

# 二维磁振子晶体中点缺陷模的耦合性质研究\*

曹永军<sup>†</sup> 谭伟 刘燕

(内蒙古师范大学物理与电子信息学院, 呼和浩特 010022)

(2012年1月7日收到; 2012年3月2日收到修改稿)

在超原胞近似下, 利用平面波展开法数值计算了多点缺陷的二维磁振子晶体带结构及其部分缺陷模的磁化强度场分布. 研究表明, 点缺陷模间的能量发生了耦合, 使自旋波沿着缺陷方向传播. 利用该性质可将含多点缺陷体的二维磁振子晶体作为自旋波导器件的制作材料.

**关键词:** 磁振子晶体, 点缺陷, 波导, 平面波展开法

**PACS:** 75.30.DS, 75.70.Cn, 75.40.Gb

## 1 引言

近来, 自旋波在周期结构磁性复合材料(即磁振子晶体)中的传播性质引起了人们的广泛关注<sup>[1-9]</sup>. 对其进行研究一方面有助于更好地理解不均匀介质中波的传播和局域化现象, 另一方面对自旋波带隙材料的研究具有潜在的应用价值, 如含单点缺陷体的磁振子晶体可被用作自旋波滤波器器件的制作材料<sup>[1]</sup>. 目前, 已有工作研究了自旋波在一维<sup>[2-4]</sup>、二维<sup>[5,6]</sup>及三维<sup>[7-9]</sup>磁振子晶体中的传播性质, 这些工作主要集中于对磁振子晶体自旋波带结构的产生机理和优化手段进行研究. 此外, 文献<sup>[10, 11]</sup>对存在缺陷结构的一维层状磁振子晶体进行了讨论, 结果显示这些层状结构中的缺陷可在带隙内产生局域模. 然而, 对二维或三维磁振子晶体中缺陷态性质的研究, 则相对报道较少. 本课题组首先计算了含单点缺陷体结构的二维磁振子晶体中自旋波的带结构, 研究发现由于点缺陷体的引入, 在自旋波禁带频率范围内产生了局域的缺陷模, 缺陷模的能量场分布主要在点缺陷处, 但也有能量向四周弥散<sup>[12]</sup>. 据此思想, 本文又构造了恰当的磁振子晶体缺陷结构, 利用点缺陷模的能量耦合性质,

含多点缺陷体的磁振子晶体材料有望被用作自旋波导波材料. 文中计算了包含多点缺陷的二维磁振子晶体带结构和缺陷模的磁化强度场分布, 与无缺陷体的完全周期结构的磁振子晶体进行比较, 研究了点缺陷模的能量耦合性质.

## 2 模型与计算方法

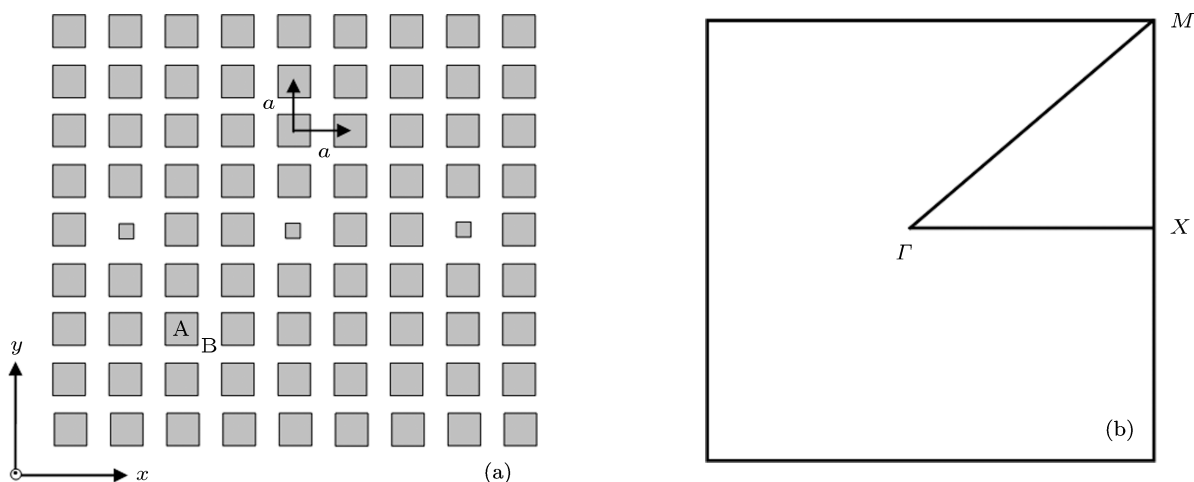
截面为正方形的铁磁材料 A 正方排列在另一铁磁基底 B 材料中, 晶格常数为  $a$ , 存在点缺陷体的二维磁振子晶体结构示意图如图 1(a) 所示. 在图示的  $9 \times 9$  超原胞中, 沿着  $(1, 0)$  方向每隔两个散射柱引入一个大小与其之不同的缺陷体柱, 超原胞按正方排列形成二维磁振子晶体结构, 其第一布里渊区如图 1(b) 所示, 对整个晶体结构则会形成在  $(1, 0)$  方向上的一系列相间的点缺陷结构. 不考虑阻尼效应, 自旋波在铁磁材料中的传播行为可用 Landau-Lifshitz 方程描述为<sup>[7]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = -g \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

其中,  $g$  为旋磁比 ( $g > 0$ ),  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  为作用于磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  上的有效场. 考虑短波微扰的情况下, 与交换作用项相比, 静磁项和偶极项可以被忽略<sup>[12-14]</sup>,

\* 国家自然科学基金(批准号: 10947008)、内蒙古师范大学科学基金(批准号: ZRYB09009)和内蒙古师范大学研究生科研创新基金(批准号: CXJJS11043)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: phyjcao@imnu.edu.cn


 图1 (a) 在  $(1,0)$  方向存在点缺陷体的二维磁振子晶体结构; (b) 正方点阵第一布里渊区

所以有效场可表示为

$$\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = H_0 \mathbf{z} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \alpha_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \right), \quad (2)$$

$\alpha_0 = \frac{2A}{\mu_0 M_s^2}$ ,  $M_s$  为铁磁材料的自发磁化强度,  $A$  为铁磁材料的交换作用系数,  $\mu_0$  为真空磁导率. 设外磁场  $\mathbf{H}_0$  沿图 1(a) 所示的  $z$  方向将铁磁材料系统饱和磁化, 磁化强度  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  可写为

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_s \mathbf{z} + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  为磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  在  $x$ - $y$  平面内的动态分量, 且  $|\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)| \ll M_s$ .

引入变量  $m_{\pm} = m_x \pm im_y$ , 并将 (2) 和 (3) 式代入 (1) 式中, 得

$$\mp \frac{i}{g} \frac{\partial m_{\pm}}{\partial t} = \left[ H_0 - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \right] m_{\pm}, \quad (4)$$

其中  $\alpha_1 = \frac{2A}{\mu_0 M_s}$ . 可设系统中传播自旋波模式为时谐的平面波, 即  $m_{\pm}(\mathbf{r}, t) = m_{\pm\omega}(\mathbf{r}) e^{\pm i\omega t}$ , 则 (4) 式可变为

$$\Omega m_{\pm\omega} = \left[ \mu_0 H_0 - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \right] m_{\pm\omega}, \quad (5)$$

其中  $\alpha = \frac{2A}{M_s}$ ,  $\Omega = \frac{\mu_0 \omega}{g}$ . 在周期结构的系统中,  $m_{\pm\omega}(\mathbf{r})$  和  $\alpha(\mathbf{r})$  均为空间位置矢量  $\mathbf{r}$  的周期性函数, 故在倒格矢  $\mathbf{G}$  空间内将其作傅里叶级数展开, 并应用布洛赫定理得

$$m_{\pm\omega}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} m_{\pm\omega}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}, \quad (6)$$

$$\alpha(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \alpha(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}, \quad (7)$$

在本文的计算讨论中, 选取  $9 \times 9$  的超原胞, 多点缺陷所构成的磁振子晶体模型如图 1(a) 所示, 三个点缺陷沿着  $(1,0)$  方向, 这些点缺陷通过改变三个方柱体的大小来获得. 倒格矢  $\mathbf{G}$  可写成

$$\mathbf{G} = \frac{2\pi}{9a} (n_x, n_y), \quad (8)$$

其中的  $n_x, n_y$  为整数. 计算可得 (7) 式中的傅里叶系数

$$\alpha(\mathbf{G}) = \begin{cases} \frac{1}{81} \{ 78[\alpha_A f + \alpha_B(1-f)] + 3\alpha_A f_d + 3\alpha_B(1-f_d) \} & \mathbf{G} = 0, \\ \frac{1}{81} (\alpha_A - \alpha_B) \left\{ \left[ \sum_{m_1=-4}^4 \sum_{m_2=-4}^4 \cos\left(\frac{2\pi}{9}(m_1 n_x + m_2 n_y)\right) \right] - 1 \right. \\ \left. - 2 \cos\left(\frac{6\pi}{9} n_x\right) \right] P(\mathbf{G}) + \left[ 1 + 2 \cos\left(\frac{6\pi}{9} n_x\right) \right] P_d(\mathbf{G}) \right\} & \mathbf{G} \neq 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $f_d = \left(\frac{2l_d}{a}\right)^2$ ,  $f = \left(\frac{2l}{a}\right)^2$  分别是缺陷柱体和完整柱体材料 A 在基底材料 B 中的体积填充率,  $2l_d$ ,  $2l$  则分别为缺陷柱体和完整柱体截面的边长.  $P_d(\mathbf{G})$  和  $P(\mathbf{G})$  分别为缺陷柱体和规则柱体的结构函数, 其值取决于散射体的具体形状<sup>[15]</sup>. 对方柱子而言, 有

$$P_d(\mathbf{G}) = f_d \frac{\sin(G_x l_d)}{G_x l_d} \times \frac{\sin(G_y l_d)}{G_y l_d}$$

和

$$P(\mathbf{G}) = f \frac{\sin(G_x l)}{G_x l} \times \frac{\sin(G_y l)}{G_y l}.$$

将 (6), (7) 式代入 (5) 式, 得本征方程

$$\begin{aligned} \Omega m_{\pm\omega}(\mathbf{G}) &= \sum_{\mathbf{G}'} \left[ \mu_0 H_0 \delta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') + \sum_{\mathbf{G}'} (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \right. \\ &\quad \left. \times (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \alpha(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \right] m_{\pm\omega}(\mathbf{G}'), \quad (10) \end{aligned}$$

其中

$$\delta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') = \begin{cases} 1 & \mathbf{G} = \mathbf{G}', \\ 0 & \mathbf{G} \neq \mathbf{G}'. \end{cases}$$

对于一个给定的布里渊波矢  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  值, 通过数值求解本征方程 (10) 式, 便可容易求得磁振子晶体的带结构  $\Omega_n(\mathbf{k})$ . (10) 式所表示的是一组无穷的线性方程组, 然而, 在实际的数值计算中只考虑有限数目的倒格矢  $\mathbf{G}$ , 因此需获得较好的收敛性<sup>[14]</sup>. 本文大量的收敛性检验计算表明, 取  $3249(-28 \leq n_x, n_y \leq 28)$  个倒格矢能够获得足够好的收敛精度要求. 另外, 考虑到制作和实验的条件要求<sup>[8]</sup>, 在本文的整个计算过程中, 晶格常数和外磁场分别取为  $a = 100 \text{ \AA}$  和  $\mu_0 H_0 = 0.1 \text{ T}$ .

### 3 结果与讨论

下面以无限长的 Fe (交换常数  $A = 2.1 \times 10^{-11} \text{ J}\cdot\text{m}^{-1}$ , 自发磁化强度  $M_s = 1.752 \times 10^6 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$ ) 方柱子正方排列在无限大的 EuO ( $A = 0.1 \times 10^{-11} \text{ J}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $M_s = 1.910 \times 10^6 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$ ) 基底中为例, 讨论二维磁振子晶体中点缺陷模的耦合性质. 选取如图 1(a) 所示的  $9 \times 9$  超原胞, 规则柱体的体积填充率为  $f = 0.60$ . 图 2 给出了无任何缺陷的理想磁振子晶体的能带结构图. 由图 2 可知, 理想磁振子晶体的带隙频率位于  $(1.1616 - 1.6598)(\mu_0\omega/g)$  之间.

引入如图 1(a) 所示的多点缺陷体, 仍以 Fe/EuO 材料体系为研究对象, 但缺陷柱体的体积填充率为  $f_d = 0$ , 意味着图 1(a) 所示的超原胞内三个点缺陷柱被完全移走, 由此构成的二维磁振子晶体带结构如图 3(a) 所示. 由图 3(a) 可知, 此时的带隙位于  $(1.14852 - 1.66604)(\mu_0\omega/g)$  之间, 较完美磁振子晶体带隙宽度略大. 带隙中出现了 11 条缺陷模, 构成了一个小范围内  $(1.42196 - 1.50972)(\mu_0\omega/g)$  的通带. 其中第 4 和第 5 条缺陷模的带宽变化较大, 群速度  $v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$  在  $\Gamma$  点附近明显不为零, 其放大图如图 3(b) 所示.

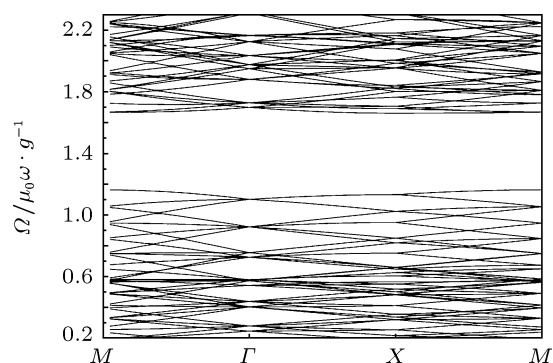


图 2 理想磁振子晶体能带图,  $f = 0.60$

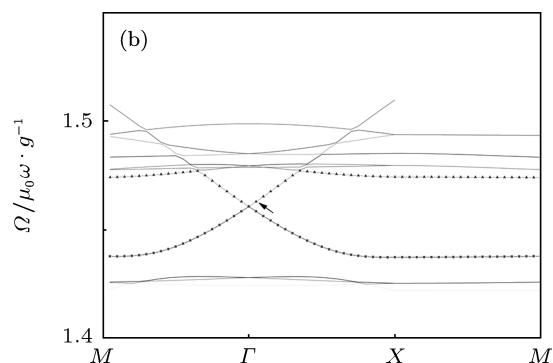
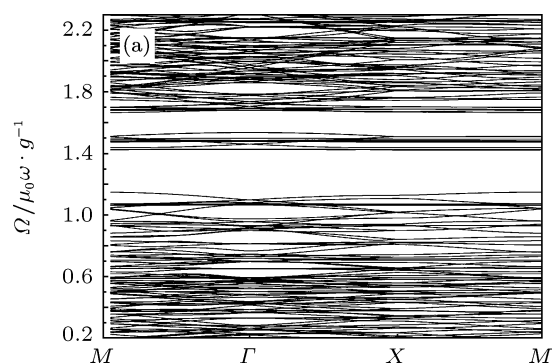


图 3 (a) 多点缺陷耦合磁振子晶体能带结构,  $f = 0.60$ ,  $f_d = 0$ ; (b) 图 (a) 中带隙范围内缺陷模的放大图

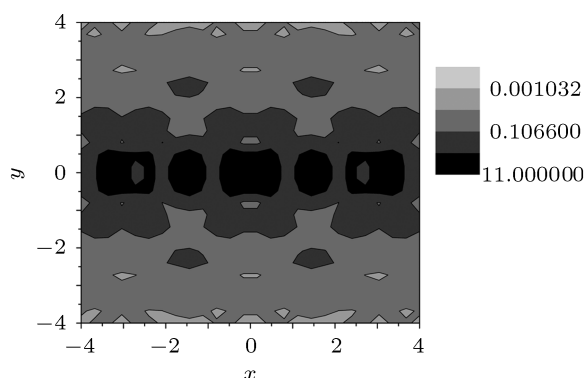


图4 图3(b)中箭头所指处缺陷模场分布,  $f = 0.60$ ,  $f_d = 0$

缺陷模的群速度不为零,这是由于点缺陷模的能量发生了耦合,意味着缺陷态的能量可以沿缺陷方向  $(1, 0)$  传播.对缺陷模磁化强度场分布的进一步计算结果如图4所示,图4为图3(b)箭头所示的第5条缺陷模在  $(k_x, k_y) = \frac{2\pi}{9a}(0.05, 0.0)$  处的磁化强度的场分布.从图4中可以发现,磁化强度的场

分布被很好地局域在  $(1, 0)$  方向,自旋波的能量可沿  $(1, 0)$  方向传播.该性质可为工程应用中自旋波波导器件材料的设计提供一定的理论基础.

## 4 结论

本文以无限长的 Fe 方柱子正方排列在无限大的 EuO 基底中所构成的二维磁振子晶体为研究对象,利用改进的平面波展开法<sup>[14]</sup>,数值计算了含多点缺陷体的二维磁振子晶体的自旋波带结构和部分缺陷模的磁化强度场分布,研究了缺陷模的耦合性质.结果表明,能量耦合的多点缺陷体可在磁振子晶体带隙中产生一个小范围内的通带,缺陷模的耦合性质导致部分缺陷模的群速度不为零,使对应的自旋波可沿着缺陷体的方向进行传播.具有如此导波性质的系统可应用于自旋波导波器件的设计中,对于实现波导器件的制作材料具有重要的应用价值.

- [1] Kim S K, Lee K S, Han D S 2009 *Appl. Phys. Lett.* **95** 082507
- [2] Nikitov S A, Tailhades P, Tsai C S 2001 *J. Magn. Magn. Mater.* **236** 320
- [3] Wang Z K, Zhang V L, Lim H S, Ng S C, Kuok M H, Jain S, Adeyeye A O 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 083112
- [4] Wang Z K, Zhang V L, Lim H S, Ng S C, Kuok M H, Jain S, Adeyeye A O 2010 *ACS Nano.* **4** 643
- [5] Vasseur J O, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B, Puzskarski H 1996 *Phys. Rev. B* **54** 1043
- [6] Cao Y J, Yun G H, Liang X X, Bai N 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 305005
- [7] Puzskarski H, Krawczyk M 2003 *Solid State Phenom.* **94** 125
- [8] Krawczyk M, Puzskarski H 2008 *Phys. Rev. B* **77** 054437
- [9] Yang H, Yun G H, Cao Y J 2011 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44** 455001
- [10] Kuchko A N, Sokolovskii M L, Kruglyak V V 2005 *Physica B* **370** 73
- [11] Kruglyak V V, Sokolovskii M L, Tkachenko V S, Kuchko A N 2006 *J. Appl. Phys.* **99** 08C906
- [12] Yang H, Yun G H, Cao Y J 2012 *J. Appl. Phys.* **111** 013908
- [13] Kruglyak V V, Kuchko A N 2001 *Phys. Met. Metallogr.* **92** 211
- [14] Cao Y J, Yun G H, Narsu 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 077502 (in Chinese) [曹永军, 云国宏, 那日苏 2011 物理学报 **60** 077502]
- [15] Sigalas M M 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 1256

# Coupling characteristics of point defect modes in two-dimensional magnonic crystals\*

Cao Yong-Jun<sup>†</sup> Tan Wei Liu Yan

(College of Physics and Electronic Information, Inner Mongolia Normal University, Huhhot 010022, China)

(Received 7 January 2012; revised manuscript received 2 March 2012)

## Abstract

Using the plane-wave expansion method under supercell approximation, band structures of spin waves propagating in two-dimensional magnonic crystals with coupling multi-point defects and magnetization field distributions of some defect modes are calculated. The results indicate that the energies of point defect modes can couple each other, and propagate along the direction of the multi-point defects in these structures. Utilizing the coupling characteristics of defect modes, two-dimensional magnonic crystals can be used as the fabricating materials of spin-wave waveguides.

**Keywords:** magnonic crystals, point defects, wave-guide, plane-wave expansion method

**PACS:** 75.30.DS, 75.70.Cn, 75.40.Gb

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10947008), the Science Foundation of Inner Mongolia Normal University, China (Grant No. ZRYB09009), and the Marster's Innovative Research Fund of Inner Mongolia Normal University, China (Grant No. CXJJS11043).

<sup>†</sup> E-mail: phyjcao@imnu.edu.cn