

点电荷在拓扑绝缘体和导体中感应磁单极

曾伦武[†] 宋润霞

(南京农业大学工学院, 江苏省智能化农业装备重点实验室, 南京 210031)

(2011年6月25日收到; 2011年11月2日收到修改稿)

利用电势和磁标势的第一类零阶贝塞尔函数的公式及拓扑绝缘体材料的本构关系, 推导了点电荷在电介质、拓扑绝缘体和接地导体三个区域的感应电势及感应磁标势. 研究表明: 点电荷在电介质、拓扑绝缘体和接地导体中感应了像电荷和像磁单极; 感应像电荷和感应像磁单极的大小和正负除了与场源电荷、拓扑绝缘体材料参数等因素有关外, 还与像电荷和像磁单极所处的空间位置有关.

关键词: 拓扑绝缘体, 感应电荷, 感应磁单极

PACS: 73.43.-f, 71.15.-m, 41.20.Gz

1 引言

按照电子态结构的不同, 传统意义上的材料分为金属和绝缘体两大类. 而拓扑绝缘体^[1,2]是一种新的量子物质态, 这种物质态的体电子态是有能隙的绝缘体, 其表面是无能隙的金属态, 拓扑绝缘体的表面金属态由体电子态的拓扑结构对称性决定. 由于自旋轨道耦合作用, 其表面会产生由时间反演对称性保护的无能隙的表面电子态. 正是由于这些重要特征, 拓扑绝缘体将有可能在未来的电子技术发展中获得重要的应用, 寻找具有较大能隙并具有稳定化学性质的拓扑绝缘体材料是科研工作者目前关注的焦点. 在一般电介质中, 电场产生电极化, 磁场产生磁极化, 其材料的电磁性质由电容率和磁导率决定, 其磁电响应由麦克斯韦作用

$$S_0 = \frac{1}{8\pi} \int d^3x dt (\epsilon \mathbf{E}^2 - \frac{1}{\mu} \mathbf{B}^2)$$

描述, 拓扑绝缘体材料的磁电响应由修正的麦克斯韦作用

$$S = \frac{1}{8\pi} \int d^3x dt (\epsilon \mathbf{E}^2 - \frac{1}{\mu} \mathbf{B}^2) + \frac{\theta}{2\pi} \frac{\alpha}{2\pi} \int d^3x dt (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$$

描述^[2-6], 式中 ϵ , μ 分别为材料的电容率和磁导率, \mathbf{E} , \mathbf{B} 分别为电场强度和磁感应强度, α 为精细结构常数, $d^3x dt$ 为时空体积元, θ 为描述绝缘体的参

数^[4,5]. 在时间反演变换 $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$, $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ 时, 对于周期系统, θ 只能取两个值, 即 $\theta = 0$ 和 $\theta = \pi$ ^[6], $\theta = 0$ 为一般绝缘体, $\theta = \pi$ 为拓扑绝缘体. 近几年来, 时间反演不变和时间反演对称打破的拓扑绝缘体被广泛研究^[1-16], 拓扑绝缘体概念既可用拓扑场理论定义^[3-8], 又可用拓扑带理论定义^[9-13], 拓扑磁电响应支持许多新的拓扑现象, 如拓扑法拉第和克尔效应^[6,7]、轴场凝聚态物理^[5], 点电荷感应像磁单极^[4]. 文献^[4]研究了拓扑绝缘体的磁电性质, 利用点电荷在半无限拓扑绝缘体材料中感应了磁单极, 给出了磁单极的大小, 并提出了探测磁单极的可能性实验. 本文中, 我们利用第一类零阶贝塞尔函数的电势和磁标势的公式推导了点电荷在拓扑绝缘体和导体中产生的感应电势和感应磁标势, 并计算了感应电荷和感应磁单极的大小, 研究表明: 感应像电荷和像磁单极的大小和正负除了由场源电荷、拓扑绝缘体材料参数等因素决定外, 还由空间位置决定.

2 理论公式

图1是点电荷在拓扑绝缘体和导体中感应磁单极示意图, $z < 0$ 区域为电介质, 其相对电容率和相对磁导率分别为 ϵ_1 和 μ_1 ; $0 < z < b$ 区域为拓扑绝缘体, 其相对电容率和相对磁导率分别为 ϵ_2 和 μ_2 , $z > b$ 区域为无限大的接地导体, 其相对电

[†] E-mail: zenglunwu@njau.edu.cn

容率和相对磁导率分别为 ε_3 和 μ_3 , 其实, $z > b$ 区域为导体, 其电容率 ε_3 趋近于无穷大. 在圆柱坐标系中, 选 z 轴垂直于拓扑绝缘体平面, (ρ, θ) 平行于拓扑绝缘体平面, 空间某场点 (ρ, θ, z) 到场源点电荷 $M(0, 0, -a)$ ($a > 0$) 的距离 r 可以写为^[17]

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a)^2}} = \int_0^\infty e^{-K|z+a|} J_0(K\rho) dK,$$

式中 J_0 为第一类零阶贝塞尔函数, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. 由电势公式 $\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon r}$ 可知, $\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon} \int_0^\infty e^{-K|z+a|} J_0(K\rho) dK$, 式中 K 为传播数, 当 $K > 0$ 时, Φ_e 表示向右传播的入射电场的电势.

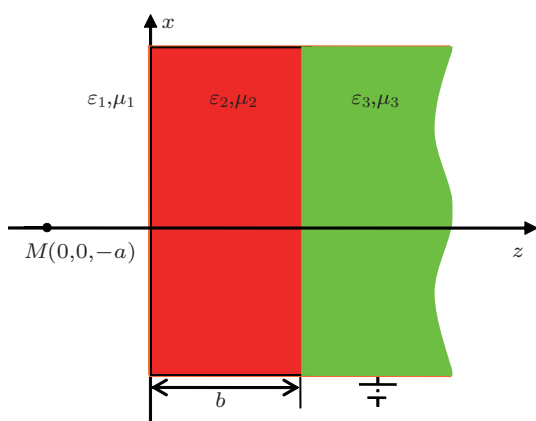


图1 点电荷在拓扑绝缘体、导体中感应磁单极示意图

如图1所示, 当点电荷运动到点 $M(0, 0, -a)$ 或时间反演对称打破时^[4], 场源电荷 q 在三个区域产生电势, 其大小为

$$\Phi_{e1} = \frac{q}{\varepsilon_1} \left[\int_0^\infty J_0(K\rho) e^{-K|z+a|} dK + \int_0^\infty A J_0(K\rho) e^{K(z+a)} dK \right] \quad (z < 0), \quad (1)$$

$$\Phi_{e2} = \frac{q}{\varepsilon_2} \left[\int_0^\infty B_1 J_0(K\rho) e^{-K(z+a)} dK + \int_0^\infty B_2 J_0(K\rho) e^{K(z+a)} dK \right] \quad (0 < z < b), \quad (2)$$

$$\Phi_{e3} = \frac{q}{\varepsilon_3} \int_0^\infty C J_0(K\rho) e^{-K(z+a)} dK \quad (z > b), \quad (3)$$

方程(1)中等号右边第一项是入射到界面 $z = 0$ 的入射电场的电势, 第二项是从界面 $z = 0$ 反射的反射电场的电势. 方程(2)中等号右边第一项是入

射到界面 $z = b$ 的入射电场的电势, 第二项是从界面 $z = b$ 反射的反射电场的电势. 由于 $z > b$ 区域为无限大的导体, 故没有反射电场, 又由于导体接地, 导体和大地是等势体, 即导体内的电势 $\Phi_{e3} = 0$. 由于拓扑绝缘体的磁电响应, 点电荷感应磁单极, 磁单极产生磁标势, 由磁标势公式 $\Phi_m = \mu g/r$ (式中 g 为磁单极), 位于 $M(0, 0, -a)$ 的场源电荷 q 在三个区域也产生磁标势, 磁标势的大小分别为

$$\Phi_{m1} = \mu_1 \left[\int_0^\infty A'_0 J_0(K\rho) e^{-K|z+a|} dK + \int_0^\infty A' J_0(K\rho) e^{K(z+a)} dK \right] \quad (z < 0), \quad (4)$$

$$\Phi_{m2} = \mu_2 \left[\int_0^\infty B'_1 J_0(K\rho) e^{-K(z+a)} dK + \int_0^\infty B'_2 J_0(K\rho) e^{K(z+a)} dK \right] \quad (0 < z < b), \quad (5)$$

$$\Phi_{m3} = \mu_3 \int_0^\infty C' J_0(K\rho) e^{-K(z+a)} dK \quad (z > b), \quad (6)$$

由于区域 $z < 0$ 没有点磁单极, 所以 $A'_0 = 0$. 虽然区域 $z > b$ 内的电势 $\Phi_{e3} = 0$, 但磁标势 $\Phi_{m3} \neq 0$.

在静态情况下, 静电场是无旋的, 即 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, 故可引入标量电势 Φ_e , $\mathbf{E} = -\nabla \Phi_e$, 切向电场在界面 $z = 0$ 和 $z = b$ 处连续, 即电势连续, 因此边界条件可以写为

$$\Phi_{e1}|_{z=0} = \Phi_{e2}|_{z=0}, \quad (7)$$

$$\Phi_{e2}|_{z=b} = \Phi_{e3}|_{z=b} = 0. \quad (8)$$

在拓扑绝缘体中, 由于拓扑磁电响应, 其本构关系为^[4,8]

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + \frac{\alpha \theta}{\pi} \mathbf{B}, \quad (9)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} - \frac{\alpha \theta}{\pi} \mathbf{E}, \quad (10)$$

式中 \mathbf{D} , \mathbf{H} 分别为电位移和磁场强度, $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ 为精细结构常数^[4,8], e 为基元电荷电量, $\hbar = 2\pi\hbar$ 为普朗克常数, θ 为描述绝缘体的参数^[4,5], 在拓扑绝缘体内, 总自由电荷为零, 所以 $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$, 由于拓扑磁电响应, 在拓扑绝缘体表面存在表面电荷, 由本构方程(9)可知, 在界面 $z = 0$ 处法向电磁场边界条件为

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \Phi_{e1}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \varepsilon_2 \frac{\partial \Phi_{e2}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\alpha \theta}{\pi} \frac{\partial \Phi_{m2}}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad (11)$$

为使问题简化, 让导体接地, 这样整个导体区域电势为零, 则在界面 $z = b$ 上不必再利用方程 (9).

在静态情况下, 磁场是无旋场, 即 $\nabla \times \mathbf{B} = 0$, 故可以引入磁标势 Φ_m , $\mathbf{B} = -\nabla\Phi_m$, 由于没有物理磁单极存在, 故在界面 $z = 0$ 和 $z = b$ 处, 法向磁感应强度连续, 即 $B_z = \frac{\partial\Phi_m}{\partial z}$ 连续:

$$\left. \frac{\partial\Phi_{m1}}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial\Phi_{m2}}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial\Phi_{m2}}{\partial z} \right|_{z=b} = \left. \frac{\partial\Phi_{m3}}{\partial z} \right|_{z=b}. \quad (13)$$

虽然在拓扑绝缘体内没有自由电流, 但由于拓扑磁电响应, 其表面有表面电流, 由本构方程 (10) 可知在界面 $z = 0$ 和 $z = b$ 的切向边界条件可以写为

$$\left. \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial\Phi_{m1}}{\partial \rho} \right|_{z=0} = \left. \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial\Phi_{m2}}{\partial \rho} \right|_{z=0} - \frac{\alpha\theta}{\pi} \left. \frac{\partial\Phi_{e2}}{\partial \rho} \right|_{z=0}, \quad (14)$$

$$\left. \frac{1}{\mu_3} \frac{\partial\Phi_{m3}}{\partial \rho} \right|_{z=b} = \left. \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial\Phi_{m2}}{\partial \rho} \right|_{z=b} - \frac{\alpha\theta}{\pi} \left. \frac{\partial\Phi_{e2}}{\partial \rho} \right|_{z=b}. \quad (15)$$

将方程 (1)—(6) 代入方程 (7)—(8) 和方程 (11)—(15) 得

$$\frac{1}{\varepsilon_1} (e^{-Ka} + A e^{Ka}) = \frac{1}{\varepsilon_2} (B_1 e^{-Ka} + B_2 e^{Ka}), \quad (16)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} [B_1 e^{-K(a+b)} + B_2 e^{K(a+b)}] = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} q[-e^{-Ka} + A e^{Ka}] \\ = q(-B_1 e^{-Ka} + B_2 e^{Ka}) \\ + \frac{\alpha\theta\mu_2}{\pi} (-B_1' e^{-Ka} + B_2' e^{Ka}), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mu_1 A' e^{Ka} = \mu_2 (-B_1' e^{-Ka} + B_2' e^{Ka}), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mu_2 [-B_1' e^{-K(a+b)} + B_2' e^{K(a+b)}] \\ = \mu_3 [-C' e^{-K(a+b)}], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} A' e^{Ka} = B_1' e^{-Ka} + B_2' e^{Ka} \\ - \frac{\alpha\theta q}{\pi\varepsilon_2} (B_1 e^{-Ka} + B_2 e^{Ka}), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C' e^{-K(a+b)} = B_1' e^{-K(a+b)} + B_2' e^{K(a+b)} \\ - \frac{\alpha\theta q}{\pi\varepsilon_2} [B_1 e^{-K(a+b)} \\ + B_2 e^{K(a+b)}]. \end{aligned} \quad (22)$$

为使问题简化, 我们假设 $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = \mu_3 = 1$, 最近的实验表明, $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 合金是拓扑绝缘体 [16], 其相

对电容率 $\varepsilon_2 \approx 100$, 相对磁导率 $\mu_2 \approx 1$ [4], 解方程组 (16)—(22) 得

$$\begin{aligned} A = \left[\left(-\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} - \varepsilon_2 + 1 \right) e^{-2Ka} \right. \\ \left. - \left(-\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + \varepsilon_2 + 1 \right) e^{-2Ka-2Kb} \right] D, \end{aligned} \quad (23)$$

$$B_1 = 2\varepsilon_2 D, \quad (24)$$

$$B_2 = -2\varepsilon_2 e^{-2Ka-2Kb} D, \quad (25)$$

$$A'_1 = -\frac{\alpha\theta q}{\pi} (e^{-2Ka} - e^{-2Ka-2Kb}) D, \quad (26)$$

$$B'_1 = C'_1 = \frac{\alpha\theta q}{\pi} (1 - e^{-2Kb}) D. \quad (27)$$

$$B'_2 = 0. \quad (28)$$

式中

$$\begin{aligned} D = \left(\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + \varepsilon_2 + 1 \right)^{-1} \\ \times \left\{ 1 - \left(\frac{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 - \varepsilon_2 + 1}{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 + \varepsilon_2 + 1} \right) e^{-2Kd} \right\}^{-1}. \end{aligned}$$

在静电限制 $Kb \rightarrow \infty$ 的情况下, 利用泰勒公式

$$\frac{1}{1 - e^{-2Kb}} \approx \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2nKb},$$

可得

$$\begin{aligned} D \approx \left(\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + \varepsilon_2 + 1 \right)^{-1} \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 - \varepsilon_2 + 1}{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 + \varepsilon_2 + 1} \right)^n e^{-2nKb}. \end{aligned} \quad (29)$$

利用贝塞尔积分公式

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} J_0(K\rho) e^{-K(z+a+mb+nb)} dK \\ = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a+mb+nb)^2}}, \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 - \varepsilon_2 + 1}{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 + \varepsilon_2 + 1} \right)^n \\ \times e^{-2nKb} J_0(K\rho) e^{-K(z+a)} dK \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 - \varepsilon_2 + 1}{\alpha^2\theta^2/2\pi^2 + \varepsilon_2 + 1} \right)^n \\ \times \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a+2nb)^2}}. \end{aligned} \quad (30)$$

将方程 (23)—(30) 代入方程 (1)—(6), 取 $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = \mu_3 = 1$, $\mu_2 \approx 1$, 得到三个区域的电势 Φ_{e1} , Φ_{e2} , Φ_{e3} 和磁标势 Φ_{m1} , Φ_{m2} , Φ_{m3} 分别为

$$\Phi_{e1} = q \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a)^2}} + \frac{-(\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (-z+a)^2}} - 4\varepsilon_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1)^n}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)^{n+2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (-z+a+2b+2nb)^2}} \right], \quad (31)$$

$$\Phi_{e2} = 2q \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1)^n}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)^{n+1}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a+2nb)^2}} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1)^n}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)^{n+1}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (-z+a+2b+2nb)^2}} \right], \quad (32)$$

$$\Phi_{e3} = 0, \quad (33)$$

$$\Phi_{m1} = -\frac{\alpha\theta q}{\pi} \frac{1}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (-z+a)^2}} + \frac{2\varepsilon_2\alpha\theta q}{\pi} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1)^n}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)^{n+2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (-z+a+2b+2nb)^2}} \right], \quad (34)$$

$$\Phi_{m2} = \Phi_{m3} = \frac{\alpha\theta q}{\pi} \frac{1}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a)^2}} + \frac{2\varepsilon_2\alpha\theta q}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) - \varepsilon_2 + 1)^n}{((\alpha^2\theta^2/2\pi^2) + \varepsilon_2 + 1)^{n+2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a+2b+2nb)^2}}. \quad (35)$$

由 Φ_e , Φ_m 的表达式可以看出, 点电荷不仅在三个区域感应电荷, 也在三个区域感应磁单极, 这种感应磁单极是像磁单极, 感应电荷是像电荷. 因为点电荷位于 z 轴上, 从方程 (31)—(35) 中可以看出, 感应磁单极和感应电荷位于 z 轴上.

方程 (31) 是拆分合并后的结果, 第一项是场源电荷的电势, 其余项是感应电荷的电势, 感应电荷分别位于 $z = a$, $z = a + 2b$, $z = a + 4b$, $z = a + 6b$, \dots , 等位置.

从方程 (34) 可以看出, 区域 1 的磁标势是由位于 $z = a$, $z = a + 2b$, $z = a + 4b$, \dots , $z = a + 2b + 2nb$ 处的感应磁单极产生的, 感应磁单极的大小分别为

$$g_1 = -\frac{\alpha\theta q}{\pi} \frac{1}{\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + \varepsilon_2 + 1},$$

$$g_{n+2} = \frac{2\varepsilon_2\alpha\theta q}{\pi} \frac{\left(\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} - \varepsilon_2 + 1\right)^n}{\left(\frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + \varepsilon_2 + 1\right)^{n+2}}$$

$$(n = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

从 g_{n+2} 的表达式可以看出, 当场源电荷为正电荷且 $\varepsilon_2 < \frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + 1$ 时, 无论 n 为奇数还是偶数均感应正磁单极, 这种情况在已经发现的拓扑绝缘体材料中几乎不可能发生, 例如拓扑绝缘体 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 的电容率 $\varepsilon_2 \approx 100$, 而 $\alpha = \frac{1}{137}$, $\theta = \pm\pi$, (\pm 号表示

磁化方向)^[4]. 当场源电荷为正电荷且 $\varepsilon_2 > \frac{\alpha^2\theta^2}{2\pi^2} + 1$ 时, n 为奇数感应负磁单极, n 为偶数感应正磁单极. 即感应磁单极的正负除了与材料参数有关外, 还与感应磁单极所处的空间位置有关 ($n = \frac{z-a}{2b}$), 感应电荷也满足同样的规律. 图 2 描绘了感应磁单极 g_{n+2} 随空间位置 z 的变化关系 (取 $a = b$, 则 $z = a + 2na$), 点电荷电量为单位电量, 感应磁单极的大小放大了 10000 倍. 从图 2 可以看出, 感应磁单极有正有负, 其数量级小于场源电荷数量级.

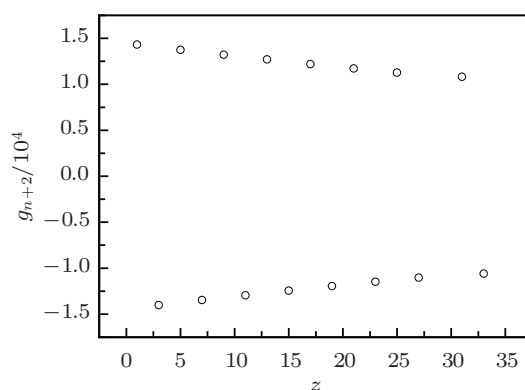


图 2 感应磁单极 g_{n+2} 随 z 轴的变化关系

当 $\theta = 0$ 时, 材料简化为一般的电介质, 从方程 (34) 和 (35) 可以看出, 此时三个区域的磁标势为零, 即点电荷在一般电介质中不能感应磁单极, 这

与文献 [17] 中的描述一致.

给整数 n 赋值, 可以得到感应磁单极的分布情况, 例如根据方程 (34) 和 (35), 可以从理论上确定感应磁单极的空间分布及大小, 在确定了感应磁单极的大小和位置后, 可以利用磁力显微镜较方便地确定磁单极的存在.

3 结论

我们利用拓扑绝缘体的磁电响应, 理论推导了点电荷在拓扑绝缘体、电介质和导体中产生的电

势和磁标势. 研究表明: 点电荷在拓扑绝缘体中不仅感应电荷, 而且感应磁单极; 感应电势的产生归结于感应电荷, 感应磁标势的产生归结于感应磁单极, 这种感应电荷是像电荷, 感应磁单极是像磁单极, 我们的工作可以为实验提供理论依据. 在本文的感应电势和感应磁标势的推导过程中, 我们假设导体接地, 在不影响结果的情况下简化了推导过程, 如果导体不接地, 或者区域 I 和区域 III 为不同的电介质, 区域 II 为有限厚度的拓扑绝缘体, 也可以用类似的方法, 利用二元函数的泰勒展开, 得到感应电荷和感应磁单极的大小和空间位置.

-
- [1] Moore J E 2010 *Nature* **464** 194
 - [2] Qi X L, Zhang S C 2010 *Phys. Today* **63** 33
 - [3] Grushin A G, Cortijo A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 020403
 - [4] Qi X L, Li R, Zang J, Zhang S C 2009 *Science* **323** 1184
 - [5] Li R, Wang J, Qi X L, Zhang S C 2010 *Nature Phys.* **6** 284
 - [6] Lan Y P, Wan S L, Zhang S C 2011 *Phys. Rev. B* **83** 205109
 - [7] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195424
 - [8] Chang M C, Yang M F 2009 *Phys. Rev. B* **80** 113304
 - [9] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
 - [10] Moore J E 2009 *Nature Phys.* **5** 378
 - [11] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
 - [12] Fu L, Kane C L, Mele E J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 106803
 - [13] Moore J E, Balents L 2007 *Phys. Rev. B* **75** 121306
 - [14] Maciejko J, Qi X L, Drew H D, Zhang S C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 166803
 - [15] Essin A M, Moore J E, Vanderbilt D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146805
 - [16] Hsieh D, Qian D, Wray L, Xia Y, Hor Y S, Cava R J, Hasan M Z 2008 *Nature* **452** 970
 - [17] Jackson J D 1998 *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley)

Inducing magnetic monopole in conductor and topological insulator by point charge

Zeng Lun-Wu[†] Song Run-Xia

(*Jiangsu Key Laboratory for Intelligent Agricultural Equipment, College of Engineering,
Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China*)

(Received 25 June 2011; revised manuscript received 2 November 2011)

Abstract

Using the electric potential and the magnetic scalar potential formulas which contain Bessel function of zero-order of first kind and the constitute relations of topological insulator, we derive the induced electric potentials and induced magnetic scalar potentials which are induced by point electric charge in dielectric, topological insulator and earthing conductor. Further research shows that the induced magnetic monopoles and the induced electric charges are induced in dielectric, topological insulator and earthing conductor; the positive and negative induced magnetic monopoles and electric charges and their magnitudes are determined not only by the material parameter, point electric charge, but also by the space of the induced electric charge and induced magnetic monopole.

Keywords: topological insulator, inducing electric charge, inducing magnetic monopole

PACS: 73.43.-f, 71.15.-m, 41.20.Gz

[†] E-mail: zenglunwu@njau.edu.cn