离散时间切换广义系统的一致有限时间稳定性*

高在瑞 沈艳霞† 纪志成

(轻工过程先进控制教育部重点实验室; 江南大学电气自动化研究所, 无锡 214122)

(2011 年 10 月 12 日收到; 2011 年 11 月 8 日收到修改稿)

针对一类离散时间切换广义系统, 研究其一致有限时间稳定性问题. 首先, 把广义系统的有限时间稳定性概念推广到离散切换广义系统; 然后, 利用 Lyapunov-like 函数方法, 给出了离散切换广义系统在任意给定的切换规则下是正则、因果的, 且有限时间有界和有限时间稳定的充分条件, 同时给出了保证离散切换广义系统一致有限时间稳定的状态反馈控制器的具体设计方法. 仿真算例结果说明了该控制方法的有效性.

关键词: 离散广义系统, 切换系统, 一致有限时间稳定, 状态反馈

PACS: 02.90.+p, 42.82.Fv, 45.90.+t

1 引 言

广义系统是一类更一般化、比正常系统能更好的描述实际系统的动态系统, 在电路、经济、机械、工业等领域有着广泛的应用, 因而备受关注 [1−5].

作为一类特殊的混杂系统, 切换系统一般是由一族子系统及描述它们之间关系的切换规则组成, 通过在子系统之间的切换实现控制目的. 如通过设计适当的切换规则, 即使所有的子系统都不稳定, 系统整体仍可保持稳定 [6]. 由于切换系统在改善系统性能方面的作用及满足智能控制飞速发展的需要, 近年来, 对切换系统的研究引起了人们极大的兴趣 [6−10].

在实际的控制系统中, 广义系统的切换现象普遍存在, 因此, 对切换广义系统的研究具有重要的实际意义. 切换广义系统的稳定性和反馈镇定问题是系统理论研究的一个重要方面, 并且已经取得了一些研究成果 [11−17], 但这些成果主要集中在 Lyapunov 意义下的渐近稳定性上. Lyapunov 渐近稳定性刻画的是时间趋于无穷大时系统的动态性能, 它不能反映系统在一段时间上的暂态性能. 一个在 Lyapunov 意义下渐近稳定的系统, 可能在一段时间上具有很差的动态性能, 例如超调量过大, 很多时候在工程中无法应用. 因此, 从工程实际应用的角度出发, 研究系统的有限时间稳定性比 Lyapunov 渐近稳定性更具有实际应用价值.

有限时间稳定性的概念由 Dorato[18] 于 1961 年提出, 它反应的是系统在一段时间上的暂态性能, 其发展在一定程度上与经典的 Lyapunov 稳定性理论的发展是平行的. 近些年, 有限时间控制问题已经取得了丰硕的研究成果 [2,3,18−24].

目前, 切换广义系统的 Lyapunov 稳定 [11−17] 和非切换系统的有限时间稳定 [2,3,18−24] 已经取得了一定的发展, 但对于切换广义系统有限时间稳定问题的研究还未见相关报道. 由于离散广义系统广泛的应用背景和实际工程中对系统暂态性能的要求, 本文对离散切换广义系统的有限时间稳定性问题进行了研究. 首先, 把广义系统有限时间稳定和有限时间有界的概念推广到了离散切换广义系统; 然后利用 Lyapunov-like 函数方法, 给出了离散切换

* 国家自然科学基金 (批准号: 61174032), 教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET-10-0437) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: JUDCF10063) 资助的课题.

† E-mail: shenyx@jiangnan.edu.cn

广义系统有限时间有界和有限时间稳定的充分条件, 并给出了相应状态反馈控制器的设计方法. 仿真实验结果验证了方法的有效性.

2 问题描述和准备知识

考虑如下一类离散切换广义系统:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) =& A_{\sigma(k)11}x_1(k) + A_{\sigma(k)12}x_2(k) \\ &+ B_{\sigma(k)1}u(k) + G_{\sigma(k)1}\omega(k), \\ 0 =& A_{\sigma(k)21}x_1(k) + A_{\sigma(k)22}x_2(k) \\ &+ B_{\sigma(k)2}u(k) + G_{\sigma(k)2}\omega(k), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x_1(k) \in R^r$, $x_2(k) \in R^{n-r}$, $u(k) \in R^p$, $\omega(k) \in R^l$, $\sigma(k)$:$Z^+ \to M = \{1, 2, \cdots, m\}$ 为分段常值切换信号, $\sigma(k) = i$ 表示在时刻 k 时系统的第 i 个子系统被激活, $A_{i11}, A_{i12}, A_{i21}, A_{i22}, B_{i1}, B_{i2}, G_{i1}, G_{i2}$ 为适当维数的常数矩阵.

注 1 对于形如 $E_{\sigma(k)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + G_{\sigma(k)}\omega(k), \mathrm{rank}E_{\sigma(k)} = r < n$ 的离散切换广义系统, 由文献 [16] 知, 总可以通过非奇异变换转化为系统 (1) 的形式.

假设 1 对任意的 $i \in M$, $[A_{i22}\ B_{i2}]$ 行满秩, 即 $\mathrm{rank}[A_{i22}\ B_{i2}] = n - r$.

假设 2 外界扰动满足 $\sum_{j=1}^{N}\alpha_j\,\omega^{\mathrm{T}}(j)\omega(j) \leqslant d$. 其中 $\alpha_j \geqslant 1, d \geqslant 0$ 为定常数, $N \in Z^+$ 为任意给定有限常数.

假设 3 本文研究的任何离散切换广义系统的初始状态都是一致初始状态, 即在切换时刻, 离散切换广义系统不存在状态跳跃.

下面, 将连续广义系统有限时间稳定和有限时间有界的概念推广到离散切换广义系统.

定义 1 对离散切换广义系统

$$E_{\sigma(k)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k)$$

称系统是正则的, 若对 $\forall i \in M = \{1, 2, \cdots, m\}$, 总存在标量 z, 使得 $\det(zE_i - A_i) \neq 0$; 称系统是因果的, 若对 $\forall i \in M = \{1, 2, \cdots, m\}$, 有 $\deg(\det(zE_i - A_i)) = \mathrm{rank}E_i$.

定义 2 称因果离散切换广义系统

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= A_{\sigma(k)11}x_1(k) + A_{\sigma(k)12}x_2(k), \\ 0 &= A_{\sigma(k)21}x_1(k) + A_{\sigma(k)22}x_2(k). \end{aligned} \quad (2)$$

关于 (c_1, c_2, R, N) 一致有限时间稳定, 其中, $c_2 > c_1 > 0$, $N \in Z^+$, $R > 0$, 若在任意切换信号 $\sigma(k)$ 下, 对 $\forall\ k \in \{0, 1, 2, \cdots, N\}$, 有 $x_1^{\mathrm{T}}(0)Rx_1(0) \leqslant c_1 \Rightarrow x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k) < c_2$.

定义 3 称因果离散切换广义系统

$$\begin{aligned} x_1(k+1) =& A_{\sigma(k)11}x_1(k) \\ &+ A_{\sigma(k)12}x_2(k) + G_{\sigma(k)1}\omega(k), \\ 0 =& A_{\sigma(k)21}x_1(k) + A_{\sigma(k)22}x_2(k) \\ &+ G_{\sigma(k)2}\omega(k). \end{aligned} \quad (3)$$

关于 (c_1, c_2, d, R, N) 一致有限时间有界, 其中, c_1, c_2, N, R 参见定义 2, $d \geqslant 0$. 若在任意切换信号 $\sigma(k)$ 和假设 2 下, 对 $\forall k \in \{0, 1, 2, \cdots, N\}$, 有 $x_1^{\mathrm{T}}(0)Rx_1(0) \leqslant c_1 \Rightarrow x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k) < c_2$.

注 2 定义 2 和定义 3 中涉及的" 一致" 是指对切换信号的一致性, 而不是时间上的一致性.

注 3 因果的切换广义系统有限时间稳定是指动态部分的状态小于一个给定的界, 由系统的因果性知, 静态部分的状态也小于一个给定的界.

本文的目的就是寻找状态反馈控制器

$$\begin{aligned} u(k) &= K_i x(k) \\ &= [K_{i1}\ K_{i2}]\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}, \quad i \in M, \end{aligned}$$

使得由系统 (1) 与上述控制器构成的闭环系统是因果的, 且一致有限时间有界.

3 主要结果

首先, 把系统 (1) 形式上转化成正常线性离散切换系统, 然后讨论系统 (1) 的一致有限时间有界问题.

根据假设 1 知, 存在矩阵 P_{i21}, P_{i22}(非奇异), 使得 $P_i = \begin{bmatrix} A_{i22} & B_{i2} \\ P_{i21} & P_{i22} \end{bmatrix}$ 非奇异.

令 $Z_i = P_i^{-1}$, 则 $[A_{i22}\ B_{i2}]Z_i = [I_{n-r}\ 0]$. 令

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_2(k) \\ \bar{u}(k) \end{bmatrix} = Z_i^{-1}\begin{bmatrix} x_2(k) \\ u(k) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中, $\bar{x}_2 \in R^{n-r}$, $\bar{u} \in R^m$. 则由系统 (1), 经过简单推导, 有

$$\bar{x}_2(k) = -A_{i21}x_1(k) - G_{i2}\omega(k), \quad i \in M. \quad (5)$$

令 $[\bar{A}_{i12}\ \bar{B}_{i1}] = [A_{i12}\ B_{i1}]Z_i$, 则 $x_1(k+1)$ 改写为

$$\begin{aligned}x_1(k+1) = {}& A_{i11}x_1(k)\\&+\begin{bmatrix}\bar{A}_{i12} & \bar{B}_{i1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{x}_2(k)\\ \bar{u}(k)\end{bmatrix}\\&+G_{i1}\omega(k),\ i\in M.\end{aligned}\tag{6}$$

将 (5) 式代入 (6) 式, 可得

$$\begin{aligned}x_1(k+1) = {}&(A_{i11}-\bar{A}_{i12}A_{i21})x_1(k)+\bar{B}_{i1}\bar{u}(k)\\&+(G_{i1}-\bar{A}_{i12}G_{i2})\omega(k),\ i\in M.\end{aligned}\tag{7}$$

令 $\bar{A}_{i11} = A_{i11} - \bar{A}_{i12}A_{i21}$, $\bar{G}_{i1} = G_{i1} - \bar{A}_{i12}G_{i2}$, 由 (5) 式和 (7) 式, 系统 (1) 可改写为

$$\begin{aligned}x_1(k+1) ={}&\bar{A}_{i11}x_1(k)+\bar{B}_{i1}\bar{u}(k)+\bar{G}_{i1}\omega(k),\\ \bar{x}_2(k) ={}&-A_{i21}x_1(k)-G_{i2}\omega(k),\quad i\in M.\end{aligned}\tag{8}$$

下面, 讨论离散切换广义系统 (1) 的一致有限时间有界问题, 给出如下结论.

定理 1 如果存在常数 $\gamma \geqslant 1$, 适当维数对称矩阵 $S_i > 0$, $Q_i > 0$ 和矩阵 Y_i, 对 $\forall(i,j)\in M\times M$, 有下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix}-\gamma S_i & 0 & \varXi_i^{\mathrm{T}}\\ 0 & -\gamma Q_i & \bar{G}_{i1}^{\mathrm{T}}\\ \varXi_i & \bar{G}_{i1} & -S_j\end{bmatrix} < 0,\tag{9}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\gamma^N c_1 + \frac{\lambda_3}{\lambda_1}d < c_2,\tag{10}$$

则在状态反馈控制器

$$\begin{aligned}u(k) = K_i x(k) &= \begin{bmatrix}K_{i1} & K_{i2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(k)\\ x_2(k)\end{bmatrix}\\&= P_{i22}^{-1}Y_iS_i^{-1}x_1(k) - P_{i22}^{-1}P_{i21}x_2(k)\end{aligned}\tag{11}$$

作用下, 离散切换广义系统 (1) 是正则、因果的, 且关于 (c_1, c_2, d, R, N) 一致有限时间有界, 其中

$$\begin{aligned}\varXi_i &= \bar{A}_{i11}S_i + \bar{B}_{i1}Y_i,\\ \lambda_1 &= \min_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),\\ \lambda_2 &= \max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),\\ \lambda_3 &= \max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Q_i).\end{aligned}$$

证明 系统 (8) 与控制器 $\bar{u}(k) = \bar{K}_i x_1(k)$ 组成的闭环系统为

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= (\bar{A}_{i11}+\bar{B}_{i1}\bar{K}_i)x_1(k)+\bar{G}_{i1}\omega(k),\\ \bar{x}_2(k) &= -A_{i21}x_1(k)-G_{i2}\omega(k),\ i\in M.\end{aligned}\tag{12}$$

由 (4) 式和 (11) 式得 $\bar{K}_i = Y_iS_i^{-1}$. 取 Lyapunov-like 函数为 $V(k) = x_1^{\mathrm{T}}(k)S_{\sigma(k)}^{-1}x_1(k)$, 则

$$V(k+1) = x_1^{\mathrm{T}}(k+1)S_{\sigma(k+1)}^{-1}x_1(k+1).$$

不失一般性, 令 $\sigma(k+1) = j$, $\sigma(k) = i$, $(i,j\in M)$, 由闭环系统 (12), 得

$$\begin{aligned}V(k+1) &= x_1^{\mathrm{T}}(k+1)S_j^{-1}x_1(k+1)\\&= \begin{bmatrix}x_1^{\mathrm{T}}(k) & \omega^{\mathrm{T}}(k)\end{bmatrix}\varOmega_i\begin{bmatrix}x_1(k)\\ \omega(k)\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{13}$$

其中

$$\varOmega_i = \begin{bmatrix}\hat{A}_{i11}^{\mathrm{T}}S_j^{-1}\hat{A}_{i11} & \hat{A}_{i11}^{\mathrm{T}}S_j^{-1}\bar{G}_{i1}\\ \bar{G}_{i1}^{\mathrm{T}}S_j^{-1}\hat{A}_{i11} & \bar{G}_{i1}^{\mathrm{T}}S_j^{-1}\bar{G}_{i1}\end{bmatrix},$$

$$\hat{A}_{i11} = \bar{A}_{i11} + \bar{B}_{i1}\bar{K}_i.$$

另一方面, 把 $\bar{K}_i$ 代入不等式 (9), 利用 Schur 补引理, 得 $\varOmega_i < \begin{bmatrix}\gamma S_i^{-1} & 0\\ 0 & \gamma Q_i\end{bmatrix}$, 因此

$$\begin{aligned}V(k+1) &< \begin{bmatrix}x_1^{\mathrm{T}}(k) & \omega^{\mathrm{T}}(k)\end{bmatrix}\\&\quad\times\begin{bmatrix}\gamma S_i^{-1} & 0\\ 0 & \gamma Q_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(k)\\ \omega(k)\end{bmatrix}\\&= \gamma V(k) + \gamma\omega^{\mathrm{T}}(k)Q_i\omega(k).\end{aligned}\tag{14}$$

由 (14) 式, 经过迭代得

$$\begin{aligned}V(k) &< \gamma^k V(0) + \sum_{i=1}^{k}\gamma^i\omega^{\mathrm{T}}(k-i)Q_i\omega(k-i)\\&\leqslant \gamma^N\lambda_2 c_1 + \lambda_3 d.\end{aligned}\tag{15}$$

注意到

$$\begin{aligned}V(k) &= x_1^{\mathrm{T}}(k)S_i^{-1}x_1(k)\\&= x_1^{\mathrm{T}}(k)R^{1/2}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2})R^{1/2}x_1(k)\\&\geqslant \lambda_1 x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k).\end{aligned}\tag{16}$$

结合 (15) 式和 (16) 式, 得

$$\lambda_1 x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k) < \gamma^N\lambda_2 c_1 + \lambda_3 d.\tag{17}$$

由 (10) 式和 (17) 式得 $x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k) < c_2$. 由定义 3 知, 系统 (1) 在控制器 (11) 作用下一致有限时间有界.

下面证明 $A_{i22}+B_{i2}K_{i2}$ 非奇异, 其中 $K_{i2}=-P_{i22}^{-1}P_{i21}$. 因为

$$\begin{bmatrix} A_{i22} & B_{i2} \\ P_{i21} & P_{i22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ -P_{i22}^{-1}P_{i21} & I \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_{i22}-B_{i2}P_{i22}^{-1}P_{i21} & B_{i2} \\ 0 & P_{i22} \end{bmatrix}$$

是非奇异的, 可知 $A_{i22}+B_{i2}K_{i2}$ 非奇异. 因此, 离散切换广义系统 (1) 在控制器 (11) 作用下是正则、因果的.

给定如下一类离散切换广义系统:

$$\begin{aligned} x_1(k+1)=&A_{\sigma(k)11}x_1(k)\\ &+A_{\sigma(k)12}x_2(k)+B_{\sigma(k)1}u(k),\\ 0=&A_{\sigma(k)21}x_1(k)+A_{\sigma(k)22}x_2(k)\\ &+B_{\sigma(k)2}u(k). \end{aligned}\tag{18}$$

下面考虑系统 (18) 的一致有限时间稳定问题.

定理 2 如果存在常数 $\gamma\geqslant 1$, 适当维数对称矩阵 $S_i>0$ 和矩阵 Y_i, 对 $\forall(i,j)\in M\times M$, 有下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\gamma S_i & S_i\bar{A}_{i11}^{\mathrm{T}}+Y_i^{\mathrm{T}}\bar{B}_{i1}^{\mathrm{T}} \\ \bar{A}_{i11}S_i+\bar{B}_{i1}Y_i & -S_j \end{bmatrix}<0,\tag{19}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\gamma^N c_1<c_2.\tag{20}$$

则离散切换广义系统 (18) 在控制器 (11) 作用下是正则、因果的, 且关于 (c_1,c_2,R,N) 一致有限时间稳定, 其中, $\lambda_1=\min_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2})$, $\lambda_2=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2})$.

证明 令 $\omega(k)=0$, $d=0$, 类似于定理 1 可证.

注 4 当 $r=n$ 时, 定理 1 和定理 2 就为正常离散切换系统一致有限时间有界和一致有限时间稳定的充分条件. 当 $m=1$ 时, 定理 1 和定理 2 就为单一离散广义系统有限时间有界和有限时间稳定的充分条件. 当 $r=n$ 且 $m=1$ 时, 定理 1 就为文献 [24] 中的关于正常离散线性系统有限时间有界的结论.

为方便控制器求解, 不等式 (10) 可以用如下矩阵不等式保证.

对任意的 $i\in M$, 存在标量 $\epsilon>0$ 和 $\mu>0$, 使得

$$\epsilon I<R^{1/2}S_iR^{1/2}<I,\tag{21}$$

$$0<Q_i<\mu I,\tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} -c_2+\mu d & -\sqrt{\gamma^N c_1} \\ -\sqrt{\gamma^N c_1} & -\epsilon \end{bmatrix}<0.\tag{23}$$

同时, 不等式 (20) 可以用如下矩阵不等式保证.

对任意的 $i\in M$, 存在标量 $\epsilon>0$ 和 $\mu>0$, 使得

$$\epsilon I<R^{1/2}S_iR^{1/2}<\mu I,\tag{24}$$

$$\mu\gamma^N c_1<\epsilon c_2.\tag{25}$$

注 5 取定 γ, 用 (21)—(23) 式和 (24), (25) 式分别替换 (10) 式和 (20) 式, 那么定理 1 和定理 2 中条件的可解性问题就转化为线性矩阵不等式的可行性问题.

4 数值算例

例 1 考虑如下离散切换广义系统 (1), 参数如下:

$$A_{111}=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -0.5 & 0 \end{bmatrix},\quad A_{112}=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$B_{11}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},\quad G_{11}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_{121}=\begin{bmatrix} -0.5 & 1 \end{bmatrix},\quad A_{122}=1,$$

$$B_{12}=-1, G_{12}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{211}=\begin{bmatrix} 0.3 & 2 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix},\quad A_{212}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{21}=\begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix},\quad G_{21}=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{221}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix},\quad A_{222}=1,$$

$$B_{22}=1,\quad G_{22}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

选取 $P_{121}=1$, $P_{122}=1$, $P_{221}=0$, $P_{222}=1$. 对于给定的 $c_1=1$, $c_2=20$, $R=I$, $N=50$, $d=2$. 令 $\gamma=1$, 根据定理 1 和注 5, 系统 (1) 的状态反馈控制器为

$$u_1(k)=\begin{bmatrix} -1.0084 & 1.5119 & 1 \end{bmatrix}x(k),$$

$$u_2(k)=\begin{bmatrix} -0.9935 & 1.4883 & 0 \end{bmatrix}x(k).$$

例 2 考虑离散切换广义系统 (18), 参数如下:

$$A_{111}=\begin{bmatrix}2 & 0.1\\ -0.5 & -1\end{bmatrix},\quad A_{112}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix},$$

$$B_{11}=\begin{bmatrix}-2\\ 1\end{bmatrix},$$

$$A_{121}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix},\quad A_{122}=1, B_{12}=-1,$$

$$A_{211}=\begin{bmatrix}-2 & -1\\ 1.2 & 0\end{bmatrix},\quad A_{212}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix},$$

$$B_{21}=\begin{bmatrix}-2\\ 2\end{bmatrix},$$

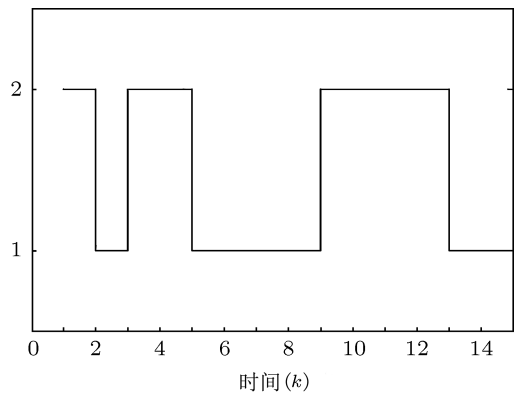

图 1 切换信号

$$A_{221}=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}, A_{222}=-1,\quad B_{22}=1.$$

选取 $P_{121}=0$, $P_{122}=1$, $P_{221}=0$, $P_{222}=-1$. 对于给定的 $c_1=1$, $c_2=10$, $R=I, N=15$. 令 $\gamma=1.11$, 根据定理 2 和注 5, 系统 (18) 的状态反馈控制器为

$$u_1(k)=\begin{bmatrix}0.7446 & 0.5605 & 0\end{bmatrix}x(k),$$

$$u_2(k)=\begin{bmatrix}-0.5879 & 0.5147 & 0\end{bmatrix}x(k).$$

在切换信号 (见图 1) 和上述控制器作用下, 由图 2 易见, 状态 x_1 关于 (c_1, c_2, R, N) 有限时间稳定, 由注 3 知, 状态 x_2 也是有限时间稳定的.

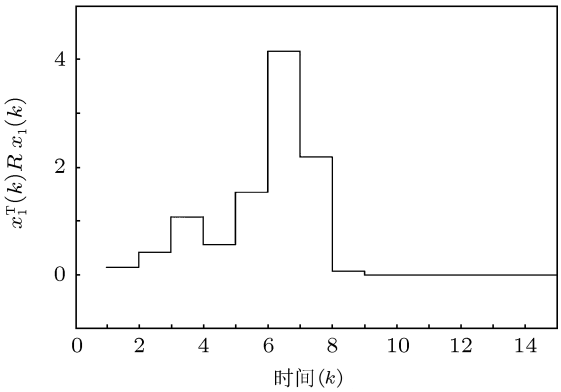

图 2 $x_1^{\mathrm{T}}(k)Rx_1(k)$ 的曲线图

5 结 论

本文首先将广义系统的有限时间有界和有限时间稳定的概念推广到了离散切换广义系统, 然后给出了保证离散切换广义系统是正则、因果的, 并且有限时间有界和有限时间稳定的充分条件. 本文结论很容易推广到带有不确定性的离散切换广义系统. 后续工作将主要集中在输出反馈控制方面展开.

[1] Ma Y C, Zhang Q L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1958 (in Chinese) [马跃超, 张庆灵 2007 物理学报 **56** 1958]

[2] Zhao J L, Wang J, Wei W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100203 (in Chinese) [赵建利, 王京, 魏伟 2011 物理学报 **60** 100203]

[3] Feng J E, Wu Z, Sun J B 2005 *Acta Automatica Sinica* **31** 634

[4] Luo S K 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 5 (in Chinese) [罗绍凯 2004 物理学报 **53** 5]

[5] Boukas E 2009 *Stochastic Analysis and Application* **27** 637

[6] Liberzon D 1999 *IEEE Control System Magazine* **19** 59

[7] Zhang W A, Yu L 2009 *Automatica* **45** 139

[8] Minh V T, Awang M, Parman S 2011 *International Journal of Control, Automation, and Systems* **9** 1220

[9] Lin X Z, Du H B, Li S H 2011 *Control and Decision* **26** 841 (in Chinese) [林相泽, 都海波, 李世华 2011 控制与决策 **26** 841]

[10] Allerhand I L, Shaked U 2011 *IEEE Transactions on Automatic Control* **56** 381

[11] Gao Z R, Ji Z C 2011 *Control and Decision* **26** 925 (in Chinese) [高在瑞, 纪志成 2011 控制与决策 **26** 925]

[12] Liu W, Lu Z Y 2010 *Applied Mechanics and Materials* **29-32** 2150

[13] Wang T C, Gao Z R 2008 *Acta Automatica Sinica* **34** 1013 (in

Chinese) [王天成, 高在瑞 2008 自动化学报 **34** 1013]
[14] Koenig D, Marx B 2009 *IET Control Theory Appl.* **3** 661
[15] Lin J X, Fei S M 2010 *Acta Automatica Sinica* **36** 1773
[16] Meng B，Zhang J F 2006 *Acta Automatica Sinica* **32** 179
[17] Ma S P, Zhang C H, Wu Z 2008 *Applied Mathematics and Computation* **206** 413
[18] Dorato P 1961 *Proc of the IRE Convention record*, Part 4, New York, May 9, 1961, 83
[19] Amato F, Ambrosino R, Ariola M 2011 *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **21** 1080
[20] Gao T G, Chen Z Q, Chen G R, Yuan Z Z 2006 *Chin. Phys.* **15** 1190
[21] Wei D Q, Zhang B 2009 *Chin. Phys.* B **18** 1399
[22] Amato F, Cosentino C, Merola A 2010 *IEEE Trans on Automatic Control* **55** 430
[23] Orlov Y 2011 *IEEE Transactions on Automatic Control* **56** 614
[24] Shen Y J 2008 *Control and Decision* **23** 107 (in Chinese) [沈艳军 2008 控制与决策 **23** 107]

Uniform finite-time stability of discrete-time switched descriptor systems*

Gao Zai-Rui Shen Yan-Xia† Ji Zhi-Cheng

(*Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry, Ministry of Education; Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi* 214122*, China*)

(Received 12 October 2011; revised manuscript received 8 November 2011)

Abstract

The problem of uniform finite-time stability for a class of discrete-time switched descriptor systems is considered. Firstly, the concept of finite-time stability for continuous descriptor systems is extended to discrete-time switched descriptor systems. Secondly, based on the Lyapunov-like function method, and under arbitrary switching signal, sufficient conditions under which discrete-time switched descriptor systems are regular and causal, uniform finite-time bounded and uniform finite-time stable, are derived. Furthermore, the state feedback controllers are designed to guarantee the discrete-time switched descriptor system uniform finite-time stable. Finally, some numerical examples show that the results obtained in this paper are effective.

Keywords: discrete-time descriptor systems, switched systems, uniform finite-time stability, state feedback
PACS: 02.90.+p, 42.82.Fv, 45.90.+t

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61174032), the New Century Excellent Talents in University (Grant No. NCET-10-0437), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. JUDCF10063).
† E-mail: shenyx@jiangnan.edu.cn