

基于混合交叉进化算法的混沌系统参数估计*

龙文^{1)†} 焦建军¹⁾²⁾

1) (贵州财经学院, 贵州省经济系统仿真重点实验室, 贵阳 550004)

2) (贵州财经学院数学与统计学院, 贵阳 550004)

(2011年8月24日收到; 2011年10月20日收到修改稿)

提出一种混合交叉进化算法来估计混沌系统的未知参数. 首先通过构造一个适当的适应度函数, 将混沌系统的参数估计问题转化为一个多维的优化问题. 在混合交叉进化算法中, 利用佳点集方法初始化种群, 增加了算法的稳定性和全局搜索能力. 在进化过程中, 混合交叉操作既能指导种群个体向最优解子空间靠近, 又能提高算法跳出局部最优的能力, 从而协调了算法的勘探和开采能力. 以几个标准测试函数和典型的 Lorenz 混沌系统为例进行仿真实验, 结果表明了该方法的有效性.

关键词: Lorenz 混沌系统, 参数估计, 混合交叉, 进化算法

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

1 引言

混沌系统的控制与同步已成为非线性科学中重要的研究方向之一, 近年来, 研究者提出了大量的混沌系统控制与同步方法^[1-3]. 然而, 现有的多数方法均是在系统参数已知的情况下提出来的, 在一些参数未知的情况下, 这些方法可能不再适用. 在实际应用中, 由于混沌系统的复杂性而导致某些参数难以测量或确定. 因此, 要实现对混沌系统的控制与同步, 必须首先估计出系统的未知参数.

文献[4]引入了基于反馈的同步方法和自适应控制方法, 对若干混沌系统进行了参数估计. 文献[5]通过最小化平均同步误差, 对一个给定的混沌动态系统进行了参数估计. 文献[6]提出了一种基于变分原理的混沌系统参数估计方法, 并对 Lorenz 混沌系统和超混沌 Chen 系统的未知参数进行了估计. 文献[7]结合最小二乘法提出了基于极值点的混沌系统参数估计方法. 通过构造适当的适应度函数, 混沌系统参数估计可转化为多维函数的参数优化问题. 近年来已有一些智能优化算法,

如遗传算法 (GA)^[8]、粒子群优化算法^[9]、蚁群算法^[10]、差分进化算法^[11]以及量子进化计算^[12]等方法相继应用于混沌系统的参数估计中.

进化算法是一种模仿生物进化规律而演化出的全局并行寻优方法, 它通过交叉、变异、选择算子不断优化群体, 直至收敛于全局最优解. 与传统基于梯度的优化方法相比, 进化算法具有不依赖于问题的梯度信息、对初始解要求不高、能以较大概率收敛到问题的全局最优解等特点, 因此在函数优化、组合优化以及一些工程领域中都得到了广泛的应用. 然而, 与其他基于种群迭代的随机搜索算法一样, 进化算法也存在早熟收敛、局部搜索能力不强等缺点. 因此, 研究者提出了许多的改进进化算法^[13].

基于进化算法具有全局优化搜索能力, 本文利用佳点集方法设计初始种群, 引入混合交叉机理以改善进化算法的收敛性能. 在文献[8]的基础上, 本文采用基于混合交叉机理的改进进化算法对混沌系统的未知参数进行了估计. 并以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了仿真实验, 结果表明该方法能得到较好的参数估计结果.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61074069, 10961008)、贵州省教育厅自然科学研究培养项目 (批准号: 2010027) 和贵州财经学院引进人才科研启动基金资助的课题.

† E-mail: lw770457@163.com

2 基于混合交叉进化算法 (HCEA) 的混沌系统参数估计

2.1 参数估计问题描述

考虑如下 n 维混沌系统:

$$\dot{\mathbf{X}} = G(\mathbf{X}, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}_0), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 表示原系统 n 维状态变量, \mathbf{X}_0 表示系统初始状态, $\boldsymbol{\theta}_0 = (\theta_{10}, \theta_{20}, \dots, \theta_{D0})^T$ 表示系统参数的真实值.

当对系统参数进行估计时, 假定系统的结构已知, 则估计系统可描述为

$$\dot{\mathbf{Y}} = G(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}), \quad (2)$$

式中, $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 表示估计系统的状态变量, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)^T$ 表示系统参数的估计值.

设 \mathbf{X}_k 为真实系统在时间 k 时的状态变量, \mathbf{Y}_k 为估计系统在时间 k 时的状态变量, M 为用于参数估计的状态变量序列的长度. 则混沌系统的参数估计问题可转化为如下的优化问题:

$$\min J = \min \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \|\mathbf{X}_k - \mathbf{Y}_k\|^2 \right). \quad (3)$$

混沌系统参数估计原理如图 1 所示.

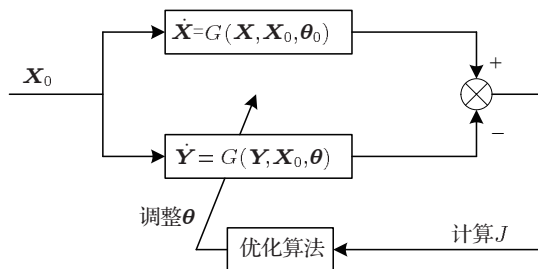


图 1 混沌系统参数估计原理图

显然, 上述混沌系统的参数估计问题是一个多维连续优化问题, 决策变量为 $\boldsymbol{\theta}$, 优化目标为最小化 J . 由于混沌系统的不稳定性及目标函数 J 存在有多个局部极值点等, 常规优化方法难以得到其全局最优解. 本文采用基于混合交叉机理的改进进化算法来求解问题 (3).

2.2 基于混合交叉机理的进化算法

2.2.1 佳点集方法产生初始种群

由进化算法的机理可知, 交叉操作对初始种群

的依赖性较强, 而进化算法的搜索速度主要依赖于交叉操作. 选择操作则完全依赖于当前种群. 因此, 初始种群的优劣对于进化算法的收敛性、稳定性及搜索效率会产生较大的影响. 另外, 在求解优化问题前, 我们对问题的全局最优解处在什么位置完全没有任何先验知识, 如果随机初始化种群个体不利于搜索到问题的全局最优解, 需要增加迭代次数或种群大小来达到最优解或近似最优解. 这势必会增加算法的计算量. 而我们所期望的是, 在初始化种群时个体应尽可能均匀分布在搜索空间中.

佳点集方法是一种有效的、减少实验次数的实验方法. 在相同取点数个数的条件下, 佳点序列要比其他方法选取的点序列更均匀^[14]. 因此, 本文采用佳点集方法生成初始种群, 从而保证了初始种群的多样性. 图 2 和图 3 分别是采用随机方法和佳点集方法产生的规模为 80 的二维初始种群分布, 其中变量的维数为 2, 变量的取值范围为 $[-30, 30]$.

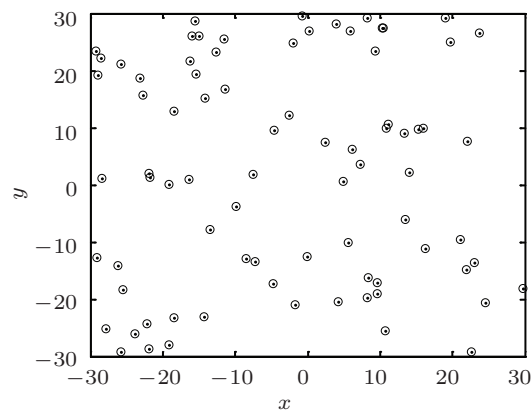


图 2 随机产生的 80 个二维初始种群分布

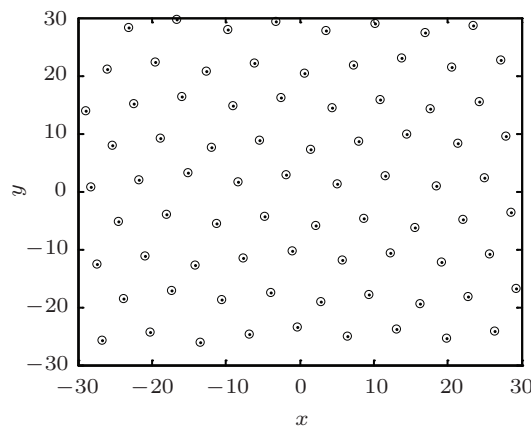


图 3 佳点集产生的 80 个二维初始种群分布

从图 2 和图 3 可以清楚地看出, 采用随机方法

生成的初始种群个体分布相对杂乱, 不均匀, 有重叠的点; 而采用佳点集方法生成的初始种群个体分布均匀, 具有较好的多样性.

2.2.2 混合交叉算子

交叉算子是进化算法搜索整个决策空间的重要操作, 它通过组合父代个体的信息形成新的个体. 在进化算法中, 常用的交叉算子有单点交叉、多点交叉、均匀交叉等. 对父代个体进行交叉操作, 产生的后代个体将分布在父代个体的周围. 一般交叉算子是在子代个体的样本空间中随机产生新的子代个体, 搜索具有一定的盲目性, 在一定程度上降低了算法的搜索效率. 鉴于此, 本文提出了一种混合交叉方法, 即根据被选择参与交叉的个体与当前最优个体的距离选择不同的交叉操作.

由文献 [15] 可知, 对于任意给定的两个个体 x_1 和 x_2 , 在进行算术交叉后所产生的后代个体必定位于两个个体之间的连线上; 进行仿射交叉后所产生的后代个体位于两个个体连线的延长线上. 图 4 显示了二维空间中两种交叉方式的情况.

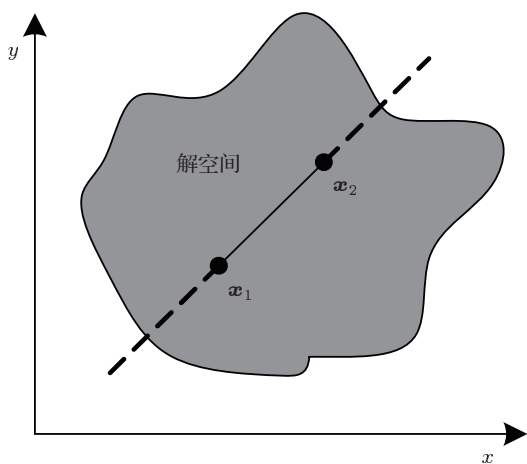


图 4 二维算术交叉和仿射交叉

设 $x_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$, $x_2 = (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$ 为参与交叉操作的一对父代个体. 为了描述方便, 定义个体 x_1 和 x_2 之间的空间距离 d 为

$$d = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - x_{2i})^2}. \quad (4)$$

从种群中随机选择一个个体, 若该个体与当前最优个体的空间距离 $d < D$ (D 为预先设定的阈值) 时, 则该个体与当前最优个体进行算术交叉操作; 反之,

则采用仿射交叉操作.

个体 x_1 和 x_2 进行算术交叉的具体操作为

$$\begin{aligned} x'_1 &= \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2, \\ x'_2 &= \lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_1, \\ \lambda_1 + \lambda_2 &= 1 \quad \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

其中 x'_1 和 x'_2 为所产生的子代个体. 若乘子 λ_1 和 λ_2 去掉非负限制, 则称为仿射交叉.

由图 4 可知, 假设个体 x_1 为当前最优个体, 个体 x_2 为随机选择的个体, 若个体 x_1 和 x_2 进行算术交叉操作, 产生的后代个体更靠近当前最优解; 若个体 x_1 和 x_2 进行仿射交叉操作, 产生的后代个体可能离当前最优解比较远. 因此, 该混合交叉操作既能指导种群个体向最优解子空间靠近, 又能提高算法跳出局部最优的能力, 从而平衡了算法的勘探和开采能力.

2.3 算法步骤

综上所述, 利用 HCEA 算法估计混沌系统参数的步骤如下:

步骤 1 设置 HCEA 算法的参数, 令 $t = 1$;

步骤 2 在问题的解空间中利用佳点集方法生成 N 个个体作为初始种群;

步骤 3 根据 (3) 式计算各个体的适应度值并排序, 基于精英保留策略将最优个体直接复制到下一代种群;

步骤 4 以一定概率 p_c 选择个体与当前最优个体进行混合交叉操作;

步骤 5 以概率 p_m 对混合交叉后的个体进行非均匀变异操作;

步骤 6 判断算法是否满足结束条件, 若满足, 则输出最优解; 否则, 令 $t = t + 1$, 转向步骤 3.

3 仿真实验及分析

3.1 基准函数测试

为验证本文 HCEA 算法的有效性, 选择 4 个标准测试函数, 分别为

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12,$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

$$\begin{aligned}
 & -10 \leq x_i \leq 10, \\
 f_3(x) &= x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3\pi x_1) \\
 & - 0.4 \cos(3\pi x_2) + 0.7 \quad -10 \leq x_i \leq 10, \\
 f_4(x) &= 10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)) \\
 & - 5.12 \leq x_i \leq 5.12.
 \end{aligned}$$

4 个函数中, 函数 f_1 和 f_2 是单峰函数 (当维数超过 3 时, Rosenbrock 函数 f_2 是多峰值函数), 函数 f_3 和 f_4 是多峰值函数. 4 个函数的全局最小值均为 0.

为了进一步说明 HCEA 算法的有效性, 将其对 4 个函数的实验结果与标准遗传算法 (SGA)、改进交叉算子的遗传算法 (LXGA)^[16]、基于梯度信息指导交叉的遗传算法 (ICGA)^[17] 进行比较. 在测试中比较四种算法在给定进化代数内求得最优解的能力, 比较的指标为搜索到的最优解及最优解的平均值. 最优解的平均值与理论最优解越接近, 表明算法定位最优解的精度越高. 为了比较的公平性, 四种算法的参数设置相同, 即种群规模 $N = 50$, 交叉概率 $p_c = 0.5$, 变异概率 $p_m = 0.05$, 最大迭代次数为 5000, 函数 $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_4(x)$ 的维数为 30. HCEA 算法中 $D = 0.8$. 四种算法对每个测试函数进行 30 次独立实验, 测试结果如表 1 所示.

表 1 四种算法对 4 个测试函数的实验结果比较

函数	算法	最优值	平均值
$f_1(x)$	SGA	2.755×10^{-4}	3.5478
	LXGA	3.440×10^{-7}	8.920×10^{-7}
	ICGA	1.505×10^{-9}	1.505×10^{-9}
	HCEA	6.387×10^{-12}	4.521×10^{-10}
$f_2(x)$	SGA	14.254	19.9835
	LXGA	1.850	1.9510
	ICGA	1.012×10^{-2}	1.1140
	HCEA	3.619×10^{-4}	0.4692
$f_3(x)$	SGA	6.254×10^{-11}	1.275×10^{-7}
	LXGA	0	1.130×10^{-16}
	ICGA	0	0
	HCEA	0	0
$f_4(x)$	SGA	1.541	2.2147
	LXGA	3.210×10^{-5}	8.570×10^{-4}
	ICGA	4.521×10^{-7}	1.584×10^{-4}
	HCEA	7.823×10^{-9}	3.178×10^{-6}

从表 1 中的结果可知, 由于 SGA 算法存在早熟收敛的缺点, 其搜索到的最优结果离期望的全局

最小值偏差较大, 尤其是维数较高的问题. 与 SGA 算法相比, HCEA 算法对上述四个标准测试函数找到的最优解质量明显要优; 与 LXGA 算法和 ICGA 算法相比, 无论是函数的最优解还是最优解的平均值, HCEA 算法对四个函数得到的结果均有很大的提高. 从以上实验结果比较和分析可知, HCEA 算法在收敛精度上和稳定性方面都优于其他三种算法.

3.2 基于 HCEA 的 Lorenz 混沌系统参数估计

本文以典型的 Lorenz 混沌系统为例, 利用 HCEA 算法对混沌系统的未知参数进行估计. Lorenz 混沌系统是 Lorenz 于 1963 年提出的一个奇异吸引子的动力系统^[9]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \sigma \cdot (y - x), \\
 \dot{y} &= \gamma \cdot x - x \cdot z - y, \\
 \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z,
 \end{aligned} \tag{6}$$

其中, x, y, z 为系统的状态变量, $\sigma = 10, \gamma = 28, b = 8/3$ 为系统参数的真实值. 在数值仿真中采用四阶 Runge-Kutta 法求解微分方程 (6), 步长 $h = 0.01$. 仿真过程中, 先令 Lorenz 系统自由演化, 在经历暂态过程后任意选取一点作为 0 时刻, 分别在参数的真实值和估计值下计算连续 M 个状态变量值, 一般取 $M = 300$. 与文献 [11] 相同, 本文采用 HCEA 算法估计系统参数未知情况下的 3 个参数值, 其中各待估参数的搜索范围设置为 $9 \leq \sigma \leq 11, 20 \leq \gamma \leq 30, 2 \leq b \leq 3$. HCEA 算法种群规模为 $N = 50$, 最大迭代次数为 100, 交叉概率 $p_c = 0.5$, 变异概率 $p_m = 0.05$. 将 HCEA 算法独立运行 20 次, 列出其最好结果、平均结果和最差结果, 并与文献 [11] 中的 GA 算法和粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法的估计结果进行了比较, 各算法的估计结果如表 2 所示.

从表 2 中的结果可以看出, HCEA 算法得到的 Lorenz 混沌系统参数估计值与真实值非常接近, 参数估计精度高, 与文献 [11] 中两种方法的估计结果相比, HCEA 算法 20 次独立运行的最优结果、平均结果及最差估计结果都优于其相应值. 另外, HCEA 算法得到的最差估计结果比 GA 算法和 PSO 算法的最优结果都好. 这说明 HCEA 算法对 Lorenz 混沌系统的参数估计效果更具有有效性.

表2 各算法参数估计结果比较

	算法	σ	γ	b	J
最优结果	GA ^[16]	10.0672	27.9221	2.66343	4.31×10^0
	PSO ^[16]	9.99533	28.0071	2.66701	4.86×10^{-2}
	HCEA	10.0000	28.0000	2.66667	1.66×10^{-8}
平均结果	GA ^[16]	10.1398	27.7427	2.64859	9.44×10^2
	PSO ^[16]	10.0184	27.9934	2.66628	4.18×10^0
	HCEA	10.0000	28.0000	2.66667	3.90×10^{-6}
最差结果	GA ^[16]	10.9290	26.1276	2.56205	6.46×10^3
	PSO ^[16]	10.6082	27.7044	2.65723	3.94×10^1
	HCEA	10.0005	27.9996	2.66666	4.95×10^{-3}

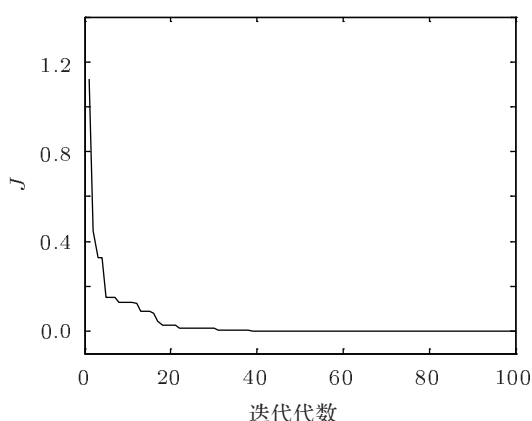


图5 HCEA 算法的收敛曲线

为了进一步说明 HCEA 算法对 Lorenz 混沌系

统参数估计的有效性, 图 5 给出了一个典型的适应度函数的进化过程. 从图 5 中可以看出, 适应度函数 J 迅速逼近于零, 这说明 HCEA 算法具有较强的全局搜索能力和较快的收敛速度.

4 结论

本文将混沌系统的参数估计问题转化为一个多维变量的数值优化问题, 提出了一种基于混合交叉机理的进化算法对优化问题进行求解. 该算法根据被选择参与交叉的个体与当前最优个体的距离选择不同的交叉操作. 混合交叉算子既能使算法具有快速收敛的能力, 又能有效地跳出局部最优. 对几个标准测试函数和典型的 Lorenz 混沌系统进行仿真实验, 结果表明该算法可以得到较好的结果.

- [1] Park J H 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **23** 503
- [2] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [3] Duchateau A, Bradshaw P, Beraini H 1999 *Int. J. Control* **72** 727
- [4] Maybhate A, Amritkar R E 1999 *Phys. Rev. E* **59** 284
- [5] Parlitz U 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1232
- [6] Cao X Q, Song J Q, Zhang W M, Zhao J, Zhang L L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070511 (in Chinese) [曹小群, 宋君强, 张卫民, 赵军, 张理论 2011 物理学报 **60** 070511]
- [7] Wang S M, Yue C Y, Luo H G 2007 *J. Huazhong Univ. Sci. Technol.* **35** 121 (in Chinese) [王绍明, 岳超源, 罗海庚 2007 华中科技大学学报 **35** 121]
- [8] Dai D, Ma X K, Li F C, You Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2459 (in Chinese) [戴栋, 马西奎, 李富才, 尤勇 2002 物理学报 **51** 2459]
- [9] Gao F, Tong H Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 577 (in Chinese) [高飞, 童恒庆 2006 物理学报 **55** 577]
- [10] Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 51 (in Chinese) [李丽香, 彭海朋, 杨义先, 王向东 2007 物理学报 **56** 51]
- [11] Wang J Y, Huang D X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2755 (in Chinese) [王钧炎, 黄德先 2008 物理学报 **57** 2755]
- [12] Ren Z W, Xiong R 2010 *Control Theory Appl.* **27** 1448 (in Chinese) [任子武, 熊蓉 2010 控制理论与应用 **27** 1448]
- [13] Leung Y W, Wang Y P 2000 *IEEE Trans. Evolu. Comp.* **4** 41
- [14] Zhang L, Zhang B 2001 *Chin. J. Comput.* **24** 917 (in Chinese) [张铃, 张钹 2001 计算机学报 **24** 917]
- [15] Gen M, Cheng R W 1997 *Genetic Algorithm + Data Structure = Evolutionary Programs* (New York: John Wiley and Sons Press) p29
- [16] Kusum D, Manoj T 2007 *Appl. Math. Comput.* **188** 895
- [17] Liang X M, Xiao W, Long W, Qin H Y 2010 *J. Comput. Appl.* **30** 2582 (in Chinese) [梁昔明, 肖伟, 龙文, 秦浩宇 2010 计算机应用 **30** 2582]

Parameter estimation for chaotic system based on evolution algorithm with hybrid crossover*

Long Wen^{1)†} Jiao Jian-Jun¹⁾²⁾

1) (*Guizhou Key Laboratory of Economics System Simulation, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang 550004, China*)

2) (*School of Mathematics and Statistics, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang 550004, China*)

(Received 24 August 2011; revised manuscript received 20 October 2011)

Abstract

A hybrid-crossover-based evolution algorithm is proposed to estimate the parameters of chaotic system. Through establishing an appropriate fitness function, the parameter estimation problem is converted into a multi-dimensional functional optimization problem. In this approach, the individual generation based on good-point-set method is introduced into the evolutionary algorithm initial step, which reinforces the stability and global exploration ability of the evolutionary algorithm. In the evolution process, it not only can be explored to induce the new individuals generated by stochastic hybrid crossover operation to fly into the better subspace, but also can avoid the premature convergence and speed up the convergence. It coordinates the exploitation ability and the exploration ability of algorithm. Numerical simulations on the benchmark function and the Lorenz system are conducted. The results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm, which is shown to be an effective method of parameter estimation for chaotic systems.

Keywords: Lorenz chaotic system, parameter estimation, hybrid crossover, evolution algorithm

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61074069, 10961008), the Natural Science Foundation of Education Bureau of Guizhou Province, China (Grant No. 2010027), and the Scientific Research Foundation for the Introduced Talents of Guizhou College of Finance and Economics, China.

† E-mail: lw770457@163.com