

激光聚变中受激布里渊散射的混合模拟研究*

刘占军^{1)†} 郝亮¹⁾ 项江¹⁾ 郑春阳¹⁾²⁾

1) (北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

2) (北京大学应用物理与技术研究中心, 北京 100871)

(2011年7月8日收到; 2011年10月25日收到修改稿)

在激光等离子体相互作用中, 受激布里渊散射的模拟耗时较长. 为缩短模拟时间, 对电子采用 Boltzmann 描述, 开发了一维混合 Vlasov 程序, 利用离子束双流不稳定性理论结果对程序进行了考核. 在此基础上对激光聚变中的受激布里渊散射进行了研究, 结果表明程序正确, 模拟结果可信.

关键词: 混合模拟, 受激布里渊散射, 离子束双流不稳定性

PACS: 52.50Gj, 52.65.Rr, 52.38.Kd

1 引言

受激布里渊散射 (SBS) 是激光等离子体相互作用中一种重要的不稳定性^[1-3], 其发生机理及抑制方法是惯性约束聚变中的一项重要研究内容, 但目前国内研究得比较少, 且方法比较简单, 多采用流体模型或者粒子模拟技术^[4]. 这两种方法各有优缺点, 例如流体模型不能包含动力学效应, 但可以模拟大尺度的等离子体; 粒子模拟技术虽然不能模拟大尺度的等离子体, 但可以包含电子、离子的动力学效应. 电子动力学效应在某些情况下并不是很重要, 求解电子的运动使计算的时间步长不能放大, 对计算资源造成一定程度的浪费. 这里介绍一种混合模拟的方法, 对电子采用 Boltzmann 流体描述^[5-7], 对离子采用 Vlasov 描述, 可以极大地降低计算要求, 快速模拟与离子运动有关的物理现象. 本文将探讨这种方法在等离子体模拟中的效果.

2 物理模型与数值方法

首先考虑线偏振激光在等离子体中的色散关系

$$\omega_L^2 = \omega_{pe}^2 + k_L^2 c^2, \quad (1)$$

其中 ω_L , ω_{pe} 分别为激光频率与等离子体频率, k_L 为激光在等离子体中的波数, c 为真空中的光速. 其在等离子体中的传播用波动方程表示为

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 A_z + \omega_{pe}^2 A_z = 0, \quad (2)$$

其中 A_z 为矢量 \mathbf{A} 的 z 分量, 具体推导过程可参见文献 [1]. 需要注意的是, 方程 (2) 假定了 $\mathbf{A} \cdot \nabla n_e = 0$, 其中 n_e 为电子密度, 这在一维情况下成立, 但在二维、三维情况下不一定成立. 同样方程 (2) 采用了库仑规范 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. 离子对激光场的影响可以由离子等离子体频率的平方表征, 离子等离子体频率比电子等离子体频率小 1—2 个数量级, 为了简单, 略去了离子对激光场的影响. 对方程 (2) 做时间包络化, 假定激光矢量势是由一快速振荡部分和一慢变部分的乘积表示, 即令

$$A_z = \frac{1}{2} \tilde{A}_z \exp(-i\omega_L t) + \text{c.c.}$$

方程 (2) 包络化后为

$$2i\omega_L \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial t} + (\omega_L^2 - \omega_{pe}^2) \tilde{A}_z + c^2 \frac{\partial^2 \tilde{A}_z}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

其中 $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}$, e 为基本单位电荷, m_e 为电子质量. 时间包络化的意义在于将快变部分分离出来后可以使计算的时间步长放宽. 在数值模拟中, 时

* 国家自然科学基金 (批准号: 11175029, 10905004, 10835003, 10935003) 和中国工程物理研究院科技发展基金 (批准号: 2010B0102018, 2010A0102004) 资助的课题.

† E-mail: zhanjunliu@yahoo.com.cn

间步长一般由频率最高的波模决定, 将高频量从模型中剔除后可以放宽对时间步长的限制, 这在等离子体模拟中经常用到. 例如空间等离子体模拟中的 Darwin 模型^[8]、惯性聚变中的电子运输模型^[9]等.

离子运动由 Vlasov 方程描述:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q\mathbf{E}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (4)$$

其中 f 为离子分布函数, \mathbf{v} 为离子速度, q 为离子所带电荷, m 为离子质量, \mathbf{E} 为静电场强度. 关于离子的运动, 由于其所受的有质动力与静电力相比非常小, 这里仅仅考虑了静电力, 并没有考虑有质动力对离子运动的影响. 静电场方程可由 Poisson 方程给出:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= -4\pi e(n_i - n_e), \\ n_e &= n_0 \exp[e(\phi + \phi_d)/T_e], \\ \phi_d &= -\frac{m_e}{2e} \left(\frac{eA_z}{m_e c} \right)^2, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 ϕ 为静电势, n_i 为离子密度, T_e 为电子温度, n_0 为一常数密度. 电子密度是由电子的运动方程

$$m_e \partial_t \mathbf{u} = e \nabla (\phi + \phi_d) - \nabla p_e / n_e \quad (6)$$

忽略电子惯性并假设电子为等温运动而得到的, 其中 \mathbf{u} 为电子速度, p_e 为电子热压. 方程 (3)—(5) 包络化后共同构成了本文的统治方程组. 方程 (3) 类似于非线性 Schrödinger 方程, 可以采用 Crank-Nicolson 格式^[10] 求解. 离散后的方程为隐式方程, 采用迭代求解, 为了达到一定的精度迭代次数一般在 3—10 次左右. 该方程的求解比较麻烦, 首先电子等离子体频率必须通过非线性 Poisson 方程的求解得到. 而非线性 Poisson 方程目前我们采用的是迭代求解, 因此与激光包络方程 (3) 耦合后为双重迭代. 为了提高效率, 对方程 (3) 不采用 Crank-Nicolson 格式, 而是采用时间中心差分的方法求解. 此方程的求解需要使用边界条件, 对此本文采用自由入射和出射边界条件, 其推导相对来说较简单. 对于左行波和右行波, 任意一维自由波动方程的表达式为

$$\partial_t A_L - v_g \partial_x A_L = 0, \quad (7)$$

$$\partial_t A_R + v_g \partial_x A_R = 0, \quad (8)$$

其中 v_g 表示波的群速度, $A_{L,R}$ 表示左行波与右行波的振幅. 在方程 (3) 的左边界处给定入射波 (右行

波) 的大小, 因此左边界的边界条件可以表示为

$$\partial_t (A_z - 2A_{R0}) - v_g \partial_x A_z = 0, \quad (9)$$

其中 $A_z = A_L + A_R$ 为左行波与右行波的振幅之和, A_{R0} 为左边界处给定的入射光振幅. 同样在右边界处有

$$\partial_t (A_z - 2A_{L0}) + v_g \partial_x A_z = 0, \quad (10)$$

A_{L0} 为右边界处给定的入射光振幅. 将方程 (9), (10) 包络化后为

$$\partial_t (\tilde{A}_z - 2A_{R0}) - i\omega_L (\tilde{A}_z - 2A_{R0}) - v_g \partial_x \tilde{A}_z = 0, \quad (11)$$

$$\partial_t (\tilde{A}_z - 2A_{L0}) - i\omega_L (\tilde{A}_z - 2A_{L0}) + v_g \partial_x \tilde{A}_z = 0. \quad (12)$$

因此方程 (3) 的边界条件可以写为 (11), (12) 式. 因为第二项远大于第一项, 为了更简单, 可以把 (11), (12) 式中的时间项略去. 但在激光强度比较高时, SBS 的增长率较高或者 SBS 的阵发等使第一项具有一定的大小, 因此略去会带来一定的误差. 另外, 散射光的频率与 ω_L 不能相差太大, 否则略去时间导数项同样会带来一定的误差. 一般来说, 离子声波的频率只有激光频率的千分之几, SBS 的增长率也只有激光频率的千分之几, 与方程 (11), (12) 中的第二项相比可以略去. 场方程 (3) 结合边界条件 (11), (12), 则可以求解.

非线性 Poisson 方程 (5) 的求解采用迭代的方法, 其迭代方法如下^[11]:

$$\begin{aligned} &(-\nabla^2 + K^{(r)}) \phi^{(r+1)} \\ &= n_i(x) - n_0 \exp \left[\frac{\phi^{(r)} + \phi_d}{T_e} \right] + K^{(r)} \phi^{(r)}, \end{aligned} \quad (13)$$

(r) 表示第 r 次的迭代结果, 选用周期边界条件,

$$\begin{aligned} K &= 0.5 \left[\max \left(\exp \left(\frac{\phi + \phi_d}{T_e} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + \min \left(\exp \left(\frac{\phi + \phi_d}{T_e} \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

对于 Poisson 方程, 选取这样的边界条件一方面是物理上的考虑, 使计算过程尽可能符合物理条件, 另一方面是数学上的考虑, 可以加快计算速度. 为使求解方程中的迭代尽快收敛, 在方程 (3), (5) 中加入一个形状函数, 该函数使 Poisson 方程 (5) 与场方程 (3) 只有在感兴趣的区域才耦合, 在模拟区域的两端不耦合, 这样能够最大限度地消除边界条件带来的影响. 离子运动的 Vlasov 方程的求解采用分裂算子的方法, 方程分裂为两个对流方程, 该对流方

程采用三阶的 Van Leer 格式 [12]. 具体过程可参见文献 [13].

3 程序正确性的验证

束不稳定性是等离子体中一种重要的微观不稳定性, 包括多种形式的不稳定性, 例如尾瘤不稳定性、双流不稳定性、离子束不稳定性等. 对于一些简单的不稳定性, 理论上可以给出其线性增长率和饱和机理等. 本文利用离子束双流不稳定性对程序进行验证 [14]. 在电子服从 Boltzmann 分布的假设下, 等离子体的介电函数 D 可以表示为

$$D(k, \omega) = 1 + \frac{1}{k^2 + 4\pi n_0 e^2 / T_e} \frac{4\pi n_i q^2}{m} \times \int \frac{\partial F_0 / \partial v}{\omega / k - v} dv, \quad (14)$$

其中 k, ω 分别为给定扰动的波数与频率, $\int F_0 dv = 1$ 为归一化的离子速度分布函数. 假定离子的速度分布函数可以表示为两束密度相等的离子流, 其分布函数可以写成 $F_0 \propto \exp[-(v - v_d)^2 / 2v_{ti}^2] + \exp[-(v + v_d)^2 / 2v_{ti}^2]$ 的形式, v_{ti} 为离子热速度. 直接求解方程 (14), 得到的增长率如图 1 所示. 同样利用混合程序进行模拟得到的增长率也显示在图 1 中. 图 1 中的波数以趋肤深度 δ 的倒数进行归一化. 可以看到, 理论和模拟结果符合得非常好. 值得注意的是, 在波数较大的区域, 模拟所采用的空间步长相对扰动波长较大, 如果缩小空间步长, 得到的结果与理论值符合得更好. 在扰动波数较小的区域, 由于其增长率较其他波数情况下的最大增长率小一个数量级左右, 虽然模拟中给定的扰动波数较小, 但最先增长起来的是其他增长率较大的波模, 有时可以观测到多个波模的增长情况. 另外, 由介电函数得出的解并不只有纯增长解, 还有无穷个振荡增长解, 其振荡频率与增长率比纯增长解大一个数量级, 但这种解在模拟中较难观测到.

双离子束流不稳定性的饱和机理是离子俘获, 在模拟线性增长率的同时, 本文也得到了离子的俘获图像, 如图 2 所示. 图 2 中横轴为空间位置, 以趋肤深度归一化, 纵轴为离子速度, 以真空中光速归一化. 离子俘获很快发生, 进入非线性阶段. 在非线形阶段, 相邻的两个或者多个离子俘获涡旋可以合并为一个涡旋, 导致在模拟后期涡旋数减少, 直至达到一种稳态. 通过对静电离子束流不稳定性的模拟验证了程序在模拟静电问题上的正确性.

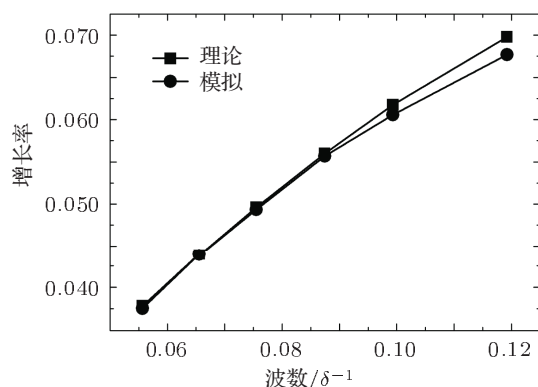


图 1 $T_e = 10T_i, v_d = 2.91v_{ti}$ 时, 双离子束流不稳定性的增长率

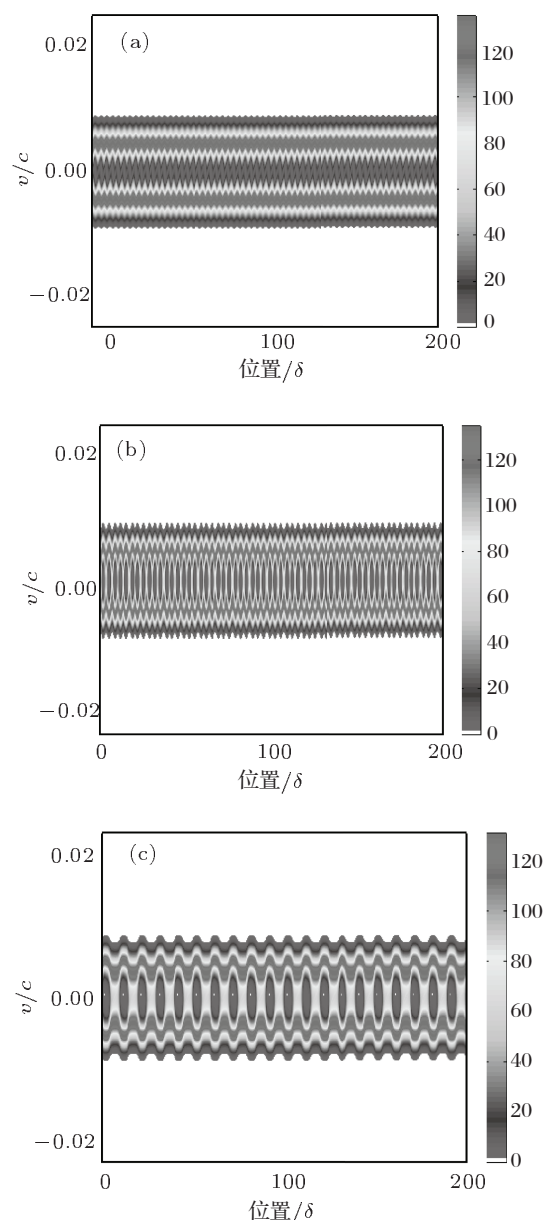


图 2 双离子束流不稳定过程中的离子相空间不同时刻的分布函数 (a) $t = 10^4 \omega_{pe}^{-1}$; (b) $t = 2 \times 10^4 \omega_{pe}^{-1}$; (c) $t = 10^5 \omega_{pe}^{-1}$

4 SBS 研究

通过静电问题, 证明程序的大部分模块正确, 只有激光场方程的求解及其与等离子体的耦合尚未验证. 在有外加激光场的情况下, 采取与其他程序模拟结果相比较的方式来验证混合程序的正确性.

对于电子温度 $T_e = 5 \text{ keV}$, 密度为 $0.3n_c$, 离子温度 $T_i = 0.5 \text{ keV}$ 的氢等离子体, 入射光强度为 $I = 1 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$ 的情况, 其中 n_c 为三倍频入射光的临界密度, 分别用 Vlasov-Maxwell 程序 [13,15] 与混合程序模拟, 得到的结果如图 3 所示, 其中横轴为时间, 以激光周期 T 为单位, 纵轴为散射率, 以入射光的激光强度 I 进行归一化.

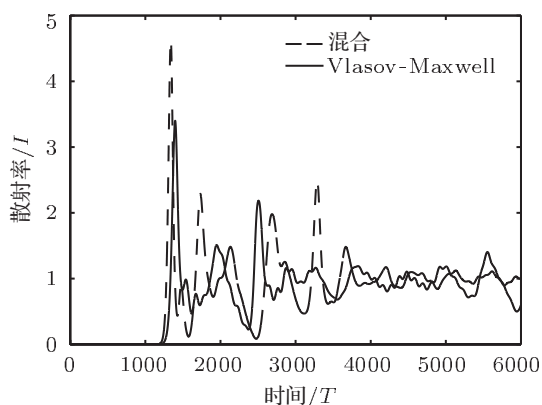


图 3 Vlasov-Maxwell 与混合模拟得到的散射率随时间的变化

从图 3 可以看出, 在短时间内, 两种模拟方法得到的反射率定性上相同. 两种方法得到的反射率随时间的演化都存在着阵发现象, 其反射率都维持在高水平. 在 SBS 中, 如果散射光足够强, 则散射光可以看作一个新的抽运源, 激发新的 SBS 过程, 这种过程可以称之为受激布里渊级联散射. 在级联散射过程中, 散射光的频率可以表示为 $\omega_s = \omega_L \pm j\omega_a$, $j = 1, 3, 5, \dots$ 为奇数, ω_a 为离子声波的频率. 根据模拟结果, 对散射光进行频谱分析, 发现散射光的频率确实如此, 如图 4(a) 所示. 在级联散射过程中, 形成的两个相向传播的离子声波都可以俘获离子, 使离子声波的朗道阻尼率进一步降低. $t = 160000/\omega_L$ 时离子俘获的相空间如图 4(b) 所

示. 图 4(a) 中横轴为散射光频率, 以入射激光频率 ω_L 归一化, 纵轴为振幅, 任意单位; 图 4(b) 横轴为位置, 以激光波长 λ 归一化, 纵轴为离子速度, 以离子热速度归一化.

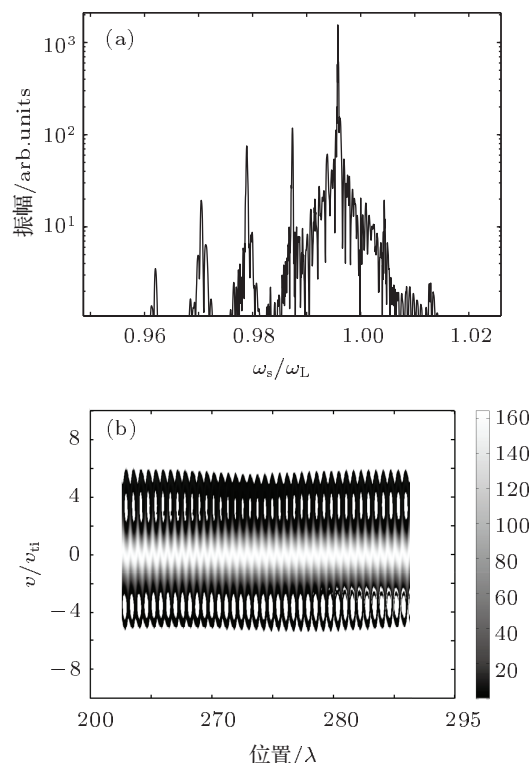


图 4 SBS 模拟结果 (a) 散射光的频谱; (b) $t = 160000/\omega_L$ 时离子在受激布里渊级联散射过程中的相空间分布

对于某些系统, 两个差异非常小的初值能够导致后续的物理理解相差甚远, 这可以通过 Lyapunov 指数来表征 [16]. 我们考虑的系统恰恰是这样一种系统, 在模拟结果中可以看到这一点.

5 结论

编制了一维并行混合程序, 该程序可以对激光聚变物理中的 SBS 过程进行模拟. 通过对离子束双流不稳定性模拟, 验证了该程序可以正确地模拟静电问题. 对 SBS 的模拟显示该程序同样可以得到正确的结果. 混合算法能够快速模拟 SBS 中的物理过程, 与纯动力学模拟相比, 模拟时间极大地缩短, 对某些问题可以快速给出定性甚至定量的结果, 不失为一种好方法.

- [1] Krueer W L 1988 *The Physics of Laser Plasma Interactions* (New York: Addison-Wesley Publishing Company) p88
- [2] Wang X H, Lü Z W, Lin D Y, Wang C, Tang X Z, Gong K, Shan Y S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1224 (in Chinese) [王晓慧, 吕志伟, 林殿阳, 王超, 汤秀章, 龚坤, 单玉生 2006 物理学报 **55** 1224]
- [3] Lü Z W, Wang X H, Lin D Y, Wang C, Zhao X Y, Tang X Z, Zhang H F, Shan Y S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1184 (in Chinese) [吕志伟, 王晓慧, 林殿阳, 王超, 赵晓彦, 汤秀章, 张海峰, 单玉生 2003 物理学报 **52** 1184]
- [4] Li B W, Zheng C Y, Song M, Liu Z J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5325 (in Chinese) [李百文, 郑春阳, 宋敏, 刘占军 2006 物理学报 **55** 5325]
- [5] Vu H X 1998 *J. Comput. Phys.* **144** 257
- [6] Vu H X, Bezzerides B, DuBois D F 1999 *J. Comput. Phys.* **156** 12
- [7] Vu H X 1996 *J. Comput. Phys.* **124** 417
- [8] Fu Z F, Hu Y Q 1995 *Numerical Simulation of Space Plasmas* (Hefei: Anhui Science and Technology Press) p515 [傅竹风, 胡友秋 1995 空间等离子体数值模拟 (合肥: 安徽科学技术出版社) 第 515 页]
- [9] Cao L H, Chang T Q, Pei W B, Liu Z J, Li M, Zheng C Y 2008 *Plasma Sci. Technol.* **10** 18
- [10] Hu J W, Tang H M 1999 *Differential Equation Numerical Methods* (Beijing: Science Press) p170 (in Chinese) [胡健伟, 汤怀民 1999 微分方程数值方法 (北京: 科学出版社) 第 170 页]
- [11] Cohen B I, Divol L, Langdon A B, Williams E A 2005 *Phys. Plasmas* **12** 052703
- [12] Mangeny A, Califano F, Cavazzoni C, Travnicke P 2002 *J. Comput. Phys.* **179** 495
- [13] Liu Z J, Zhu S P, Cao L H, Zheng C Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7084 (in Chinese) [刘占军, 朱少平, 曹莉华, 郑春阳 2007 物理学报 **56** 7084]
- [14] Lee S G, Diehold D A, Hershkowitz N 1999 *Rev. Sci. Instru.* **70** 1986
- [15] Liu Z J, Xiang J, Zheng C Y, Zhu S P, Cao L H, He X T, Wang Y G 2010 *Chin. Phys. B* **19** 075201
- [16] He X T, Zheng C Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 78

Hybrid simulation of stimulated Brillouin scattering in laser fusions*

Liu Zhan-Jun^{1)†} Hao Liang¹⁾ Xiang Jiang¹⁾ Zheng Chun-Yang¹⁾²⁾

1) (*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China*)

2) (*Center for Applied Physics and Technology, Peking University, Beijing 100871, China*)

(Received 8 July 2011; revised manuscript received 25 October 2011)

Abstract

In laser plasmas interactions, the simulation of stimulated Brillouin scattering takes a long time. In order to decrease the simulation time, a hybrid Vlasov code is developed, in which the electrons are treated as Boltzmann fluid. The two-ion beam instability is simulated, and the simulation results are compared with the theoretical results. Stimulated Brillouin scattering is also simulated, the results show the code correctness.

Keywords: hybrid simulation, stimulated Brillouin scattering, two-ion beam instability

PACS: 52.50Gj, 52.65.Rr, 52.38.Kd

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11175029, 10905004, 10835003, 10935003) and the Science and Technology Foundation of China Academy of Engineering Physics (Grant Nos. 2010B0102018, 2010A0102004).

† E-mail: zhanjunliu@yahoo.com.cn