖墙" 模型可以对黑洞熵的统计起源给出一种解释. 该模型通过计算黑洞外部量子态数目, 得到与视界面积成正比的熵. 但是为了避免发散, 该模型需要引入截断因子 [5−8]. 之后人们把 "砖墙" 模型改进为 "薄膜" 模型 [8−11]. 后来人们把许多努力投入到了发展广义不确定关系 (GUP). HUP 需要受到引力影响的观点首先由 Mead[12] 提出, 一般而言, GUP 是建立在将 HUP 与量子理论、引力理论结合起来的基础上, 可通过弦论、非对易几何、聚合物 (polymer) 量子化 [13] 等方法获得. 各种与量子引力有关的理论 [14−16], 如弦论、共形相对论以及黑洞理论等都显示了在普朗克尺度必须引入 GUP 带来的修正. GUP 对坐标与动量之间的对易关系产生修正, 其应用表现在它揭示了时空不仅存在最小尺度和最大动量, 而且是非连续性的 [17]. 值得提到的是, GUP 同样对一些量子唯像理论给出了修正, 如中微子传播、Lamb 位移、Landau 能级、扫描隧道显微镜中的隧道电流 [18−20]. 近年来, 建立在 GUP 基础上的黑洞熵得到了广泛的研究 [21−26], 其要点包括: 1) 将熵的贡献局限在视界面附近的最小尺度内, 从而替换紫外截断, 这样就显得很自然; 2) 建立受 GUP 影响的新的态密度方程, 并通过可控参数 λ 得到 Hawking 熵; 3) 认为 Hawking 温度和表面引力之间存在线性关系, 此性质在修正熵方面还存在讨论 [27]. 对黑洞熵进行较为彻底的研究还有待于量子引力理论的最终确立. 基于引力场的量子涨落, 现在人们普遍相信存在普朗克量级的最小空间尺度. 由于最小尺度的存在, 需引入 GUP 对态密度方程的修正. 在相空间体积元 $\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3p$ 里, 修正到普朗克长度任意阶的量子态数目 (指数形式) 为 [28]

$$\mathrm{d}g(\omega) = \mathrm{e}^{-\lambda p^2}\frac{\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}, \tag{1}$$

其中 x 和 p 为相空间中广义坐标与动量, $\hbar$ 为约化普朗克常数, ω 为标量粒子的能量, $g(\omega)$ 为量子态密度, λ 为表征引力对广义不确定关系修正的常数, 在数量级上等于普朗克面积, $p^2 = p^ip_i$, p^i 和 p_i 为动量的逆变协变形式. 如果只保留到普朗克长度首

* 湖南省自然科学基金 (批准号: 11JJ6001)、国家自然科学基金 (批准号: 11147011) 和湖南省教育厅优秀青年科研项目基金 (批准号: 11B050) 资助的课题.

† E-mail: fhedoc@163.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

项, 则 (1) 式写为 [29]

$$\mathrm{d}g(\omega)=\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3p[(2\pi)^3(1+\lambda p^2)^3]^{-1}.$$

为了进一步了解黑洞熵的性质, 本文将在前人研究的基础上, 通过以上提到的三个要点, 考察更一般化的 Reissner-Nordström-de Sitter (RNdS) 黑洞熵. 首先通过 Klein-Gordon 方程和 Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似得到广义动量表达式, 然后利用广义不确定关系修正的态密度方程得到自由能, 再通过自由能和熵的关系最终得到 RNdS 黑洞统计力学熵的表达式.

2 RNdS 黑洞时空的视界面和表面引力

采用自然单位制 $c=G=\hbar=1$, c 为光速, G 为万有引力常数. RNdS 黑洞线元为

$$\mathrm{d}s^2=-f\mathrm{d}t^2+f^{-1}\mathrm{d}r^2+r^2\left(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2\right),\tag{2}$$

式中 $f=1-\dfrac{2M}{r}+\dfrac{Q^2}{r^2}-\dfrac{1}{3}\Lambda r^2$, M 为黑洞质量, Q 为黑洞所带电荷, $\Lambda(>0)$ 为宇宙因子, t, r, θ, ϕ 为四维时空球坐标.

将度规 (2) 式代入零曲面方程 [30]

$$g^{\mu\nu}\frac{\partial H}{\partial x^\mu}\frac{\partial H}{\partial x^\nu}=0,\tag{3}$$

其中, H 为四维时空中的三维超曲面函数, $g^{\mu\nu}$ 为逆变度规, x^μ, x^ν 为四维坐标. 整理可得 RNdS 黑洞时空中的事件视界满足

$$1-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}-\frac{1}{3}\Lambda r^2=0.\tag{4}$$

就一般而言, (4) 式有四个不同的根, r_- 为负根, 无物理意义; r_i 为最小的正根, 对应于黑洞内视界; r_h 为较小的正根, 对应于黑洞外视界; r_c 为最大正根, 对应于宇宙视界. 它们分别为 [31,32]

$$\begin{aligned}r_\mathrm{c}&=-\mu+\nu+\tau,\\ r_\mathrm{h}&=\mu-\nu+\tau,\\ r_\mathrm{i}&=\mu+\nu-\tau.\end{aligned}\tag{5}$$

这里

$$\begin{aligned}\mu=&\frac{1}{\sqrt{6}\chi}\left[1-\sqrt{1-12Q^2\chi^2}\cos\left(\frac{a}{3}-\frac{\pi}{3}\right)\right]^{1/2},\\ \nu=&\frac{1}{\sqrt{6}\chi}\left[1-\sqrt{1-12Q^2\chi^2}\cos\left(\frac{a}{3}+\frac{\pi}{3}\right)\right]^{1/2},\\ \tau=&\frac{1}{\sqrt{6}\chi}\left[1+\sqrt{1-12Q^2\chi^2}\cos\left(\frac{a}{3}\right)\right]^{1/2},\end{aligned}\tag{6}$$

$$a=\arccos\left[-\frac{1-18\chi^2\left(3M^2-2Q^2\right)}{\left(1-12Q^2\chi^2\right)^{3/2}}\right],$$

$$\chi^2=\frac{1}{3}\Lambda.$$

同时可以得到 RNdS 黑洞三个界面的表面引力

$$\begin{aligned}\kappa_\mathrm{i}=&\frac{\Lambda}{6}r_\mathrm{i}^{-2}\left(r_\mathrm{i}-r_-\right)\left(r_\mathrm{h}-r_\mathrm{i}\right)\left(r_\mathrm{c}-r_\mathrm{i}\right),\\ \kappa_\mathrm{h}=&\frac{\Lambda}{6}r_\mathrm{h}^{-2}\left(r_\mathrm{h}-r_-\right)\left(r_\mathrm{h}-r_\mathrm{i}\right)\left(r_\mathrm{c}-r_\mathrm{i}\right),\\ \kappa_\mathrm{c}=&\frac{\Lambda}{6}r_\mathrm{c}^{-2}\left(r_\mathrm{c}-r_-\right)\left(r_\mathrm{c}-r_\mathrm{i}\right)\left(r_\mathrm{c}-r_\mathrm{i}\right).\end{aligned}\tag{7}$$

RNdS 黑洞总熵应包括黑洞内外视界和宇宙视界三个视界面的贡献. 即

$$S=S_\mathrm{i}+S_\mathrm{h}+S_\mathrm{c}.\tag{8}$$

3 RNdS 黑洞时空中的 Klein-Gordon 方程

具有 m 质量的标量粒子在 RNdS 黑洞时空中的 Klein-Gordon 方程为

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\right)-m^2\Phi=0,\tag{9}$$

其中 Φ 为波函数, g 为协变度规 $g_{\mu\nu}$ 的行列式. 将度规 (2) 式代入 (9) 式, 可得到

$$\begin{aligned}&-f^{-1}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}+\left(\frac{2}{r}-\frac{2M}{r^2}-\frac{4}{3}\Lambda r\right)\frac{\partial\Phi}{\partial r}\\ &+f\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta})\\ &+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}-m^2\Phi=0.\end{aligned}\tag{10}$$

采用 WKB 近似, 令 $\Phi=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}S(r,\theta,\varphi)}$, S 为相应于经典力学的作用量. 代入 (10) 式, 得

$$\begin{aligned}&\frac{\omega^2}{f}-f\Big(\frac{\partial S}{\partial r}\Big)^2-\frac{1}{r^2}\Big(\frac{\partial S}{\partial\theta}\Big)^2\\ &-\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\Big(\frac{\partial S}{\partial\varphi}\Big)^2-m^2=0.\end{aligned}\tag{11}$$

令 $p_r=\dfrac{\partial S}{\partial r}, p_\theta=\dfrac{\partial S}{\partial\theta}, p_\varphi=\dfrac{\partial S}{\partial\varphi}$, 代入上式, 得

$$\frac{\omega^2}{f}-fp_r^2-\frac{1}{r^2}p_\theta^2-\frac{1}{r^2\sin^2\theta}p_\varphi^2-m^2=0.\tag{12}$$

4 RNdS 黑洞时空的态密度和熵

利用 (12) 式可得

$$\begin{aligned}p^2=&p_ip^i=g^{11}p_rp_r+g^{22}p_\theta p_\theta+g^{33}p_\varphi p_\varphi\\ =&fp_r^2+\frac{1}{r^2}p_\theta^2+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}p_\varphi^2\end{aligned}$$

$$=\frac{\omega^2}{f}-m^2, \tag{13}$$

$$p_r^2=\frac{1}{f}\left(\frac{\omega^2}{f}-m^2-\frac{1}{r^2}p_\theta^2-\frac{1}{r^2\sin^2\theta}p_\varphi^2\right). \tag{14}$$

利用 (1) 式和 (13) 式可计算出 RNdS 黑洞中标量场的态密度

$$\begin{aligned}g_+(\omega)=&\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{e}^{-\lambda p^2}\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}p_r\,\mathrm{d}p_\theta\,\mathrm{d}p_\varphi\\ =&\frac{2}{(2\pi)^3}\int \mathrm{e}^{-\lambda p^2}\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi\int\frac{1}{\sqrt{f}}\Big[\frac{\omega^2}{f}\\ &-m^2-\frac{1}{r^2}p_\theta^2-\frac{1}{r^2\sin^2\theta}p_\varphi^2\Big]^{\frac12}\mathrm{d}p_\theta\,\mathrm{d}p_\varphi\\ =&\frac{2}{3\pi}\int\frac{r^2}{\sqrt{f}}\left(\frac{\omega^2}{f}-m^2\right)^{3/2}\\ &\times\,\mathrm{e}^{-\lambda\left(\frac{\omega^2}{f}+m^2\right)}\,\mathrm{d}r.\end{aligned} \tag{15}$$

上式中, 下标符号 $+$ 表示内视界 i、外视界 h 和宇宙视界 c.

RNdS 黑洞时空中, 因为 f 在视界面的极限为零, 在区间 $[r_+, r_++\varepsilon_+]$, $\dfrac{\omega^2}{f}-m^2$ 可以近似看作 $\dfrac{\omega^2}{f}$, 则标量场的自由能

$$\begin{aligned}F_+(\beta)=&\frac{1}{\beta}\int_0^\infty \mathrm{d}g_+(\omega)\ln(1-\mathrm{e}^{-\beta\omega})\\ =&-\int_0^\infty\frac{g_+(\omega)\,\mathrm{d}\omega}{\mathrm{e}^{\beta\omega}-1}\\ =&-\frac{2}{3\pi}\int \mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\frac{r^2}{f^2}\,\mathrm{d}r\int_0^\infty\frac{\omega^3\,\mathrm{d}\omega}{\mathrm{e}^{\beta\omega}-1},\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $\beta=1/\kappa T$, T 为黑洞视界面温度. 由广义不确定关系, 空间最小距离为 $\sqrt{\mathrm{e}\lambda/2}$[26], e 为自然对数的底. 我们只考虑视界附近对应厚度 $\sqrt{\mathrm{e}\lambda/2}$ 的薄层 $[r_+, r_++\varepsilon_+]$ 的贡献, 将 g_{00} 在 r_+ 做泰勒展开:

$$g_{00}\approx g_{00}(r_+)+g'_{00}(r_+)(r-r_+). \tag{17}$$

表面引力为 [33]

$$\kappa=-\frac{1}{2}\lim_{r\to r_+}\sqrt{g^{11}(-\hat g_{00})}\,\frac{\partial}{\partial r}\ln\left(-\hat g_{00}\right), \tag{18}$$

这里 $\hat g_{00}=g_{00}-g_{03}^2/g_{33}$, 对于 RNdS 黑洞, (18) 式化为

$$\kappa=-\frac{1}{2}\lim_{r\to r_+}\frac{\partial}{\partial r}\left(g_{00}\right). \tag{19}$$

由 $g_{00}(r_+)=0$ 和 (19) 式,

$$g_{00}\approx-2\kappa(r-r_+). \tag{20}$$

ε_+ 与 λ 存在如下关系:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\mathrm{e}\lambda}{2}}=&\int_{\mathrm{r}_+}^{r_++\varepsilon_+}\frac{1}{\sqrt{f}}\,\mathrm{d}r\\ =&\int_{r_+}^{r_++\varepsilon_+}\sqrt{g_{11}}\,\mathrm{d}r=\int_{r_+}^{r_++\varepsilon_+}\frac{1}{\sqrt{-g_{00}}}\,\mathrm{d}r\\ \approx&\int_{\mathrm{r}_+}^{r_++\varepsilon_+}\frac{1}{\sqrt{2\kappa\varepsilon_+}}\,\mathrm{d}r=\sqrt{\frac{2\varepsilon_+}{\kappa}}.\end{aligned} \tag{21}$$

RNdS 黑洞统计力学熵为

$$\begin{aligned}S_+=&\beta^2\frac{\partial F_+}{\partial\beta}\\ =&\frac{2\beta^2}{3\pi}\int_{\mathrm{r}_+}^{r_++\varepsilon_+}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\frac{r^2}{f^2}\,\mathrm{d}r\\ &\times\int_0^\infty\frac{\mathrm{e}^{\beta\omega}\omega^4\,\mathrm{d}\omega}{(\mathrm{e}^{\beta\omega}-1)^2}\\ =&\frac{2\beta^{-3}}{3\pi}\int_{r_+}^{r_++\varepsilon_+}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\frac{r^2}{f^2}\,\mathrm{d}r\\ &\times\int_0^\infty\frac{\mathrm{e}^x x^4\,\mathrm{d}x}{(\mathrm{e}^x-1)^2}.\end{aligned} \tag{22}$$

上式中, 令 $x=\beta\omega$, 关于 r 的积分为

$$\begin{aligned}&\int_{\mathrm{r}_+}^{r_++\varepsilon_+}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\frac{r^2}{f^2}\,\mathrm{d}r\\ =&\int_{r_+}^{r_++\varepsilon}\Big(-\frac{r^2}{f'}\Big)\Big(-\frac{1}{f^2}\Big)f'\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\,\mathrm{d}r.\end{aligned} \tag{23}$$

$\dfrac{r^2}{f'}$ 用泰勒级数展开

$$\begin{aligned}\frac{r^2}{f'}=&\frac{r_+^2}{2\kappa}+\frac{r_+\kappa-\dfrac{M}{2r_+}+\dfrac{3Q^2}{2r_+^2}-\dfrac{1}{6}\Lambda r_+^2}{\kappa^2}\\ &\times(r-r_+)+o((r-r_+)^2).\end{aligned} \tag{24}$$

(23) 式变为

$$\begin{aligned}&\int_{r_+}^{r_++\varepsilon_+}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\frac{r^2}{f^2}\,\mathrm{d}r\\ =&-\frac{r_+^2}{2\kappa}\int_{r_+}^{r_++\varepsilon_+}\Big(-\frac{1}{f^2}\Big)f'\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{f}}\,\mathrm{d}r\\ =&-\frac{r_+^2}{2\kappa}\int_{f^{-1}(r_+)}^{f^{-1}(r_++\varepsilon_+)}\mathrm{e}^{-\lambda\omega^2\frac{1}{f}}\,\mathrm{d}\Big(\frac{1}{f}\Big)\\ =&\frac{r_+^2}{2\kappa\lambda\omega^2}\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{2\kappa\varepsilon_+}}.\end{aligned} \tag{25}$$

于是, 黑洞熵可以简化为

$$\begin{aligned}S_+=&\frac{2\beta^{-3}}{3\pi}\int_0^\infty\frac{r_+^2}{2\kappa\lambda\omega^2}\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda\omega^2}{2\kappa\varepsilon_+}}\frac{\mathrm{e}^x x^4\,\mathrm{d}x}{(\mathrm{e}^x-1)^2}\\ =&\frac{4\pi}{24\pi^3}\frac{r_+^2}{\lambda}\int_0^\infty\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\,\mathrm{e}\pi^2}}\frac{\mathrm{e}^x x^2\,\mathrm{d}x}{(\mathrm{e}^x-1)^2}\\ =&\frac{C_+}{6\pi^3\lambda}\frac{A_+}{4}.\end{aligned} \tag{26}$$

上式中 C_+ 为积分常数, 利用数值积分可以计算出

$$C_+=\int_0^\infty\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\,\mathrm{e}\pi^2}}\frac{\mathrm{e}^x x^2\,\mathrm{d}x}{(\mathrm{e}^x-1)^2}\approx2.90. \tag{27}$$

适当地选取薄层, 使 $\lambda = \frac{C_+}{6\pi^3} \approx 0.0513$, 代入 (26) 式, 得出 RNdS 黑洞熵

$$\begin{aligned} S =& S_{\mathrm{i}} + S_{\mathrm{h}} + S_{\mathrm{c}} \\ =& \frac{A_{\mathrm{i}}}{4} + \frac{A_{\mathrm{h}}}{4} + \frac{A_{\mathrm{c}}}{4} = \frac{A}{4}. \end{aligned} \tag{28}$$

其中 $A_+ = 4\pi r_+^2$ 是 RNdS 黑洞视界面积.

5 结论

由 (1) 式可以看出, λ 越大态密度越趋近于零, 越不同于经典情况; 当 $\lambda = 0$ 时态密度回到经典情况. 由我们计算出来的结果 $\lambda \approx 0.0513$, 参考其他作者在不同黑洞时空背景中得出的 λ 值 [24–26], 可见考虑了 GUP 以后, 对经典态密度提出了一个极小的修正. (28) 式表明, RNdS 黑洞时空中标量场的统计力学熵与该黑洞视界总面积成正比, 这与采用其他方法所得的结果一致 [34–36], 但利用 GUP 不需要人为地引入截断, 这显示了黑洞熵与其视界附近量子效应的联系.

我们以上的计算都是基于稳态情况, 但有的作者通过数值计算表明, 当 RNdS 黑洞维度大于 6, 并且黑洞所带的电荷大于临界值时, 其时空是不稳定的 [37]. 类似的情形如 Einstein-Gauss-Bonnet 时空 [38], Lovelock 黑洞 [39], 黑洞弦和膜 [40] 等. 对于高维非稳态情形下黑洞熵的计算, 我们的方法不适合.

另外, 本文所讨论的熵局限于非极端 RNdS 黑洞. 极端黑洞并不是非极端黑洞的极限情形, 因为当非极端黑洞趋于极限时, 熵的变化是非连续的. 对高维高度阻尼的准粒子 Reissner-Nordström (RN) 和 RNdS 黑洞光谱讨论表明, 为了保持光谱频率在极限时具有简单的整数对数形式, 其极端黑洞熵可能为零, 这时一般意义上的 Bekenstein-Hawking 熵是没有统计意义的 [41].

[1] Bekenstein J D 1972 *Lett. Nuovo Cimento* **4** 737
[2] Bekenstein J D 1973 *Phys. Rev.* D **7** 2333
[3] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199
[4] 't Hooft G 1985 *Nucl. Phys.* B **256** 727
[5] Kenmoku M, Ishimoto K, Nandi K K, Shigemoto K 2006 *Phys. Rev.* D **73** 064004
[6] Medved A J M 2002 *Class. Quantum Grav.* **19** 405
[7] He F, Zhao Z, Kim S W 2001 *Phys. Rev.* D **64** 044025
[8] Ghosh T, SenGupta S 2008 *Phys. Rev.* D **78** 024045
[9] Li X, Zhao Z 2000 *Phys. Rev.* D **62** 104001
[10] Li X, Zhao Z 2001 *Int. J. Theor. Phys.* **40** 903
[11] Song T P, Hou C X, Shi W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1398 (in Chinese) [宋太平, 侯晨霞, 史旺林 2002 物理学报 **51** 1398]
[12] Mead C A 1964 *Phys. Rev.* D **135** 849
[13] Hossain G M, Husain V, Seahra S S 2010 *Class. Quantum Grav.* **27** 165013
[14] Bang J Y, Berger M S 2006 *Phys. Rev.* D **74** 125012
[15] Cortes J L, Gamboa J 2005 *Phys. Rev.* D **71** 065015
[16] Magueijo J, Smolin L 2005 *Phys. Rev.* D **71** 026010
[17] Nouicer K 2007 *Phys. Lett.* B **646** 63
[18] Alfaro J, Morales-Tecotl H A, Urrutia L F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2318
[19] Das S, Vagenas E C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 221301
[20] Das S, Vagenas E C 2009 *Can. J. Phys.* **87** 233
[21] Liu W B 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 440
[22] Yang X J, Zhao Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060401 (in Chinese) [杨学军, 赵峥 2011 物理学报 **60** 060401]
[23] Han Y W, Hong Y, Yang S Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 10 (in Chinese) [韩亦文, 洪云, 杨树政 2007 物理学报 **56** 10]
[24] He F, Zhao F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 740 (in Chinese) [贺锋, 赵凡 2009 物理学报 **58** 740]
[25] He F, Zhao F 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 040401
[26] Kim Y W, Park Y J 2007 *Phys. Lett.* B **655** 172
[27] Li X, Wen X Q 2009 *JHEP* **910** 46
[28] Kim Y W 2008 *Phys. Rev.* D **77** 067501
[29] Chang L N, Minic D, Okamura N 2002 *Phys. Rev.* D **65** 125028
[30] Zhao Z, Liu L 1991 *Acta Phys. Sin.* **40** 9 (in Chinese) [赵峥, 刘辽 1991 物理学报 **40** 9]
[31] Zhao R, Zhang L C, Li Z G 1998 *IL Nuovo Cimento* B **113** 291
[32] Koberlein B D, Mallett R L 1994 *Phys. Rev.* D **49** 5111
[33] Zhao Z 1999 *Black Hole's Thermal Nature and Spacetime's Strangeness* (Beijing: Beijing Normal University Press) pp203–205 (in Chinese) [赵峥 1999 黑洞的热性质与时空奇异性 (北京: 北京师范大学出版社) 第 203—205 页]
[34] Liu W B, Zhao Z 2000 *J. Beijing Normal Univ.* **36** 5
[35] Zhao R, Zhang J F, Zhang L C 2002 *Commun. Theor. Phys.* **37** 45
[36] Zhou Z A, Suo B, Liu W B 2005 *Acta Mathematica Scientia* **25** 381
[37] Cardoso V 2009 *Phys. Rev.* D **80** 127502
[38] Dotti G, Gleiser R J 2005 *Phys. Rev.* D **72** 044018
[39] Takahashi T, Soda J 2009 *Phys. Rev.* D **79** 104025
[40] Harmark T, Niarchos V, Obers N A 2007 *Class. Quantum Grav.* **24** R1
[41] Daghigh R G, Green M 2008 *Class. Quantum. Grav.* **25** 055001

Statistical entropy of reissner-nordström-de sitter black hole by generalized uncertainty principle*

Huang Hai He Feng† Sun Hang-Bin

(*College of Physics and Electronic Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan* 411201, *China*)

(Received 28 June 2011; revised manuscript received 8 October 2011)

Abstract

Statistical entropy of scalar field outside Reissner-Nordström-de Sitter black hole is computed by the equation of state density corrected by the generalized uncertainty principle and by Wentzel-Kramers-Brillouin approximation method. The result shows that the entropy is proportional to the sum of the internal, the external and the cosmological horizon areas, which accords with these calculated by other methods. It shows internal relation between the entropy of black hole and horizon area. The entropy of black hole is the entropy of quantum state on horizon, which is a quantum effect.

Keywords: generalized uncertainty principle, Reissner-Nordström-de Sitter black hole, state density, statistical entropy

PACS: 04.70.Dy, 04.62.+v

* Project supported by the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 11JJ6001), the National Natural Science Foundation of China (Grant No.11147011), and the Youth Scientific Research Fund of Education Department of Human Province, China (Grant No.11B050).

† E-mail: fhedoc@163.com