

复标度方法对原子核单粒子共振态的研究*

刘野 陈寿万 郭建友†

(安徽大学物理与材料科学学院, 合肥 230039)

(2011年8月25日收到; 2011年9月30日收到修改稿)

在相对论平均场理论框架下, 利用复标度方法研究了 Zr 同位素的单粒子共振问题. 以 ^{122}Zr 为例, 演示了复标度方法确定共振态的具体步骤, 确定了 ^{122}Zr 所有可能共振态的能量和宽度, 以及相应共振态的复标度波函数, 并与耦合常数的解析延拓方法进行了比较. 在此基础上, 进一步系统研究了 Zr 同位素的共振问题, 获得了与散射相移方法一致的结果.

关键词: 相对论平均场理论, 复标度方法, 单粒子共振态

PACS: 21.10.Tg, 03.65.Pm, 25.70.Ef, 27.60.+j

1 引言

近年来, 随着放射性核束物理实验技术的发展, 远离 β 稳定线核的研究成为理论和实验关注的热点之一 [1-4]. 远离 β 稳定线核的价核子束缚能低, 连续谱尤其是连续谱中的共振态对其性质有重要影响. 文献 [5, 6] 利用相对论平均场理论研究了原子核的巨共振问题, 指出巨共振主要来源于原子核的单粒子共振. 单粒子共振也是原子分子物理中的重要现象 [7].

研究共振态的方法有多种, 主要有 R 矩阵法 [8]、散射相移法 (S) [9]、实稳定化法 (RSM) [10]、耦合常数的解析延拓法 (ACCC) [11] 和复标度法 (CSM) [12] 等. CSM 最初由 Šeba [13] 提出, 并从数学上证明是研究微观粒子共振的有效方法 [14]. 最近, Ivanov 等 [15] 利用 CSM 方法研究了类氢离子的共振问题, Pestka 等 [16] 利用复标度的 Hylleraas-CI 方法计算了两电子原子共振态. 2007 年, Alhaidari [17] 将 CSM 方法拓展到相对论框架, 利用基展开方法讨论了相对论粒子的共振问题. 2008 年, Bylicki 等 [18] 通过发展相对论的 Hylleraas-CI 方法, 利用复转动研究了多电子体系的共振态问

题. 2010 年, 文献 [19] 将 CSM 方法拓展到相对论平均场 (RMF) 理论框架, 发展了 RMF-CSM 方法, 研究了 ^{120}Sn 共振态. 本文进一步利用 RMF-CSM 研究 ^{122}Zr 及其 Zr 同位素的共振问题.

2 理论框架

RMF 理论是最为成功的微观理论模型之一, 该模型的细节可参阅文献 [2, 3], 其出发点是包含核子, σ , ω 和 ρ 介子, 以及光子场互相作用的拉氏量密度

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{g_2}{3}\sigma^3 - \frac{g_3}{4}\sigma^4 - g_\sigma\bar{\psi}\sigma\psi - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\omega_\mu - \frac{1}{4}\mathbf{R}_{\mu\nu}\mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\rho^\mu - g_\rho\bar{\psi}\gamma^\mu\boldsymbol{\tau}\psi\rho_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1-\tau^3}{2}\psi A^\mu, \quad (1)$$

式中符号的含义与文献 [2] 一致, 利用经典变分原理可得核子运动的 Dirac 方程

$$\{\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + V(\mathbf{r}) + \beta[M + S(\mathbf{r})]\} \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon\psi(\mathbf{r}), \quad (2)$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 11175001)、安徽省自然科学基金 (批准号: 110406M07)、安徽省人才开发基金 (批准号: 2007Z018)、安徽省教育厅重点科研基金 (批准号: KJ2009A129) 和安徽大学 211 工程资助的课题.

† E-mail: jianyou@adu.edu.cn

以及介子和光子运动的 Klein-Gordon 方程

$$\begin{aligned} (-\Delta + \partial_\sigma U(\sigma)) \sigma(\mathbf{r}) &= -g_\sigma \rho_s(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\omega^2) \omega^0(\mathbf{r}) &= g_\omega \rho_v(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\rho^2) \rho^0(\mathbf{r}) &= g_\rho \rho_3(\mathbf{r}), \\ -\Delta A^0(\mathbf{r}) &= e \rho_p(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $V(\mathbf{r})$ 和 $S(\mathbf{r})$ 分别表示矢量势和标量势, m_σ , m_ρ , m_ω 分别是 σ , ρ , ω 介子质量, ρ_s , ρ_v , ρ_3 是相应介子的密度.

对于球形核, Dirac 旋量可表示为

$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} f(r) Y_{jm}^l(\theta, \phi, s) \\ ig(r) Y_{jm}^{\bar{l}}(\theta, \phi, s) \end{pmatrix} \chi_{t_a}(t), \quad (4)$$

其中 $Y_{jm}^l(\theta, \phi)$ 是球谐函数; $f(r)$ 与 $g(r)$ 分别是波函数径向部分的上分量和下分量. 将 (4) 式代入 (2)

$$\mathbf{H}_\theta = \begin{pmatrix} V(re^{i\theta}) + S(re^{i\theta}) + M & e^{-i\theta} \left(-\frac{d}{dr} - \frac{1}{r} + \frac{K}{r} \right) \\ e^{-i\theta} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} + \frac{K}{r} \right) & V(re^{i\theta}) - S(re^{i\theta}) - M \end{pmatrix}. \quad (7)$$

\mathbf{H} 的束缚态是 \mathbf{H}_θ 的本征态, 即 \mathbf{H} 和 \mathbf{H}_θ 的束缚态相同, \mathbf{H} 格林函数的共振极点 ($\theta > \arg(E)/2$) $\varepsilon_\theta = \varepsilon_r - i\Gamma/2$ 也是 \mathbf{H}_θ 的本征态, \mathbf{H}_θ 的连续谱以 θ 转动.

3 数值计算和结果

用 RMF-CSM 方法研究 Zr 及其同位素的性质, 为了和文献 [20, 21] 比较, 参数组选取 NLSH^[22]. 具体计算时, 求解 (7) 式采用基展开方法, 展开谐振子基包含 100 个谐振子壳, 谐振子频率 $h\omega_0 = 41A^{-1/3}$ MeV, A 是核子数. 理论上, 用 CSM 方法确定共振态, 共振参数与复标度参数 θ 无关. 在实际计算中, 由于采用的基有限, 共振态的能量和宽度与复标度参数 θ 有一定的依赖关系. 为了获得可靠的计算结果, 和文献 [20, 21] 一致, 采用 θ 轨迹方法确定共振态的参数, 即在复能量面上, 画出复能量随 θ 的变化轨迹, 共振态的位置对应复能量随 θ 变化最不敏感的位置 ($dE_\theta/d\theta \approx 0$). 图 1 展示了 ¹²²Zr 中子 $1h_{9/2}$ 共振态的参数随 θ 变化的轨

迹, 可得径向 Dirac 方程

$$\begin{pmatrix} V + S + M & -\frac{d}{dr} - \frac{1}{r} + \frac{k}{r} \\ \frac{d}{dr} + \frac{1}{r} + \frac{k}{r} & V - S - M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(r) \\ g(r) \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} f(r) \\ g(r) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

(5) 式能很好地描述相对论粒子的束缚态问题. 为了描述共振态, 定义一个复标度算符

$$U(\theta) = \begin{pmatrix} e^{i\theta S} & 0 \\ 0 & e^{i\theta S} \end{pmatrix},$$

其中 $S = r \frac{\partial}{\partial r}$. 将算符 $U(\theta)$ 作用到 (5) 式, 得复标度的 Dirac 方程

$$\mathbf{H}_\theta \psi_\theta = E_\theta \psi_\theta, \quad (6)$$

其中, $\mathbf{H}_\theta = U(\theta) \mathbf{H}(r) U^{-1}(\theta)$, 表示变化后的哈密顿量, 即

迹, 其中, E_r 表示共振态能量, E_i 表示复能量虚部, 与共振宽度的关系为 $E_i = -\Gamma/2$, $\theta = 4.6^\circ - 13.0^\circ$, 间隔 $\Delta\theta = 0.4^\circ$. 从图 1 中可以看出, 当 θ 比较小时, 计算的共振参数随 θ 的变化明显, 随着 θ 的增加, 共振参数变得稳定. 另外, 在 $\theta \approx 11.0^\circ$ 附近, 复能量随 θ 变化最小, 对应 $1h_{9/2}$ 共振态位置. 用这种方法确定的 ¹²²Zr 单粒子共振态的能量和宽度列于表 1, 为比较, 表中同时给出了 RMF-ACCC 和 RMF-S 方法的计算结果.

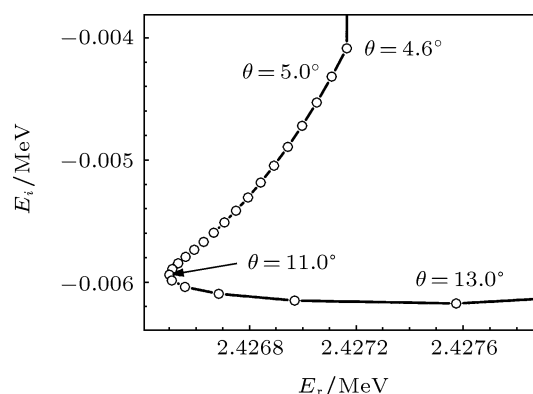


图 1 ¹²²Zr 中子 $1h_{9/2}$ 共振态 θ 的轨迹, 共振态的位置用箭头标注, 参数组取 NLSH

表 1 ^{122}Zr 单中子共振态的能量和宽度, 其中 RMF 计算采用 NLSH 参数组

νl_j	RMF-ACCC ^[20]		RMF-CSM		RMF-S ^[21]	
	E_r/MeV	Γ	E_r/MeV	Γ	E_r/MeV	Γ
$\nu 1i_{13/2}$	5.60	0.12	5.6530	0.0913	5.61	0.11
$\nu 1h_{9/2}$	2.40	0.01	2.4265	0.0116	2.50	0.01
$\nu 2f_{7/2}$	0.50	0.01	0.4822	0.0066	0.60	0.01
$\nu 2f_{5/2}$	1.62	0.40	1.6343	0.3760	1.70	0.50
$\nu 3p_{3/2}$	0.30	0.01	0.1414	0.0611	0.20	0.17
$\nu 3p_{1/2}$	0.50	0.01	0.2499	0.1060	0.50	0.01

从表 1 可以看出, 三种方法确定的共振参数一致, 尤其是 $1i_{13/2}$, $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$ 和 $2f_{5/2}$ 四个态, RMF-CSM 方法获得的共振态能量和宽度与 RMF-ACCC 和 RMF-S 的计算结果偏差在 4% 以下. 对于 $3p_{1/2}$ 和 $3p_{3/2}$ 态, RMF-CSM 确定的共振能量

比 RMF-ACCC 和 RMF-S 的计算结果稍小, 部分原因可能是这两个态离心位垒低 ($L = 1$), 共振参数难以精确确定. 比较而言, ACCC 方法和 S 方法对共振参数的确定都存在较大的不确定性, CSM 方法由于不依赖于边界条件, 计算结果可能会更可靠.

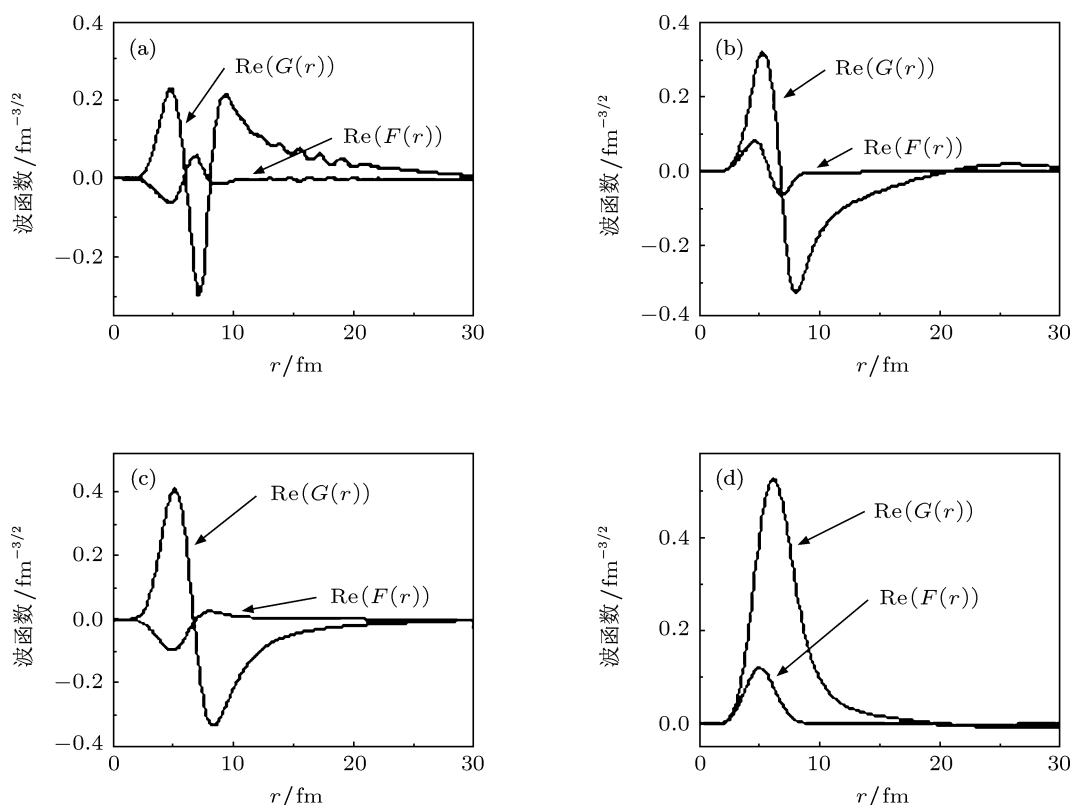


图 2 RMF-CSM 计算获得的 ^{122}Zr 中子 $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $2f_{5/2}$ 和 $3p_{3/2}$ 共振态的复标度波函数的实部, 图中 $\text{Re}(G(r))$ 和 $\text{Re}(F(r))$ 分别表示共振态上和下旋量, 参数组采用 NLSH (a) $3p_{3/2}$; (b) $2f_{5/2}$; (c) $2f_{7/2}$; (d) $1h_{9/2}$

除了共振态的能量和宽度外, 用 RMF-CSM 方法也可以确定共振态的复标度波函数, 为了和文献 [20] 比较, 图 2 给出了 $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $2f_{5/2}$ 和 $3p_{3/2}$ 态的复标度波函数的实部. 比较图 2(d) 和文献 [20] 的图 (10) 可以看出, 和 RMF-ACCC 和 RMF-S 方法相比, RMF-CSM 方法确定的复标度波函数相对束缚一些, 但形状和变化趋势一致. 特别是 $1h_{9/2}$ 态,

RMF-CSM 确定的复标度波函数和 RMF-ACCC 以及 RMF-S 符合得相当好, 上旋量波函数峰值和其他方法的偏差在 1% 误差以下. 三种方法确定的下旋量波函数 $\text{Re}(F(r))$ 几乎完全相同 [20].

近年来, 赝自旋对称性引起了人们的关注 [23,24]. 由于赝自旋伙伴态下旋量近似相等, 图 3 给出了 ^{122}Zr 赝自旋伙伴态 ($3p_{3/2}$, $2f_{5/2}$) ($2f_{7/2}$,

$1h_{9/2}$) 的下旋量波函数. 从图 3 可以看出, 除在核表面附近, 赝自旋伙伴态的波函数有一点偏差外, 形状和变化趋势几乎完全一致, 这反映共振态的赝自旋伙伴也具有较好的对称性, 与文献 [25] 一致. 赝

自旋波函数劈裂的大小与赝自旋双重态径向波函数下分量之间所围的面积成正比, 随着 l 增加波函数劈裂增大, 例如 $(2f_{7/2}, 1h_{9/2})$ 赝自旋波函数劈裂比 $(3p_{3/2}, 2f_{5/2})$ 大, 这些结果与文献 [25] 相同.

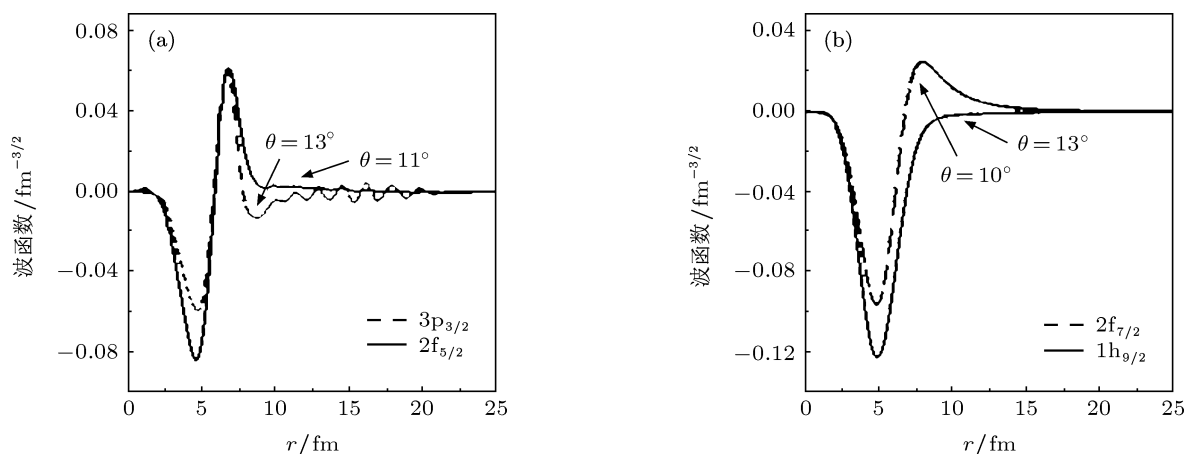


图 3 ^{122}Zr 中子赝自旋双重态 $(3p_{3/2}, 2f_{5/2})$ 和 $(2f_{7/2}, 1h_{9/2})$ 的复标度波函数, 参数组采用 NLSH (a) $(3p_{3/2}, 2f_{5/2})$; (b) $(2f_{7/2}, 1h_{9/2})$

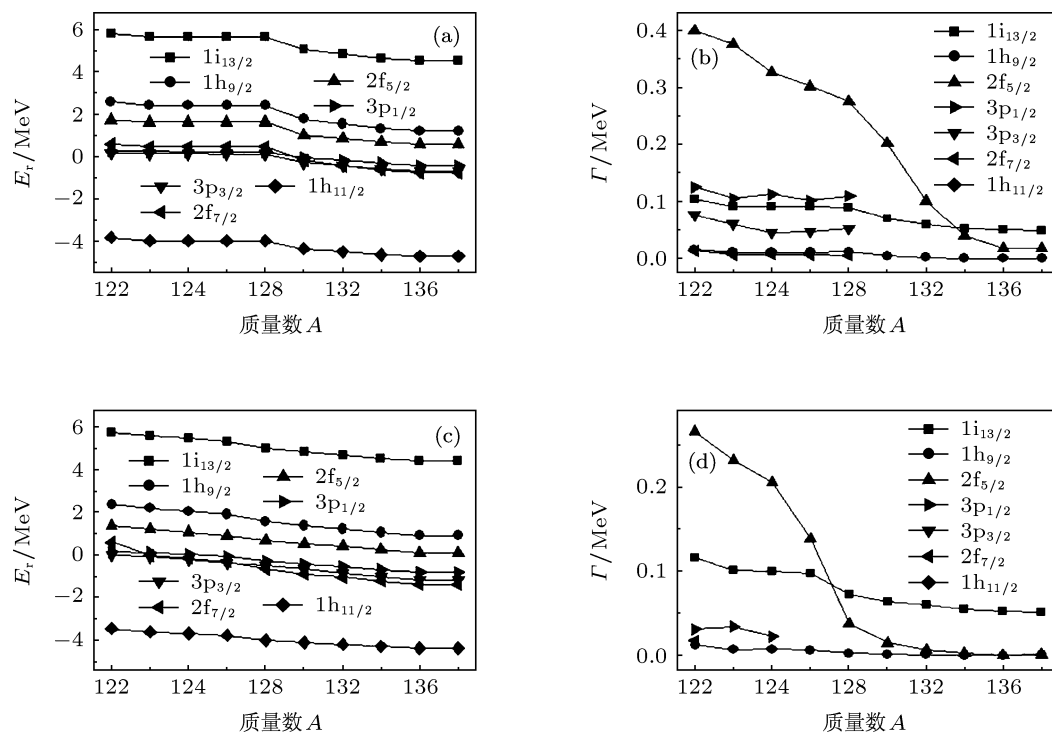


图 4 RMF-CSM 方法不同参数组计算 Zr 同位素共振态能量和宽度随质量数的变化情况 (a) NLSH, 共振态能量; (b) NLSH, 共振态宽度; (c) NL3, 共振态能量; (d) NL3, 共振态宽度

由于 RMF-CSM 能很好地描述原子核的单粒子共振态, 本文用该方法系统研究了 Zr 同位素链的共振态, 如图 4 所示, 其中图 4(a) 和 (b) 是用 NLSH 参数组的计算结果, (c) 和 (d) 是用 NL3^[22] 参数组的计算结果. 从图 4 中可以看出, 所有共振态的能

量都随原子核质量数的增加而下降, 与文献 [21] 获得的结果一致. 同时, 共振态的单粒子能级也存在壳结构, 与束缚态类似, 如 $1i_{13/2}$ 和 $1h_{9/2}$ 态之间存在较大能隙, $1h_{9/2}$ 和 $2f_{7/2}$ 态之间也存在较大的能隙. 从 $1h_{9/2}$ 这条能级发现, 虽然其能级较高, 由

于离心位垒也相当高 ($L = 5$), 所以这个态有较窄的共振宽度, 与文献 [21] 相似. $2f_{7/2}$ 态虽然与自旋伙伴态 ($3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$) 能级比较接近, 但仔细观察后发现 Zr 同位素的这三条能级随核子数变化有共振态和束缚态共存现象, $1i_{13/2}$ 态的共振宽度非常窄 (在 0.05—0.1 MeV 之间), 这些结果和文献 [21] 一致.

4 结论

本文介绍了 RMF-CSM 方法. 利用 RMF 理论自洽计算获得的标量势和矢量势代替 Dirac 方程中的 $S(\mathbf{r})$ 和 $V(\mathbf{r})$, 通过复标度变换, 获得复标度的 Dirac 哈密顿量, 得到共振态的能量、宽度和复标度波函数. 以 ^{122}Zr 为例, 研究了 ^{122}Zr 中子 $1h_{9/2}$

态共振参数随 θ 变化的稳定性. 计算了 ^{122}Zr 中子 $1i_{13/2}$, $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $2f_{5/2}$, $3p_{3/2}$ 和 $3p_{1/2}$ 共振态的能量和宽度, 以及 $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $2f_{5/2}$ 和 $3p_{3/2}$ 共振态的复标度波函数. 结果表明, RMF-CSM 方法不仅很好地描述了原子核的单粒子共振态, 而且获得的共振态波函数也存在赝自旋对称性. 然后, 进一步应用 RMF-CSM 方法系统研究了 Zr 同位素链的共振态. 发现 Zr 同位素的共振态能量随原子核质量数的增加而下降, 而且存在明显的壳结构, 和束缚态情况类似, 这些结果与 RMF-ACCC 以及 RMF-S 方法一致. 所有结果均反映 RMF-CSM 是描述共振态的有效方法, 与 ACCC 方法以及 S 方法相比, RMF-CSM 确定共振态不受边界条件的限制, 可以方便地推广到其他多体系统共振态的研究.

-
- [1] Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O, Shida Y 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 2676
- [2] Vretenar D, Afanasjev A V, Lalazissis G A, Ring P 2005 *Phys. Rep.* **409** 101
- [3] Meng J, Toki H, Zhou S G, Zhang S Q, Long W H, Geng L S 2006 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** 470
- [4] Zhi Q J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 052101 (in Chinese) [支启军 2011 物理学报 **60** 052101]
- [5] Curutchet P, Vertse T, Liotta R J 1989 *Phys. Rev. C* **39** 1020
- [6] Cao L G, Ma Z Y 2002 *Phys. Rev. C* **66** 024311
- [7] Bürgers A, Wintgen D, Rost J M 1995 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **28** 3163
- [8] Wigner E P, Eisenbud L 1947 *Phys. Rev.* **72** 29
- [9] Taylor J R 1972 *Scattering Theory: The Quantum Theory on Non-relativistic Collisions* (New York: John Wiley and Son) p240
- [10] Hazi A U, Taylor H S 1970 *Phys. Rev. A* **1** 1109
- [11] Kukulín V I, Krasnopl'sky V M, Horáček J 1989 *Theory of Resonances: Principles and Applications* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers) p219
- [12] Ho Y K 1983 *Phys. Rep.* **99** 1
- [13] Šeba P 1988 *Lett. Math. Phys.* **16** 51
- [14] Moiseyev N 1998 *Phys. Rep.* **302** 211
- [15] Ivanov I A, Ho Y K 2004 *Phys. Rev. A* **69** 023407
- [16] Pestka G, Bylicki M, Karwowski J 2006 *J. Phys. B* **39** 2979
- [17] Alhaidari A D 2007 *Phys. Rev. A* **75** 042707
- [18] Bylicki M, Pestka G, Karwowski J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 044501
- [19] Guo J Y, Fang X Z, Jiao P, Wang J, Yao B M 2010 *Phys. Rev. C* **82** 034318
- [20] Zhang S S, Meng J, Zhou S G, Hillhouse G C 2004 *Phys. Rev. C* **70** 034308
- [21] Sandulescu N, Geng L S, Toki H, Hillhouse G C 2003 *Phys. Rev. C* **68** 054323
- [22] Lalazissis G A, König J, Ring P 2004 *Phys. Rev. C* **55** 540
- [23] Ginocchio J N, Leviatan A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 072502
- [24] Liang H Z, Zhao P W, Zhang Y, Meng J, Gia N V 2011 *Phys. Rev. C* **83** 041301
- [25] Zhang S S, Zhang W, Zhou S G, Meng J 2007 *Eur. Phys. J. A* **32** 43

Research on the single-particle resonant states by the complex scaling method*

Liu Ye Chen Shou-Wan Guo Jian-You[†]

(*School of Physics and Material Science, Anhui University, Hefei 230039, China*)

(Received 25 August 2011; revised manuscript received 30 September 2011)

Abstract

In the framework of the relativistic mean field (RMF) theory, the single-particle resonant states for spherical nuclei are studied by the complex scaling method. Taking ^{122}Zr for example, we demonstrate the calculated details, and the obtained energies, widths, and wave functions for all the possible resonant states. The results are in good agreement with those from the analytic continuation in the coupling constant method and the scattering phase shift method. Furthermore, we investigate the resonant states for all the Zr isotopes. The results are in satisfactory agreement with those from the scattering phase-shift method.

Keywords: relativistic mean field complex scaling method single-particle resonant states

PACS: 21.10.Tg, 03.65.Pm, 25.70.Ef, 27.60.+j

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11175001), the Natural Science Foundation of Anhui Province, China (Grant No. 110406M07), the Program for Excellent Talents in Anhui Province, China (Grant No. 2007Z018), the Key Research Foundation of Education Bureau of Anhui Province, China (Grant No. KJ2009A129), and the 211 Project of Anhui University, China.

[†] E-mail: jianyou@adu.edu.cn