

## 光轴平行于界面的单轴手征介质中的负折射研究\*

李杰 董建峰†

(宁波大学光纤通信与网络技术研究所, 宁波 315211)

(2011年8月12日收到; 2011年9月20日收到修改稿)

研究了光轴平行于界面时单轴各向异性手征介质中实现负折射的条件, 并详细分析了该介质中两个本征波在不同电磁参数和手征参数下折射角随入射角的变化规律. 结果表明, 利用单轴各向异性手征介质实现负折射, 条件更加宽松, 甚至在弱的手征参数下也可能实现负折射, 且在不同的介电常数、手征参数和入射角下, 该手征介质中两个本征波的相折射角存在很大的差异, 在特殊条件下, 某一个或两个本征波不能在介质内传播.

**关键词:** 单轴各向异性手征介质, 负折射, 手征参数, 折射角

**PACS:** 41.20.Jb, 42.25.Bs, 78.20.Ci

## 1 引言

近年来, 利用手征介质实现负折射率已成为负折射率研究领域的一个新热点<sup>[1-10]</sup>. 理论研究表明, 对于各向同性手征介质, 只要手征参数大于介质的折射率, 就可实现介质中电磁波的后向传播<sup>[3]</sup>, 同时手征负折射介质平板还可实现圆极化波的亚波长聚焦<sup>[4,5]</sup>.

然而, 之前对于手征负折射介质的研究通常假设该介质为各向同性<sup>[1-10]</sup>, 即介质的介电常数和磁导率都为标量. 实际上, 目前实现负折射的手征介质并不是完全各向同性, 其介电常数和磁导率都为张量, 大部分为各向异性手征负折射介质, 只是在某些方向上表现出负的电磁特性. 实验证明, 制作完全各向同性的手征负折射介质比较困难, 而各向异性手征负折射介质结构简单, 易于实现, 因此对于各向异性手征负折射介质的研究更具现实意义.

早在1994年, Lindell等<sup>[11]</sup>就已对单轴各向异性手征介质做了较为细致的研究, 然而当时并没有考虑该介质实现后向波传播的可能. 2006年, Cheng等<sup>[12]</sup>研究了单轴各向异性手征介质实现负折射的条件, 发现各向异性手征介质与各向同性手征介质

及双负介质<sup>[13-17]</sup> (介电常数和磁导率同为负) 相比能够拥有更多的负折射情况, 且在单轴各向异性手征介质中出现了负的相折射或负的群折射. 同时他们还研究了电磁波从真空入射到单轴和双轴各向异性手征负折射介质时的反射与透射特性<sup>[18,19]</sup>. 值得注意的是Cheng等研究的为光轴方向与界面垂直时的情况, 而本文将考虑光轴方向与界面平行时实现负折射的可能条件及其折射特性.

## 2 单轴各向异性手征介质实现负折射的条件

考虑电磁波以与 $y$ 轴成 $\theta_i$ 的夹角斜入射至 $x-z$ 平面, 其中 $y < 0$ 的区域为自由空间, 其介电常数和磁导率为标量 $(\epsilon_0, \mu_0)$ , 而 $y > 0$ 的区域为单轴各向异性手征介质, 其介电常数和磁导率为张量 $(\epsilon, \mu)$ , 如图1所示.

单轴各向异性手征介质的本构关系为<sup>[11]</sup> (在本文中假设时谐场为 $\exp(j\omega t)$ , 其中 $\omega$ 为角频率)

$$\mathbf{D} = \epsilon \cdot \mathbf{E} - j\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\kappa\mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + j\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\kappa\mathbf{E}, \quad (2)$$

其中,  $\epsilon = \epsilon_t \mathbf{I}_t + \epsilon_z \mathbf{z}\mathbf{z}$ ,  $\mu = \mu_t \mathbf{I}_t + \mu_z \mathbf{z}\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{I}_t =$

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61078060)、浙江省自然科学基金 (批准号: Y1091139)、宁波市科技创新团队项目 (批准号: 2009B21007) 和宁波大学王宽诚幸福基金资助的课题.

† E-mail: dongjianfeng@nbu.edu.cn

$\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}$ ,  $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{z}\mathbf{z}$ . 这里假设  $\kappa > 0$ ,  $\mu_t > 0$ ,  $\mu_z > 0$ ,  $\kappa$  为手征参数,  $\mu_z$  ( $\mu_t$ ) 和  $\varepsilon_z$  ( $\varepsilon_t$ ) 分别为该介质的磁导率和介电常数在光轴方向 (非光轴方向) 的分量, 其中  $\varepsilon_z$  和  $\varepsilon_t$  的值可正可负,  $z$  方向为各向异性手征介质的光轴方向.

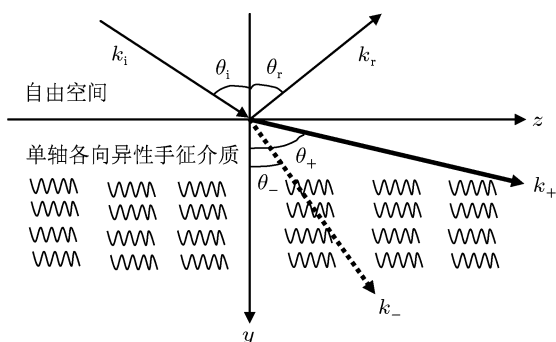


图1 一般单轴各向异性手征介质示意图

在各向异性手征介质中存在两个本征波<sup>[11]</sup>  $\mathbf{p}^+$  和  $\mathbf{p}^-$ , 则该介质中的 Maxwell 方程可写为

$$\mathbf{k}_{\pm} \times \mathbf{E}_{\pm} = \omega\mu_t \mathbf{A}_{\pm} \cdot \mathbf{H}_{\pm}, \quad (3)$$

$$\mathbf{k}_{\pm} \times \mathbf{H}_{\pm} = -\omega\varepsilon_t \mathbf{A}_{\pm} \cdot \mathbf{E}_{\pm}, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{A}_{\pm} = \mathbf{I}_t + A_{\pm}\mathbf{z}\mathbf{z}$ ,

$$A_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_z}{\mu_t} + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\mu_z}{\mu_t} - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \right)^2 + \frac{\kappa^2 \mu_0 \varepsilon_0}{\mu_t \varepsilon_t}}.$$

由 (3), (4) 式可求得该介质中电磁波传播的波数

$$k_{\pm} = \frac{k_t}{\sqrt{\sin^2 \theta_{\pm} + \cos^2 \theta_{\pm} / A_{\pm}}}, \quad (5)$$

其中  $k_t = k_0 \sqrt{\varepsilon_t \mu_t}$ . 进一步可得到该介质的色散方程

$$\frac{k_y^2}{A_{\pm}} + k_z^2 = k_t^2, \quad (6)$$

其中  $k_y = k_{\pm} \cos \theta_{\pm}$ ,  $k_z = k_{\pm} \sin \theta_{\pm}$ ,  $\theta_{\pm}$  为相折射角 (如图 1 所示).

在光轴沿着  $z$  方向的单轴各向异性手征介质中, 有

$$[\mathbf{k}_{\pm} \cdot \mathbf{A}_{\pm}] \cdot \mathbf{E}_{\pm} = 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{H}_{\pm} = z Y_{z\pm} \cdot \mathbf{E}_{\pm}, \quad (8)$$

其中,

$$Y_{z\pm} = \frac{\varepsilon_t}{-j\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \left( A_{\pm} - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \right).$$

由此可得

$$\begin{aligned} & \mathbf{z} \cdot (\mathbf{k}_{\pm} \times \mathbf{E}_{\pm}) - \mathbf{z} \cdot \omega\mu_t \mathbf{A}_{\pm} \mathbf{H}_{\pm} \\ & = [\mathbf{A}_{\pm} \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{k}_{\pm} - z\omega\mu_t Y_{z\pm})] \cdot \mathbf{E}_{\pm} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

由 (7)–(9) 式可推知, 该介质中的电场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\pm} & \sim (\mathbf{k}_{\pm} \cdot \mathbf{A}_{\pm}) \times [\mathbf{A}_{\pm} \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{k}_{\pm} - z\omega\mu_t Y_{z\pm})] \\ & = -\frac{1}{A_{\pm}} k_y z + k_z \mathbf{y} + x\omega\mu_t Y_{z\pm}. \end{aligned} \quad (10)$$

设电场幅度为  $E_{01,2}$ , 其下标 01, 2 分别表示为两本征波  $\mathbf{p}^+$  和  $\mathbf{p}^-$  的电场幅度, 则 (10) 式变为

$$\mathbf{E}_{\pm} = E_{01,2} \left( -\frac{1}{A_{\pm}} k_y z + k_z \mathbf{y} + x\omega\mu_t Y_{z\pm} \right). \quad (11)$$

同理可得该介质中的磁场为

$$\mathbf{H}_{\pm} \sim -\frac{1}{A_{\pm}} k_y z + k_z \mathbf{y} - x\omega\varepsilon_t Z_{z\pm}, \quad (12)$$

其中

$$Z_{z\pm} = \frac{1}{Y_{z\pm}} = \frac{\mu_t}{j\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \left( A_{\pm} - \frac{\mu_z}{\mu_t} \right).$$

而由 (3) 式可得, 此时的磁场可表示为

$$\mathbf{H}_{\pm} = E_{01,2} Y_{z\pm} \left( -\frac{k_y}{A_{\pm}} z + k_z \mathbf{y} - \omega\varepsilon_t Z_{z\pm} \mathbf{x} \right). \quad (13)$$

因此可推得该介质中透射波的平均 Poynting 功率流为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S}_t \rangle & = \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_{01,2} \times \mathbf{H}_{01,2}^*) \\ & = \frac{1}{2} \omega |E_{01,2}|^2 (\varepsilon_t + \mu_t Y_{z\pm}^2) \\ & \quad \times \left( \frac{k_y}{A_{\pm}} \mathbf{y} + k_z \mathbf{z} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

所以,  $y, z$  方向上的平均 Poynting 功率流分别为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S}_{ty} \rangle & = \frac{\omega k_y}{2A_{\pm}} |E_{01,2}|^2 \psi_{\pm} \mathbf{y}, \\ \langle \mathbf{S}_{tz} \rangle & = \frac{1}{2} \omega |E_{01,2}|^2 k_z \psi_{\pm} \mathbf{z}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\psi_{\pm} = \varepsilon_t + \mu_t |Y_{z\pm}|^2$ . 由 (15) 式可得群折射角  $\theta_{g\pm}$  与相折射角  $\theta_{\pm}$  满足关系式

$$\begin{aligned} \tan \theta_{g\pm} & = \frac{S_z}{S_y} = \frac{A_{\pm} k_z}{k_y} \\ & = \frac{A_{\pm} \sin \theta_{\pm}}{\cos \theta_{\pm}} = A_{\pm} \tan(\theta_{\pm}). \end{aligned} \quad (16)$$

由 (15), (16) 式可知, 平均 Poynting 功率流的方向与波数  $k_y, k_z$  的方向关系由  $A_{\pm}$  和  $\psi_{\pm}$  的正负决定,  $\theta_{g\pm}$  与  $\theta_{\pm}$  的正负关系由  $A_{\pm}$  的正负决定. 而  $A_{\pm}$  和  $\psi_{\pm}$  的正负又由介电常数、磁导率和手征参数的大小决定. 表 1 给出了  $\mu_t = \mu_z = \mu_0$  的前提下,

不同的介电常数和手征参数对平均 Poynting 功率流、波数以及群折射角和相折射角的影响。

由表 1 可知, 即使在小的手征参数下, 单轴各向异性手征介质仍可实现负的相折射或负的群折射, 且在大的手征参数下也不一定有负相折射或负群折射的存在. 因此, 这与各向同性的手征介质实现负折射有很大的不同, 且该情况下与文献 [12]

中光轴垂直于界面时出现负群折射和负相折射的情况存在很大差别: 文献 [12] 中  $\epsilon_t > 0, \epsilon_z > 0$  和  $\epsilon_t > 0, \epsilon_z < 0$  时, 只存在负的群折射, 而本文在该情况下, 则只存在负的相折射;  $\epsilon_t < 0$  和  $\epsilon_z > 0$  时, 文献 [12] 中出现正折射, 本文则出现了负折射. 需要说明的是, 表 1 中显示不存在的情况, 是因为这些情况下, 色散方程 (16) 式不存在实数解.

表 1  $\mu_t = \mu_z = \mu_0$  时, 介电常数和手征参数对平均 Poynting 功率流、波数、群折射角和相折射角的影响

$\epsilon_t, \epsilon_z$	$ \kappa $	$A_{\pm}$	$\psi_{\pm}$	$S_{ty}$ 与 $k_y$ 方向	$S_{tz}$ 与 $k_z$ 方向	群折射角	相折射角
$\epsilon_t > 0, \epsilon_z > 0$	$ \kappa  < \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_{\pm} > 0$		相同	相同	正	正
		$A_+ > 0$	$\psi_{\pm} > 0$	相同	相同	正	正
	$ \kappa  > \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_- < 0$		相反	相同	正	负
$\epsilon_t < 0, \epsilon_z > 0$		$A_+ > 0$	$\psi_+ > 0$	不存在	不存在	不存在	不存在
			$\psi_+ < 0$				
	$ \kappa  < \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_- < 0$	$\psi_- > 0$	相反	相同	正	负
			$\psi_- < 0$	相同	相反	负	正
		$A_{\pm} > 0$	$\psi_{\pm} > 0$	不存在	不存在	不存在	不存在
			$\psi_{\pm} < 0$				
$\epsilon_t > 0, \epsilon_z < 0$	$ \kappa  < \sqrt{\mu_z  \epsilon_z  / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_+ > 0$	$\psi_{\pm} > 0$	相同	相同	正	正
		$A_- < 0$		相反	相同	正	负
	$ \kappa  > \sqrt{\mu_z  \epsilon_z  / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_{\pm} < 0$	$\psi_{\pm} > 0$	相反	相同	正	负
			$\psi_{\pm} < 0$	相同	相反	负	正
$\epsilon_t < 0, \epsilon_z < 0$	$ \kappa  < \sqrt{\mu_z  \epsilon_z  / \mu_0 \epsilon_0}$	$A_{\pm} > 0$	$\psi_{\pm} > 0$	不存在	不存在	不存在	不存在
			$\psi_{\pm} < 0$				
	$ \kappa  > \sqrt{\mu_z  \epsilon_z  / \mu_0 \epsilon_0}$						

### 3 相折射角随入射角的变化情况

根据介质交界面电场磁场连续性条件, 有

$$k_0 \sin \theta_i = k_{\pm} \sin \theta_{\pm}, \quad (17)$$

由 (5) 和 (17) 式可得

$$\sin^2 \theta_{\pm} = \frac{m}{(1 - A_{\pm})m + A_{\pm}}, \quad (18)$$

其中

$$m = \frac{\mu_0 \epsilon_0 \sin^2 \theta_i}{\mu_t \epsilon_t}.$$

由 (18) 式可知, 若要保证  $p^+$  波和  $p^-$  波能够在该介质中传播, 则必须满足

$$0 \leq \frac{m}{(1 - A_{\pm})m + A_{\pm}} \leq 1. \quad (19)$$

下面在  $\mu_t = \mu_z = \mu_0$  的前提下, 分别讨论不同  $\epsilon_t, \epsilon_z$  和手征参数  $\kappa$  情况下,  $\theta_{\pm}$  随  $\theta_i$  的变化情况.

#### 3.1 $\epsilon_t > 0$ 和 $\epsilon_z > 0$

在该情况下, 对于任意  $\kappa$  都有  $A_+ > 1$ . 若  $p^+$  波能在介质中传播, 则首先需满

足  $\frac{m}{(1 - A_+)m + A_+} \geq 0$ , 由此可推出其  $\theta_i$  必须满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{A_+ \mu_t \epsilon_t}{(A_+ - 1) \mu_0 \epsilon_0}$ . 另一方面, 为了使  $\frac{m}{(1 - A_+)m + A_+} \leq 1$ ,  $\theta_i$  还需满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ . 其临界值分别记作  $\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{A_+ \mu_t \epsilon_t}{(A_+ - 1) \mu_0 \epsilon_0} \right)$ ,  $\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0} \right)$ , 显然  $\theta_2 < \theta_1$ . 因此, 此时若  $p^+$  波能在介质中传播, 则  $\theta_i$  需满足  $\theta_i < \theta_2$ . 需要注意的是, 当  $\mu_t \epsilon_t < \mu_0 \epsilon_0$  时, 该临界角显然存在, 而当  $\mu_t \epsilon_t \geq \mu_0 \epsilon_0$ , 则  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$  恒成立, 即不存在临界角,  $p^+$  波恒能在介质中传播.

对于  $p^-$  波, 当  $|\kappa| < \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$  时, 总有  $0 < A_- < 1$ . 显然对于  $\frac{m}{(1 - A_-)m + A_-} \geq 0$  恒成立, 而由  $\frac{m}{(1 - A_-)m + A_-} \leq 1$ , 可推出  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ . 因此在弱手征参数下, 若  $p^-$  波能在介质中传播,  $\theta_i$  同样需满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ , 与  $p^+$  波的情况相似. 而当  $|\kappa| > \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$  时, 总有  $A_- < 0$ ,

由  $p^-$  波能在该介质中传播的条件可推导出  $\theta_i$  需同时满足  $\sin^2 \theta_i \geq \frac{A_- \mu_t \varepsilon_t}{(A_- - 1) \mu_0 \varepsilon_0}$  及  $\sin^2 \theta_i \geq \frac{\mu_t \varepsilon_t}{\mu_0 \varepsilon_0}$ , 显然此时  $\theta_2 > \theta_1$ . 因此在强手征参数下,  $\theta_i$  需满足  $\theta_i > \theta_2$  时  $p^-$  波才能在介质中传播. 同时可进一步得到, 只有  $\mu_t \varepsilon_t < \mu_0 \varepsilon_0$  时,  $p^-$  波才能在介质中传播, 而当  $\mu_t \varepsilon_t > \mu_0 \varepsilon_0$  时,  $\sin^2 \theta_i \geq \frac{\mu_t \varepsilon_t}{\mu_0 \varepsilon_0}$  显然不成立, 即  $p^-$  波不能在介质中传播.

图 2 给出了相应的数值计算结果. 其中图 2(a) 中的参数为  $\varepsilon_t = 0.6\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 0.5$ , 此时  $\mu_t \varepsilon_t < \mu_0 \varepsilon_0$ ,  $|\kappa| < \sqrt{\mu_z \varepsilon_z / \mu_0 \varepsilon_0}$ . 从图 2 中可以看到, 只有在满足  $\theta_i < \theta_2$  时,  $p^+$  波和  $p^-$  波才能在介质中传播, 且  $\theta_{\pm}$  随  $\theta_i$  的增大而增大. 同时可以注意到, 对于  $p^-$  波, 当  $\theta_i > \theta_2$  时, 该手征介质表面发生全反射; 而对于  $p^+$  波, 当  $\theta_2 < \theta_i < \theta_1$  时发生全反射; 在  $\theta_i > \theta_1$  时,  $\theta_+$  变为虚数, 其实部为 0. 图 2(b) 中的参数为  $\varepsilon_t = 0.6\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 1.5$ , 此时  $\mu_t \varepsilon_t < \mu_0 \varepsilon_0$ ,  $|\kappa| > \sqrt{\mu_z \varepsilon_z / \mu_0 \varepsilon_0}$ . 可以看到对于  $p^+$  波, 其折射特性与弱手征参数下的情况相同. 而对于  $p^-$  波, 当  $\theta_i > \theta_1$  时才能在介质中传播, 同时  $\theta_-$  随  $\theta_i$  的增大而减小, 且在  $\theta_1 < \theta_i < \theta_2$  范围内发生全反射. 图 2(c) 中的参数为  $\varepsilon_t = 2\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,

$\kappa = 0.5$ , 此时  $\mu_t \varepsilon_t > \mu_0 \varepsilon_0$ ,  $|\kappa| < \sqrt{\mu_z \varepsilon_z / \mu_0 \varepsilon_0}$ . 此时  $p^+$  波和  $p^-$  波在任意的  $\theta_i$  下都可在介质中传播, 不存在临界角. 当增大手征参数时,  $p^+$  波的折射特性变化不大, 但  $p^-$  波却不能在该介质中传播, 如图 2(d) 所示. 以上的数值计算结果与理论分析完全符合.

### 3.2 $\varepsilon_t < 0$ 和 $\varepsilon_z > 0$

对于  $p^+$  波, 当  $|\kappa| < \sqrt{\mu_z \varepsilon_z / \mu_0 \varepsilon_0}$  时, 有  $0 < A_+ < 1$ , 同样由 (19) 式可推出  $p^+$  波在该介质中传播需满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \varepsilon_t}{\mu_0 \varepsilon_0}$ , 因为  $\varepsilon_t < 0$ , 所以条件不满足, 即  $p^+$  波不能在介质内传播, 如图 3(a) 虚线. 而当  $|\kappa| > \sqrt{\mu_z \varepsilon_z / \mu_0 \varepsilon_0}$  时, 有  $A_+ < 0$ , 可推出  $p^+$  波在介质中传播时  $\theta_i$  满足的条件为  $\sin^2 \theta_i \geq \frac{A_- - \mu_t \varepsilon_t}{(A_- - 1) \mu_0 \varepsilon_0}$ , 不等式右边恒小于 0, 因此不等式恒成立, 即  $p^+$  波在任意的  $\theta_i$  下都可在介质中传播, 如图 3(b) 虚线. 对于  $p^-$  波, 在任意的  $\theta_i$  下都有  $A_- < 0$ , 因此与  $p^+$  在强手征参数下的情况相同, 即任意  $\theta_i$  下  $p^-$  波都可在介质中传播, 如图 3(a) 和 3(b) 中实线.

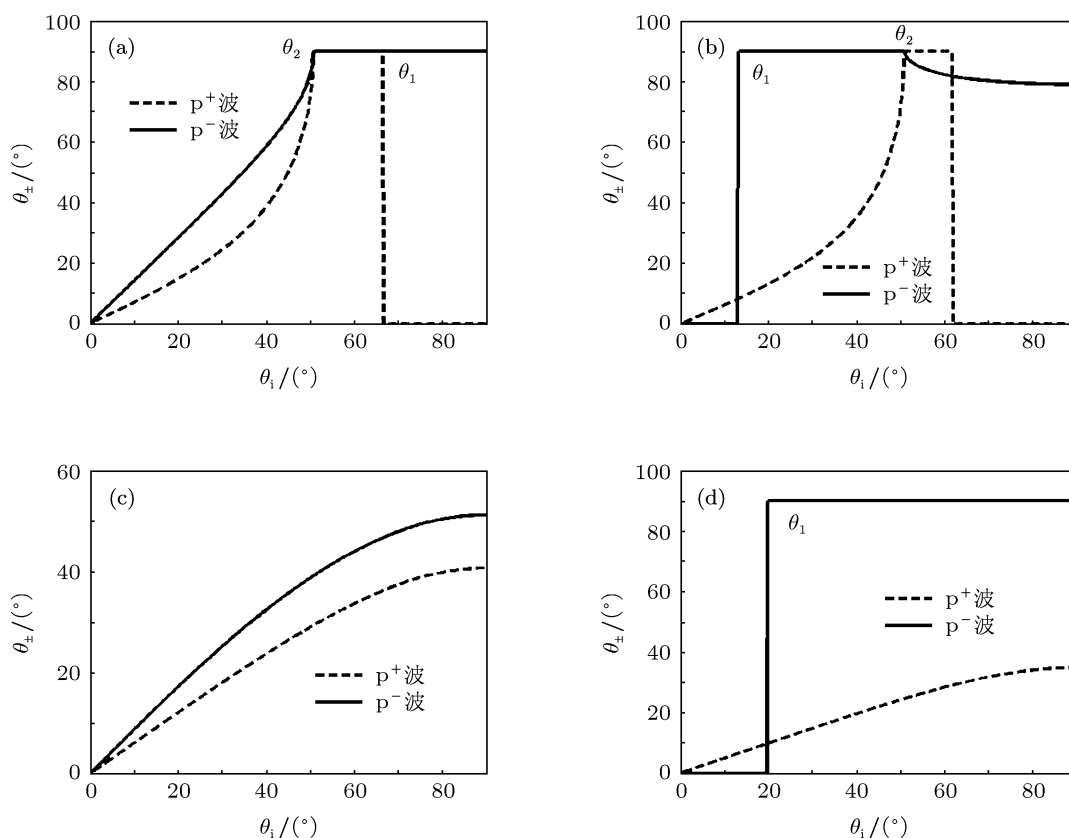


图 2  $\varepsilon_t > 0$  和  $\varepsilon_z > 0$  时,  $p^+$  波和  $p^-$  波的  $\theta_{\pm}$  随  $\theta_i$  变化 (a)  $\varepsilon_t = 0.6\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 0.5$ ; (b)  $\varepsilon_t = 0.6\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 1.5$ ; (c)  $\varepsilon_t = 2\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 0.5$ ; (d)  $\varepsilon_t = 2\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ ,  $\kappa = 1.5$

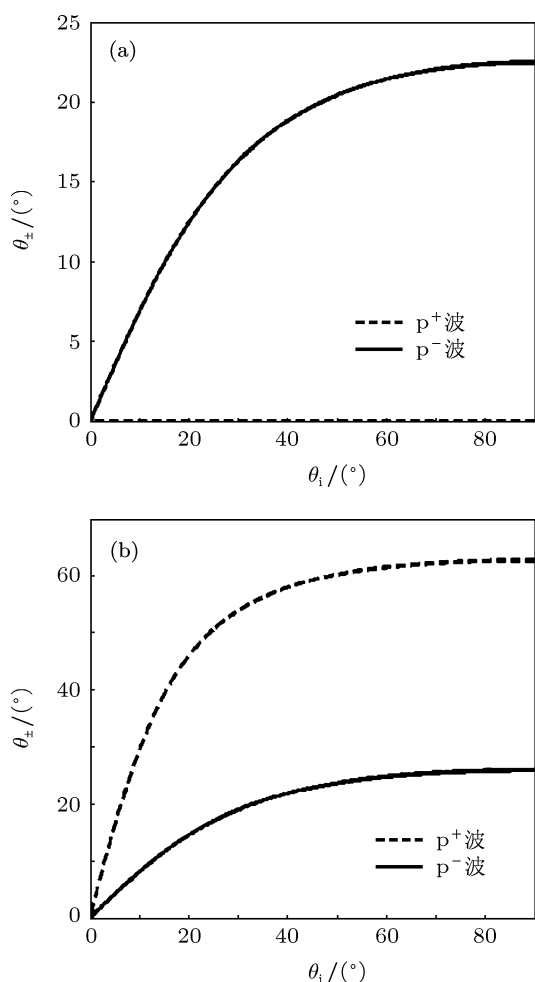


图3  $\epsilon_t < 0$  和  $\epsilon_z > 0$  时,  $p^+$  波和  $p^-$  波的  $\theta_{\pm}$  随  $\theta_i$  的变化 (a)  $\epsilon_t = -0.5\epsilon_0, \epsilon_z = 2\epsilon_0, \kappa = 0.5$ ; (b)  $\epsilon_t = -0.5\epsilon_0, \epsilon_z = 2\epsilon_0, \kappa = 1.5$

以上的讨论是当  $\frac{\epsilon_z}{\epsilon_t} + \frac{\mu_z}{\mu_t} < 0$  的情况, 而当  $\frac{\epsilon_z}{\epsilon_t} + \frac{\mu_z}{\mu_t} > 0$  时, 在弱的手征参数下, 其情形与图 3(a) 相同. 当  $|\kappa| > \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$  时, 有  $A_{\pm} > 0$ , 可推出  $p^+$  波和  $p^-$  波在介质中传播的条件为  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ , 显然该式不成立, 即该情况下没有波在介质内传播. 该情况下与文献 [18] 中的折射角特性有很大不同, 该情况下, 本文并没有出现临界角, 也无全反射发生.

### 3.3 $\epsilon_t > 0$ 和 $\epsilon_z < 0$

此种情况下, 对任意的手征参数总有  $A_+ > 1, A_- < 0$ .  $p^+$  波若能在介质内传播, 则需满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ , 因此当  $\mu_t \epsilon_t < \mu_0 \epsilon_0$  时, 临界角显然存在, 如图 4(a) 中的虚线. 当  $\mu_t \epsilon_t > \mu_0 \epsilon_0$  时,  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$  恒成立, 不存在临界角,  $p^+$  波

恒能在介质中传播, 如图 4 (b) 中的虚线, 该情况与  $\epsilon_t > 0$  和  $\epsilon_z > 0, |\kappa| > \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$  时  $p^+$  波的情况相同. 对于  $p^-$  波, 其折射特性也与  $\epsilon_t > 0$  和  $\epsilon_z > 0, |\kappa| > \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$  时的  $p^-$  波情况相同, 如图 4(a), (b) 中的实线. 需要注意的是, 图 4(a), (b) 给出的是强的手征参数下的折射特性, 在弱的手征参数下 ( $|\kappa| < \sqrt{\mu_z \epsilon_z / \mu_0 \epsilon_0}$ ) 也具有类似的折射特性, 这里不再给出.

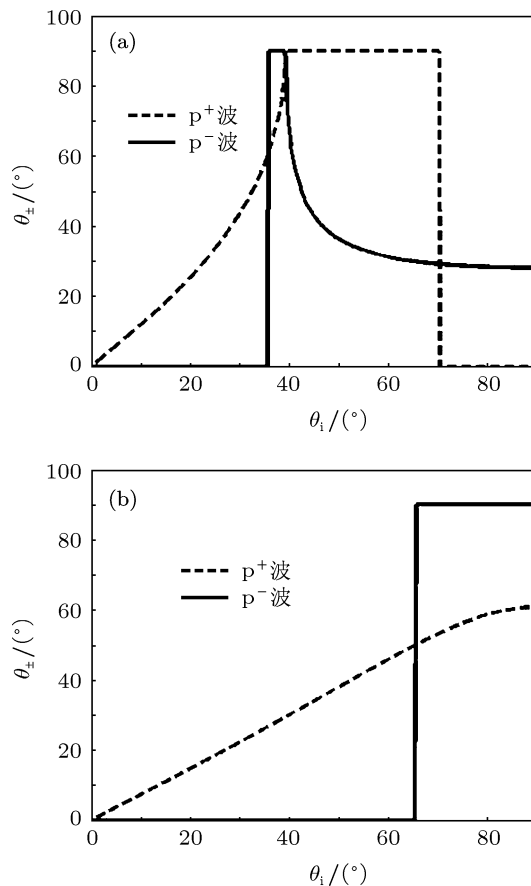


图4  $\epsilon_t > 0$  和  $\epsilon_z < 0$  时,  $p^+$  波和  $p^-$  波的  $\theta_{\pm}$  随  $\theta_i$  的变化 (a)  $\epsilon_t = 0.4\epsilon_0, \epsilon_z = -2\epsilon_0, \kappa = 1.5$ ; (b)  $\epsilon_t = 1.2\epsilon_0, \epsilon_z = -2\epsilon_0, \kappa = 1.5$

### 3.4 $\epsilon_t < 0$ 和 $\epsilon_z < 0$

此种情况下, 无论  $\kappa$  取何值, 总有  $A_{\pm} > 0$ . 由 (19) 式可推知, 若波能在介质中传播, 则需满足  $\sin^2 \theta_i \leq \frac{\mu_t \epsilon_t}{\mu_0 \epsilon_0}$ , 显然不等式右边小于零, 即不等式不成立. 因此这种情况下,  $p^+$  波和  $p^-$  波都不能在介质内传播.

## 4 结论

本文详细推导了光轴平行于界面的单轴各向

异性手征介质中的电磁场表达式、Poynting 功率流及群折射角和相折射角, 讨论了不同参数下该手征介质中两个本征波出现负群折射与负相折射的条件以及相折射角随入射角的变化规律. 结果表明, 在满足一定电磁参数的条件下, 该介质可以很容易实现负相折射和负群折射, 不再需要满足强手征

参数的苛刻条件; 在不同的参数下, 介质中两种本征波的相折射角存在很大差异, 与光轴垂直于界面的单轴各向异性手征介质中的相折射角相比, 其情况更加复杂, 因为在  $\varepsilon_t > 0$  的情况下, 需考虑  $\mu_t \varepsilon_t$  和  $\mu_0 \varepsilon_0$  的相对大小问题; 在特殊的条件下, 某一个或两个本征波不能在介质内传播.

- [1] Tretyakov S, Nefedov I, Sihvola A, Maslovski S, Simovski C 2003 *J. Electromagn. Waves Appl.* **17** 695
- [2] Pendry J B 2004 *Science* **306** 1353
- [3] Tretyakov S, Sihvola A, Jylha L 2005 *Photon. Nanostruct. Fundam. Appl.* **3** 107
- [4] Jin Y, He S L 2005 *Opt. Express* **13** 4974
- [5] Monzon C, Forester D W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 123904
- [6] Plum E, Zhou J, Dong J, Fedotov V A, Koschny T, Soukoulis C M, Zheludev N I 2009 *Phys. Rev. B* **79** 035407
- [7] Zhou J, Dong J, Wang B, Koschny T, Kafesaki M, Soukoulis C M 2009 *Phys. Rev. B* **79** 121104 (R)
- [8] Dong J, Zhou J, Koschny T, Soukoulis C M 2009 *Opt. Express* **17** 14172
- [9] Xu C, Dong J F 2010 *J. Optoelectron. Laser* **21** 1528 (in Chinese) [徐超, 董建峰 2010 光电子·激光 **21** 1528]
- [10] Li J, Yang F Q, Dong J F 2011 *Prog. Electromagn. Res.* **116** 395
- [11] Lindell I V, Sihvola A H, Tretyakov S A, Viitanen A J 1994 *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Boston: Artech House Publishers) p275
- [12] Cheng Q, Cui T J 2006 *Phys. Rev. B* **73** 113104
- [13] Zheng Q, Zhao X P, Fu Q H, Zhao Q, Kang L, Li M M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5683 (in Chinese) [郑晴, 赵晓鹏, 付全红, 赵乾, 康雷, 李明明 2005 物理学报 **54** 5683]
- [14] Liu Y H, Luo C R, Zhao X P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5883 (in Chinese) [刘亚红, 罗春荣, 赵晓鹏 2007 物理学报 **56** 5883]
- [15] Yang Y M, Qu S B, Wang J F, Xu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1031 (in Chinese) [杨一鸣, 屈绍波, 王甲富, 徐卓 2009 物理学报 **58** 1031]
- [16] Zhuo S C, Yan C C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 360 (in Chinese) [卓士创, 闫长春 2010 物理学报 **59** 360]
- [17] Chen C H, Qu S B, Xu Z, Wang J F, Ma H, Zhou H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 024101 (in Chinese) [陈春晖, 屈绍波, 徐卓, 王甲富, 马华, 周航 2011 物理学报 **60** 024101]
- [18] Cheng Q, Cui T J 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 3203
- [19] Cheng Q, Cui T J 2006 *Opt. Express* **14** 6322

# Negative refraction in uniaxially chiral medium with optical axis parallel to the interface\*

Li Jie Dong Jian-Feng<sup>†</sup>

(*Institute of Optical Fiber Communication and Network Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China*)

(Received 12 August 2011; revised manuscript received 20 September 2011)

## Abstract

The condition to realize the negative refraction in the uniaxially anisotropic chiral medium with an optical axis parallel to the interface has been investigated. The variations of refraction angles of two eigenwaves with the incident angle for different electromagnetic parameters and chirality parameters are also analyzed. The results show that the uniaxially anisotropic chiral medium is easy to realize the negative refraction, even though it has a small chirality parameter. And for the different permittivities, chirality parameters and incident angles, the phase refractive angles of the two eigenwaves in the uniaxially chiral medium are distinctly different. In a peculiar condition, one or two eigenwaves cannot propagate in the medium.

**Keywords:** uniaxially anisotropic chiral medium, negative refraction, chirality parameter, refraction angle

**PACS:** 41.20.Jb, 42.25.Bs, 78.20.Ci

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61078060), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. Y1091139), the Innovative Research Team Program of Ningbo, China (Grant No. 2009B21007), and the K.C. Wong Magna Fund in Ningbo University, China.

<sup>†</sup> E-mail: dongjianfeng@nbu.edu.cn