

外强迫对 Lorenz 系统初值可预报性的影响*

黎爱兵 张立凤[†] 项杰

(中国人民解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

(2011 年 5 月 4 日收到; 2011 年 10 月 25 日收到修改稿)

利用强迫 Lorenz 模型, 研究了外强迫对 Lorenz 系统混沌性质、映射结构及初值可预报性的影响, 并以海表温度为大气运动的外强迫, 用实际大气海洋资料分析了外强迫对大气可预报性的影响. 结果发现, 系统混沌现象的出现与外强迫有关, 外强迫改变了 Lorenz 系统的运动规律, 使围绕两奇怪吸引子运动的随机性减少. 考虑外强迫后, 系统运动轨迹的概率密度函数呈不对称的双峰结构, 且 Lorenz 映射由无外强迫时的一个尖点分离为两个尖点, 尖点的偏离方向和偏离位置分别与外强迫的正负和大小有关. 外强迫可减小 Lorenz 系统对初值的敏感性, 提高系统的初值可预报性, 尤其是外强迫越大, 可预报性提高的幅度也越大. 这些结果在不同强度海表温度强迫下的实际大气可预报性分析中得到了证实, 即海温异常越大, 实际大气变量的可预报性也越大.

关键词: Lorenz 系统, 外强迫, Lorenz 映射, 可预报性

PACS: 92.60.jf, 05.45.Ac

1 引言

经典 Lorenz (1963) 系统^[1]展示了大气运动的非周期性和运动轨迹对初值的敏感性, 成为研究大气可预报性非常有用的数学模型^[2-5]. 在经典 Lorenz 模型中, $x-y$ 平面正负空间存在两个奇怪吸引子, 系统运动在两吸引子之间相互转换, 产生正负两分支体系, 这两个分支可反映天气或气候系统的强弱状态^[6], 如季风、降水和大气环流的强弱等. 系统运动轨迹在两分支之间的转换是非周期的, 反映了大气状态的非周期演变. 无外强迫时, Lorenz 系统在 $x-y$ 平面上运动轨迹的概率密度函数 (PDF) 分布为大小相等的双峰结构. Sikka 等^[7]和 Christiansen^[8]的研究表明, 实际大气中许多天气气候事件的变化也表现为双峰结构, 如季风的活跃和萧条期、大尺度季风降水强弱及与之有关的热带辐合带 (ITCZ) 强弱和位置分布、大气平流层中气候变化等. 这些工作为应用 Lorenz 系统了解大气基本性质提供了依据.

实际天气气候事件的强弱并不是等概率发生,

而是经常出现极端现象. 如观测和数值模拟都发现, 季风降水异常与海表温度异常 (SSTA) 有着重要联系^[9], 这就说明大气运动状态不仅取决于初值, 还与外强迫作用有关, 外强迫也是影响大气可预报性的主要原因之一. 海表温度 (SST) 强迫经常是气候异常研究的重点, 特别是热带太平洋 SST 年际变化及厄尔尼诺 - 南方涛动 (ENSO) 循环, 影响着亚洲季风及季风降水的年际变化.

研究外强迫对 Lorenz 系统性质的影响对气候预测非常重要. 1994 年 Palmer^[10]在经典 Lorenz (1963) 模型基础上引进定常强迫. 随后一些学者对该强迫 Lorenz 模型的时间平均和分支行为作了研究^[11-14], 但对外强迫如何影响系统双峰结构和 Lorenz 映射以及系统的可预报性都没有进行具体分析. 何文平等^[15,16]虽然研究了含高斯白噪声和准周期外力驱动的 Lorenz 系统的可预报性, 但对定常强迫的可预报性研究较少. 文献 [17-21] 利用非线性误差增长理论, 对 Lorenz 系统可预报性作了系统研究, 但没有考虑外强迫对 Lorenz 系统可预报性的作用.

为了进一步揭示外强迫对 Lorenz 系统性质及

* 国家自然科学基金 (批准号: 40975031) 资助的课题.

[†] E-mail: zhanglif@yeah.net

其可预报性的影响, 本文从强迫 Lorenz 数学模型出发, 首先讨论外强迫对 Lorenz 吸引子和混沌性质的影响, 然后分析外强迫对 Lorenz 系统双峰结构的影响, 并利用 Lorenz 映射进行解释. 最后研究外强迫对 Lorenz 系统初值可预报性的影响, 并利用实际大气海洋资料, 分析不同强度 SSTA 对大气变量可预报性的影响.

2 外强迫系统的混沌性分析

在 Lorenz (1963) 模型基础上, Palmer (1994) 进行了考虑外强迫的 Lorenz 模型, 其系统方程为:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y + F_x, \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + rx - y + F_y, \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz + F_z,\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\sigma = 10$, $r = 28$ 和 $b = 8/3$, 分别为 Pr 数、 Ra 数以及和对流尺度相联系的参数, F_x , F_y 和 F_z 分别为对变量 x , y 和 z 的外强迫项, 大小为常值.

Mittal 等^[13] 研究了外强迫项 $F_x = \sigma F$, $F_y = -F$ 和 $F_z = 0$ 的情形. 对方程 (1) 在此强迫情形下进行数学分析发现, 当 $F^2 > 4b(1-r)$ 时, 系统存在三个平衡点 $O = (0, -F, 0)$ 和 $P_{\pm} = (x_{\pm}, y_{\pm}, r-1)$, 其中 $x_{\pm} = \frac{1}{2} \left[F \pm \sqrt{F^2 + 4b(r-1)} \right]$, $y_{\pm} = \frac{1}{2} \left[-F \pm \sqrt{F^2 + 4b(r-1)} \right]$. 当没有外强迫作用, 即 $F = 0$ 时, $r > 24.74$, 方程 (1) 的三个平衡点为不稳定结点, 系统存在奇怪吸引子, 出现混沌现象. 当存在外强迫, 即 $F \neq 0$ 时, Lorenz 系统出现混沌现象除了与参数 r 有关, 还与外强迫 F 的大小有关, 这时存在临界值 F_c , 当 $|F| < F_c$ 时, 平衡点 P_{\pm} 不稳定. F_c 为与 σ , b 和 r 有关的正常数, 当 $\sigma = 10$, $b = 8/3$ 和 $r = 28$ 时, $F_c = 1.61$.

采用经典四阶 Runge-Kutta 方法对方程 (1) 进行数值积分, 积分步长为 0.01, 初值为 (0.1, 0.1, 0.1). 图 1 给出了不同大小外强迫下, 系统变量 x 随时间变化和在三维空间的运动轨迹. 变量 x 的正 ($x > 0$) 或负 ($x < 0$) 表示系统围绕不同的吸引子 (P_+ 或 P_-) 运动, 即系统在不同的分支上运动, 见图 1(a1)—(e1). 在三维空间中, 系统围绕 $z > 0$ 的 $x-y$ 平面上正负位相空间吸引子 (P_+ 或 P_-) 的运动轨迹, 见图 1(a2)—(e2). 为减弱初值影响, 以下分析积分 2000 步以后的结果. 无外强

迫时 (图 1(c1)), 变量 x 随时间正负交替变化, 且正负时间大致相等. 有外强迫时, 系统围绕两个吸引子运动的概率发生了变化, 当外强迫作用较大, 即 $F < -F_c$ 或 $F > F_c$ 时, 系统随时间趋向于其中一个吸引子 P_- (图 1(a2)) 或 P_+ (图 1(e2)); 当 $|F| < F_c$ 时, 系统在其中一个吸引子存在的时间相对较长, 强迫为正 (负) 值, 系统围绕 P_+ (P_-) 吸引子运动的概率相对较大.

3 外强迫系统的双峰结构分析

Lorenz 系统有两个显著周期, 一是运动在两奇怪吸引子之间转换周期, 一是围绕一个吸引子运动的振荡周期, 且通常前者大于后者. 为揭示系统低频运动的轨迹, 以下分析低频滤波的结果.

为了揭示强迫 Lorenz 系统围绕两个吸引子运动轨迹出现的概率, 图 2 给出了 $x-y$ 平面上运动轨迹的 PDF 分布. 由图 2 可见, PDF 呈双峰结构, 当没有外强迫时 (见图 2(b)), 双峰的峰值大小基本一致, 关于原点对称, 说明此时围绕两个吸引子系统运动轨迹出现的可能性一样, 这与图 1(c1) 的结果一致. 当存在外强迫时, 由于系统吸引子位置随 F 发生了微小变化, 所以双峰位置也发生了微小偏移, 此时最明显的变化是两个峰值大小不同. 这说明系统的运动轨迹更多地围绕某个吸引子, 运动倾向于系统的某一分支. 当 $F = -1.5$ 时, 最大峰值出现在 $x-y$ 平面的负空间, 即系统围绕吸引子 P_- 运动的概率大或时间多, 而 $F = 1.5$ 时则相反.

为深入理解外强迫作用对 Lorenz 系统性质的影响, 我们计算了系统变量 z 的极大值 z_{\max} 及其 Lorenz 映射. Lorenz 系统围绕吸引子运动一圈, 变量 z 就会出现一个极大值 z_{\max} , Lorenz 映射反映了相邻极大值 $z_{\max}(n+1)$ 和 $z_{\max}(n)$ 之间的关系, 利用此映射可以在已知当前极大值的前提下, 预知下一次极大值的大小. 图 3 给出了不同外强迫作用时 Lorenz 映射的结果, 即极大值 $z_{\max}(n+1)$ 随 $z_{\max}(n)$ 的映射图, n 代表 z_{\max} 出现的顺序, 其值为 1 至 $N-1$, N 为在积分时间段内变量 z 出现的极大值总次数. 图中粗点和细点分别表示 $x > 0$ 和 $x < 0$ 情况下的 Lorenz 映射, 反映在 $x-y$ 平面正和负位相空间中系统围绕吸引子 P_+ 和 P_- 运动. 从图 3 可知, Lorenz 映射存在尖点, 每一尖点将映射分成左右两个分支 (如图 3(a) 和 (c)), 两分支粗细不同, 这反映 z 出现极大值后再次出现极大值时系

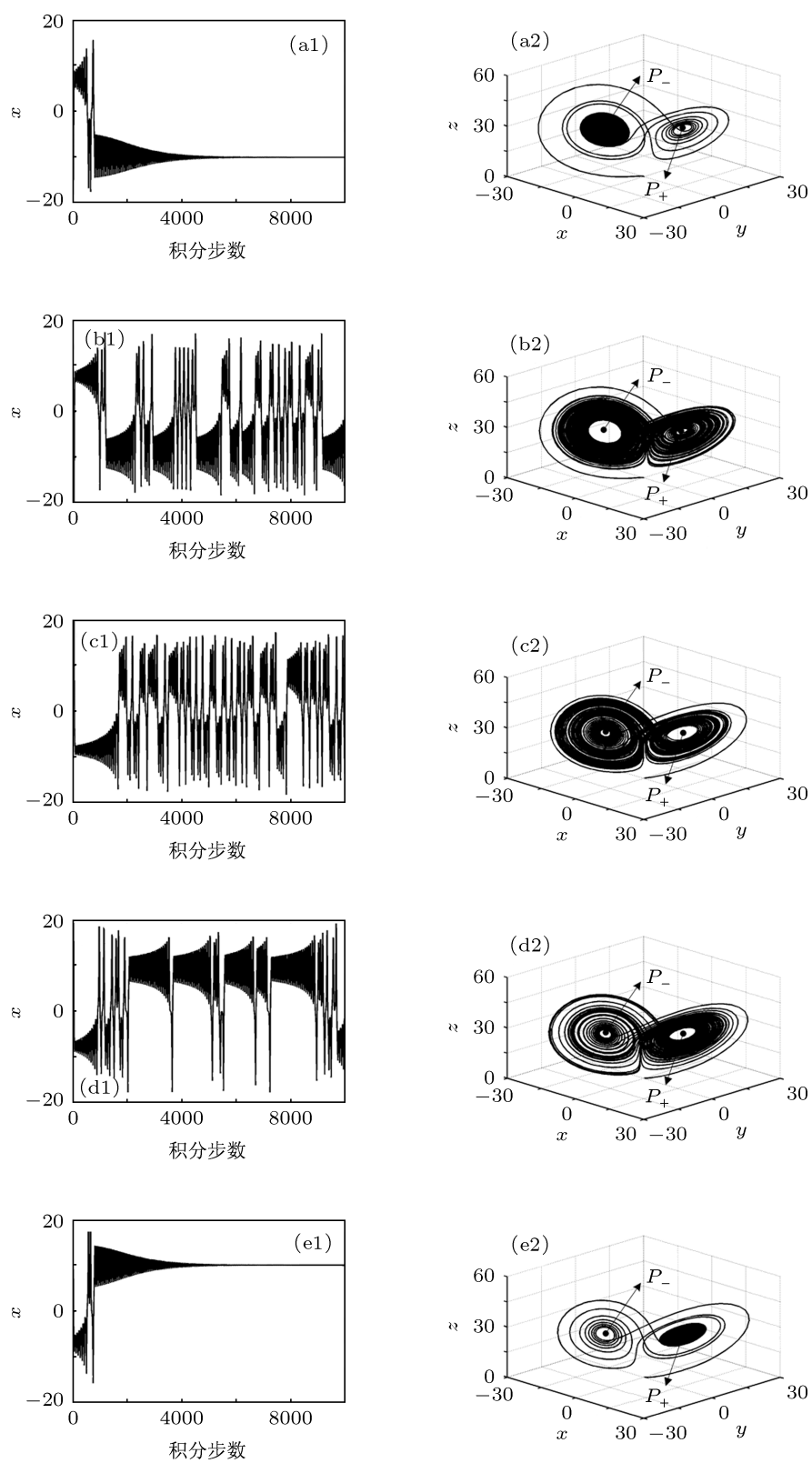


图1 强迫 Lorenz 系统变量 x 随时间的变化和空间运动轨迹 (a1)—(e1) F 分别为 $-3.0, -1.5, 0.0, 1.5$ 和 3.0 时变量 x 随时间的变化; (a2)—(e2) F 分别为 $-3.0, -1.5, 0.0, 1.5$ 和 3.0 时系统的空间运动轨迹

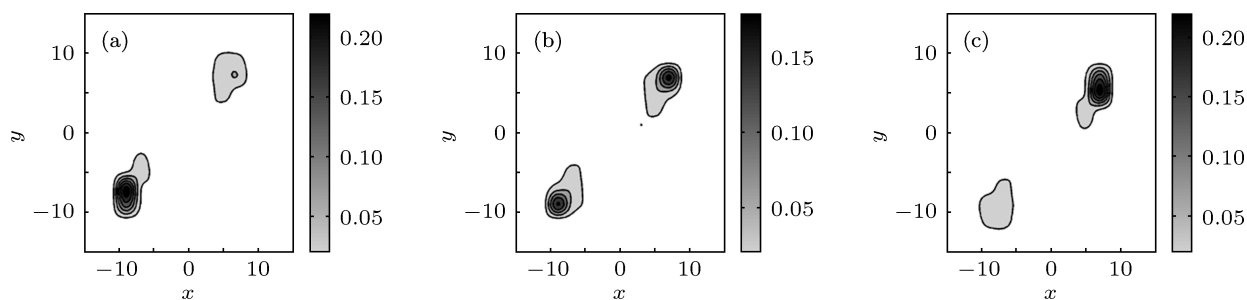


图2 强迫 Lorenz 系统 x - y 平面上运动轨迹的 PDF 分布 (a) $F = -1.5$; (b) $F = 0.0$; (c) $F = 1.5$

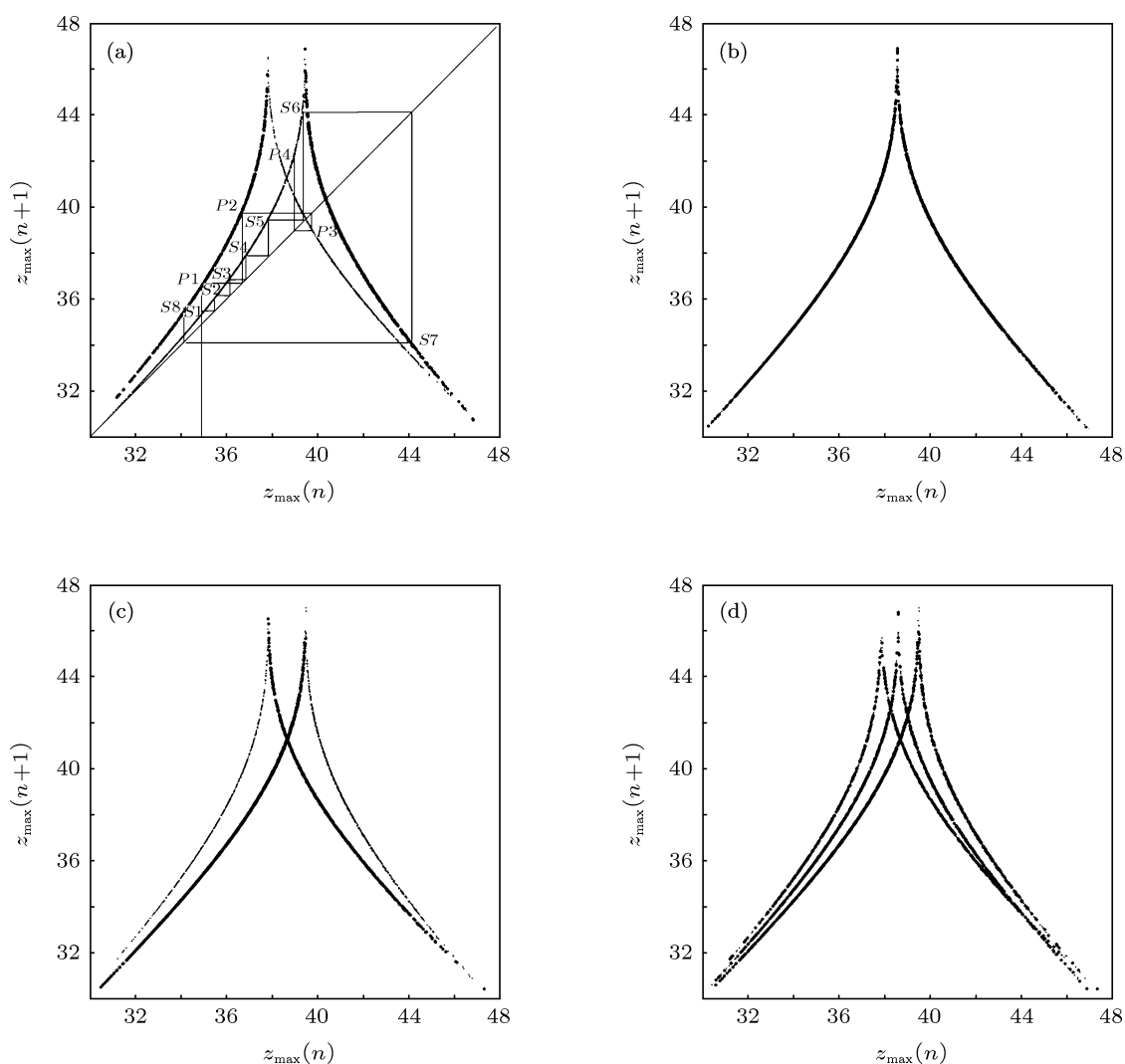


图3 极大值 z_{\max} 的 Lorenz 映射 (a)—(c) F 分别为 -1.5 , 0.0 和 1.5 ; (d) 为 (a)—(c) 的叠加

统是否发生了吸引子的转移. 如果再次出现的极大值从左边分支跳到右边分支, 说明运动轨迹围绕的吸引子发生了转移, 否则再次出现的极大值仍围绕同一吸引子运动. 没有外强迫作用时, Lorenz

映射只有一个尖点 (见图 3(b)), 表明在两个吸引子周围, z 出现极大值后再次出现极大值的可能性相同, 这意味着围绕两个吸引子运动轨迹出现的概率相同. 有外强迫作用时, Lorenz 映射由单尖点分离

为左右两个尖点(见图 3(a) 和 (c)). $F < 0$ 时(见图 3(a)), 左偏尖点左侧分支为粗点, 右侧分支为细点, 代表 Lorenz 系统运动的 $x > 0$ 和 $x < 0$ 分支, 映射由左侧分支到右侧分支, 表示运动轨迹由围绕吸引子 P_+ 转为围绕吸引子 P_- . 而右偏尖点左侧分支为细点, 右侧分支为粗点, 代表着 Lorenz 系统运动的 $x < 0$ 和 $x > 0$ 分支, 映射由左侧分支到右侧分支, 表示运动轨迹由围绕吸引子 P_- 转为围绕吸引子 P_+ . 由图 3 还可看出, 右偏尖点两侧分支的斜率都小于左偏尖点, 这说明在 $F < 0$ 时, 当围绕吸引子 P_- 运动时, z 出现极大值后还可多次出现极大值, 才跳到尖点的右侧分支, 发生吸引子转移, 即围绕这个吸引子运动出现的概率大; 而此时围绕吸引子 P_+ 运动时, z 出现极大值后很快就跳到右侧分支, 这说明系统围绕该吸引子运动的概率小. 当 $F > 0$ 时, 结果相反(见图 3(c)). 从图 3(a) 和 (c) 上还可看出, 当 F 大小相等, 符号相反时, 映射非常相似, 尖点位置重合(见图 3(d)). 对不同大小的外强迫进行同样分析, 还发现两尖点偏离原单尖点位置的大小与 $|F|$ 成正比, $|F|$ 越大, 偏离的距离也越大.

为了更清楚地看出系统运动的轨迹, 图 3(a) 中还标出了 Lorenz 映射中极大值 z_{\max} 出现的顺序. 如假设初始 $z_{\max} = 35$, 若沿左偏尖点映射, z 再次出现极大值的位置为 P_1, P_2, P_3 , 其中 P_2 在此尖点的左侧分支, 而 P_3 则出现在此尖点的右侧分支上, 这意味着从 P_3 开始系统运动轨迹发生了吸引子转移, 即围绕吸引子 P_+ 运动两圈后系统跳跃到围绕吸引子 P_- 运动. 对于同样的 z_{\max} , 若沿右偏尖点映射, 由于右偏尖点对应的斜率较小, 经映射可依次得到 z 再次出现极大值的位置为 $S_1—S_7$, 其中 $S_1—S_6$ 还在此尖点的左侧分支, 而 S_7 则出现在此尖点的右侧分支, 这意味着围绕吸引子 P_- 运动六圈后系统跳跃到围绕吸引子 P_+ 运动. 这说明在 $F < 0$ 时, 围绕吸引子 P_- 运动较长的时间才能发生吸引子转移, 即围绕吸引子 P_- 运动轨迹出现的概率较大. $F > 0$ 时, 结果可同样分析.

综合可见, 外强迫的作用使系统围绕奇怪吸引子运动的规律发生了变化. 无外强迫影响时, 单尖点映射反映围绕两个吸引子运动出现的概率相同; 而在外强迫影响下, 尖点的偏离说明系统围绕两吸引子运动的概率发生了变化, 其中围绕某吸引子运动概率较大, 且 $|F|$ 越大, 尖点偏离越大, 围绕这个

吸引子运动出现概率也越大. 这反映外强迫改变了原系统的运动规律, 使其围绕两个吸引子运动的随机性减少.

4 外强迫系统的初值可预报性分析

Lorenz 系统是对初值敏感的系统, 由于吸引子的存在, 使得系统出现混沌现象, 影响大气的可预报性. 关于 Lorenz 系统初值预报性的研究已有很多工作, 主要方法有最大 Lyapunov 指数^[14] 和非线性误差增长理论^[17-21]. 大气运动不仅决定于初值, 还受外强迫的影响, 特别是气候预测, 由于预测时效较长, 外强迫的作用更是不能忽视. 外强迫 Lorenz 系统的可预报性如何, 是气候预测关心的内容.

Lyapunov 指数是通过测量相空间中相邻轨道的平均发散(收缩)率, 来度量混沌系统中运动轨迹对初值的敏感性, 即大气的初值可预报性. 最大 Lyapunov 指数反映的是预报误差长期平均的增长率, 其值越大, 预报系统的可预报性越低. Wolf 计算方法^[22] 是计算多维及运动规律不确定系统最大 Lyapunov 指数普遍使用的方法. 图 4(a) 给出了利用 Wolf 方法得到的在外强迫作用下 Lorenz 系统最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} . 从结果来看, λ_{\max} 随 F 先增大后减小. 无强迫作用时, Lorenz 系统 λ_{\max} 最大, 此时初始误差最容易发展, 可预报性最低; 当引入外强迫后, λ_{\max} 减小, 说明系统的初值可预报性提高, 且 $|F|$ 越大, λ_{\max} 越小, 可预报性越好.

根据理论上混沌系统误差增长随时间演变的饱和值, 丁瑞强和李建平^[17-21] 定义了可预报性期限 T_p , T_p 为误差达到饱和值的 98% 时对应的时间. 可见 T_p 越大, 预报性期限越长, 系统可预报性越好. 图 4(b) 给出了初始误差 $\varepsilon = 10^{-6}$ 时, Lorenz 系统可预报性期限 T_p 随外强迫 F 的变化. T_p 随 F 增加先减小后增大, 减小或增大幅度与 F 有关, $|F|$ 越大, T_p 减小或增大也越快, 即外强迫作用提高了 Lorenz 系统的初值可预报性. 总体来看, 无论是用最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 还是可预报期限 T_p 都能得到, 外强迫的引入减小了 Lorenz 系统对初值的敏感性, 尤其是外强迫作用较大时, 初值可预报性提高幅度也较大.

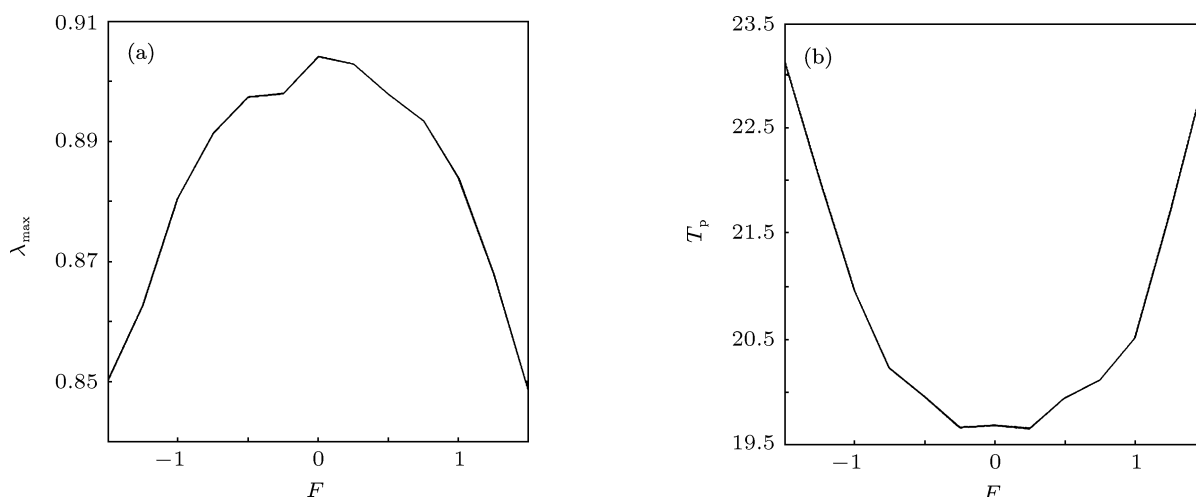


图4 Lorenz 系统最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 和可预报期限 T_p 随外强迫 F 的变化 (a) 最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} ; (b) 可预报期限 T_p

5 海温强迫实际大气的可预报性

海洋是驱动地球大气运动的能量供应者和调节器, 海洋下垫面主要通过热力作用来影响大气, 因此选用 SST 作为大气的外强迫因子. 为揭示外强迫的作用, 根据 1 月份海洋尼诺指数 (ONI), 它是基于 Niño3.4 区扩展重建的海表温度 (ERSST.v3b) 三个月滑动平均值与其 1971—2000 年长期平均值的距平, 将 1950—2010 年共 61 个 1 月海温距平按强度分为五类, 具体标准和结果见表 1. 大气变量选

用 850 hPa 温度场、500 hPa 纬向风场和 200 hPa 位势高度场, 资料来自美国国家环境预报中心和国家大气研究中心 (NCEP/NCAR) 提供的逐日再分析资料, 时间为 1950—2010 年.

可预报性分析采用方差分析方法^[23-25]. 方差分析方法就是把大气变化的总变率分为年际变率和自然变率两部分, 前者由外强迫变化引起, 或称为外部方差 σ_E^2 ; 后者由大气内部动力原因引起, 或称为内部方差 σ_I^2 , 二者的比值 $R = \sigma_E^2/\sigma_I^2$ 可反映大气的可预报程度, R 越大, 潜在可预报性越大, 下面分析这个比值.

表 1 ONI 分类标准及结果

外强迫强度	标准	结果
强冷	$ONI < -1.3$	1950, 1974, 1976, 1989, 1999, 2000, 2008
弱冷	$-1.3 \leq ONI \leq -0.5$	1951, 1955, 1956, 1957, 1963, 1965, 1968, 1972, 1975, 1985, 1996, 2001, 2006, 2009
中性	$-0.5 < ONI \leq 0.5$	1952, 1953, 1954, 1957, 1959, 1960, 1961, 1962, 1967, 1970, 1979, 1980, 1981, 1982, 1984, 1986, 1990, 1991, 1993, 1994, 1997, 2002, 2004
弱暖	$0.5 < ONI \leq 1.3$	1964, 1966, 1969, 1977, 1978, 1987, 1988, 1995, 2003, 2005, 2007
强暖	$ONI > 1.3$	1958, 1973, 1983, 1992, 1998, 2010

首先根据海温距平的不同强度, 对以上三个大气变量的 1 月份再分析资料作合成, 然后按照 Trenberth^[24] 的方法, 计算 R . 图 5 给出了热带地区 (-30°S — 30°N) R 的分布, 从左往右为用 850 hPa 温度场 (T850)、500 hPa 纬向风场 (U500) 和 200

hPa 位势高度场 (ϕ_{200}) 计算的 R ; 从上往下为在强冷、弱冷、中性、弱暖和强暖年时计算的 R . 从图 5 可见, 不同的变量, R 分布不同, 即对不同的变量可预报性不同. 对于位势高度场和温度场, R 的大值区集中在赤道附近, 且范围较大, 特别是位势

高度场的这种特征更显著. 对于纬向风场, R 的大值区不表现在赤道附近, 而分散在整个热带区域, 且大值区的范围也较小, 这说明在赤道附近位势高度场可预报性最大, 风场可预报性最小. 从图 5 还可知, 对于同一变量, 不同海温强迫, R 值的大小和分布也有差异, 明显变化表现为海温强迫对 R 值大小的影响, 海温距平绝对值越大, R 也越大, 这说明

外强迫越强, 其可预报性也越大. 这与强迫 Lorenz 系统的理论分析结果一致, 外强迫可以减弱大气内部的动力影响, 提高可预报性. 表 2 给出了在各种强迫下, 全球 R 的平均值. 从表 2 可见, 三个大气变量的全球 R 平均值在强冷年或强暖年最大, 在中性年最小, 故对于海温距平强迫来说, 强度越强的年份, 实际大气潜在的可预报性越大.

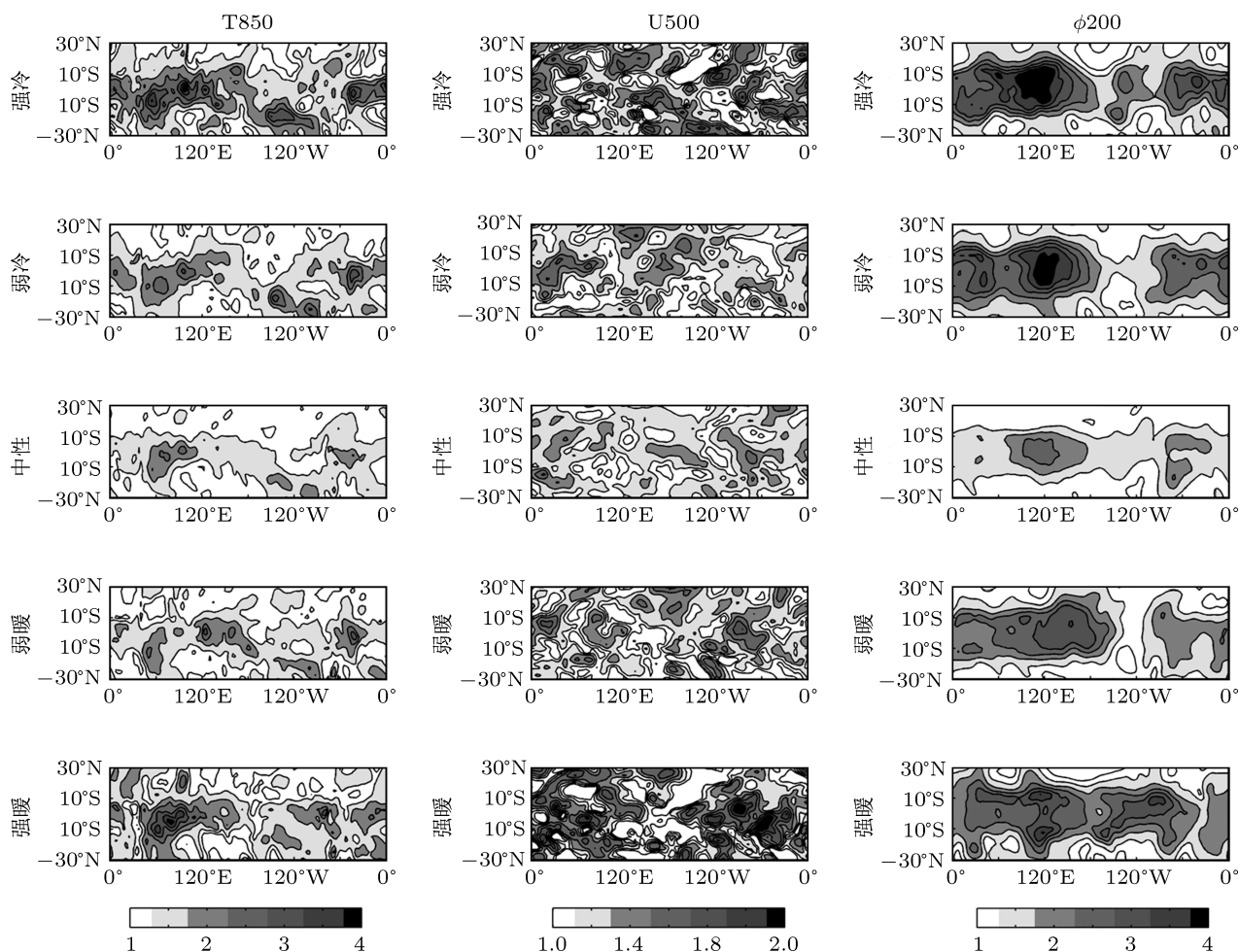


图 5 不同海温强度强迫下实际大气赤道地区的 R 值分布

表 2 不同外强迫和不同变量的全球 R 平均值

外强迫强度	T850	U500	ϕ 200
强冷	1.5892	1.3354	1.8303
弱冷	1.4754	1.2464	1.6510
中性	1.3820	1.2178	1.4865
弱暖	1.4293	1.2473	1.6053
强暖	1.4759	1.3063	1.6556

6 结论

为研究外强迫作用对大气可预测性的影响, 本文利用考虑外强迫的 Lorenz 系统, 分析了外强迫系统的混沌性质, 研究了外强迫对双峰结构和大气可预报性的影响, 最后以 SST 为大气运动的外强迫, 用实际大气海洋资料分析了外强迫对于大气可预报性的影响. 结果表明: 无外强迫时, Lorenz 系统 $x-y$ 平面上概率密度函数呈大小相等的双峰结构; 有外强迫时, 峰值大小不同, 其最大峰值根

据外强迫的大小倾向于系统的某一分支. 外强迫使 Lorenz 映射由一个尖点分离为两个, 两尖点的位置关于原尖点位置对称, 外强迫改变了原 Lorenz 系统的运动规律, 使其围绕两个吸引子运动的随机性减少. 外强迫减小了 Lorenz 系统对初值的敏感性, 使系统的初值可预报性提高, 尤其是外强迫作用较大时, 可预报性提高幅度也较大. 实际资料计算发现, 海温距平越大, 即外强迫越强, 大气变量的可预

报性也越大, 从而证实了外强迫可以提高大气初值可预报性的理论结果.

研究外强迫对系统的可预报性影响对研究实际大气、模式大气可预报性和提高实际预报水平有重要意义. Lorenz 模型虽然只是大气运动的简化模型, 但却能反映大气运动的基本性质. 下一步将利用数值模式, 通过设计数值试验, 研究外强迫对大气模式可预报性的影响.

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Evans E N, Bhatti J K, Pann L, Pena M, Yang S C, Kalnay E, Hansen J 2004 *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **85** 520
- [3] Palmer T N 1993 *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **74** 49
- [4] Tsonis A A 1992 *Chaos: From Theory to Applications* (New York: Plenum press) p274
- [5] Palmer T N 1999 *J. Clim.* **12** 575
- [6] Yadav R S, Dwivedi S, Mittal A K 2005 *J. Atmos. Sci.* **62** 2316
- [7] Sikka D R, Gadgil S 1980 *Mon. Wea. Rev.* **108** 1840
- [8] Christiansen B 2003 *J. Clim.* **16** 3681
- [9] Shukla J 1998 *Science* **282** 728
- [10] Palmer T N 1994 *Ind. Natl. Sci. Acad.* **60** 57
- [11] Pal P K, Shan S 1999 *Ind. J. Radio Space Phys.* **28** 271
- [12] Mittal A K, Dwivedi S, Pandey A C 2003 *Ind. J. Radio Space Phys.* **32** 209
- [13] Mittal A K, Dwivedi S, Pandey A C 2005 *Nonlin. Pro. Geophys.* **12** 707
- [14] Dwivedi S, Mittal A K, Pandey A C 2007 *Atmosphere-Ocean* **45** 71
- [15] He W P, Feng G L, Dong W J, Li J P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 969 (in Chinese) [何文平, 封国林, 董文杰, 李建平 2006 物理学报 **55** 969]
- [16] He W P, Feng G L, Gao X Q, Chou J F 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3175 (in Chinese) [何文平, 封国林, 高新全, 丑纪范 2006 物理学报 **55** 3175]
- [17] Ding R Q, Li J P 2007 *Chin. J. Atmos. Sci.* **31** 571 (in Chinese) [丁瑞强, 李建平 2007 大气科学 **31** 571]
- [18] Chen B H, Li J P, Ding R Q 2006 *Sci. Chin. D* **36** 1068 (in Chinese) [陈宝花, 李建平, 丁瑞强 2006 中国科学 (D 辑) **36** 1068]
- [19] Ding R Q, Li J P 2007 *Phys. Lett. A* **364** 396
- [20] Ding R Q, Li J P 2008 *Chin. J. Geophys.* **51** 1007 (in Chinese) [丁瑞强, 李建平 2008 地球物理学报 **51** 1007]
- [21] Ding R Q, Li J P 2009 *Acta Meteor. Sin.* **67** 241 (in Chinese) [丁瑞强, 李建平 2009 气象学报 **67** 241]
- [22] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285
- [23] Shukla J, Gutzler D S 1983 *Mon. Wea. Rev.* **111** 1273
- [24] Trenberth K E 1984 *Mon. Wea. Rev.* **112** 2369
- [25] Wang J, Guo Y F 2004 *J. Appl. Meteor. Sci.* **15** 291 (in Chinese) [王嘉, 郭裕福 2004 应用气象学报 **15** 291]

Influence of external forcing on the predictability of Lorenz model*

Li Ai-Bing Zhang Li-Feng[†] Xiang Jie

(*Institute of Meteorology, People's Liberation Army University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

(Received 4 May 2011; revised manuscript received 25 October 2011)

Abstract

The influence of external forcing on chaotic character, Lorenz map structure and the predictability is studied with the Lorenz system which has a forcing term, and the atmospheric predictability forced by sea surface temperature (SST) is also analyzed. The chaotic attractors are related to the forcing term that changes the moving rules of system and makes randomness of attractors reduce. The probability distribution function of Lorenz system in the x - y plane has a bimodal structure with two clearly separated peaks. In the absence of forcing, both peaks are equally likely. When an external forcing introduced, the probability of state moving around two Lorenz attractors is changed, and it makes the two peaks asymmetric. It is found that the single cusp of Lorenz map obtained in the absence of forcing splits into two cusps that represent two branches of the Lorenz attractor when the forcing is introduced. On Lorenz map, the moving directions of two cusps and the difference between two cusps and single cusp are determined by the sign and the magnitude of forcing term. The predictability of Lorenz system is also deeply affected by external forcing. The predictability is increased by introducing forcing, and especially the range of increasing is larger when the absolute value of forcing term is bigger. It is also found that the higher potential predictability is obtained by forcing with the stronger SST which causes the larger external variance.

Keywords: Lorenz system, external forcing, Lorenz map, predictability

PACS: 92.60.jf, 05.45.Ac

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40975031).

[†] E-mail: zhanglif@yeah.net