

# 单轴晶体包层光纤 Bragg 光栅反射谱特性模拟研究\*

李丽君<sup>†</sup> 马辉 张艳亮 隋涛 来永政 李晶 曹茂永

(山东科技大学, 信息与电气工程学院, 青岛 266590)

(2011年10月25日收到; 2011年12月12日收到修改稿)

本文推导了包层为单轴各向异性晶体的光纤理想正规模特征方程, 应用中值定理, 结合 Matlab 的数值求解, 提出了这一超越方程的一种求解算法, 并在此基础上, 对包层为单轴各向异性材料的光纤 Bragg 光栅的反射谱与包层折射率关系进行了模拟分析。模拟结果表明,  $k_{cl}$  对反射谱有很大的影响, 不同的  $k_{cl}$  可以导致不同的光栅反射率和 Bragg 波长。

**关键词:** 单轴各向异性材料, 光纤 Bragg 光栅, 反射谱, 中值定理

**PACS:** 02.30.Gp, 02.60.Cb, 42.81.-i, 81.05.-t

## 1 引言

光纤布拉格光栅 (fiber Bragg grating, FBG) 是利用石英光纤的紫外光敏特性将栅格结构直接做在光纤芯上形成的光纤波导器件。目前, 制作光纤光栅的方法大致可分为四类: 纵向驻波干涉法、横向全息曝光法、点光源写入法和位相模板法<sup>[1]</sup>。布拉格光栅的严格理论是耦合模理论, 入射光波和光纤光栅相互耦合, 满足一定条件波长的光波被反射, 而其余波长的光则通过。这种无源光子器件在光纤通信、光纤传感等领域已经有广泛的应用<sup>[2]</sup>。构成光纤光栅的光纤材料一般为各向同性的纤芯和包层组成, 将各向异性材料引入光纤结构中, 对光纤的传输特性、色散特性和芯包层之间功率的分布都有显著影响, 且其影响的大小决定于光纤材料的折射率分布。

1974年, Steven Son 和 Cozens 等<sup>[3,4]</sup>最早研究了单轴各向异性材料为纤芯的光纤的传输和截止特性。以各向异性晶体材料为光纤包层的研究开始于1996年, Wakaki 等<sup>[5]</sup>对各向异性包层光纤偏振特性进行了研究。2002年, 张晓萍等<sup>[6]</sup>提出了单轴各向异性材料为内包层的双包层W型光纤, 研究结果表明该类双包层光纤比普通双包层光纤有更

大的零色散点调节范围。近年来, 侯尚林等<sup>[7,8]</sup>对单轴各向异性材料包层光纤光栅的主轴折射率对布拉格光纤光栅特性的影响等进行了理论模拟, 但对具体的模拟方法和过程并没有详细论述。

本文以各向异性晶体包层光纤光栅的光谱反射率特性与包层折射率关系为研究对象, 通过求解理想正规模特征方程, 应用中值定理, 结合 Matlab 数值求解方法, 详细论述了特征方程这一超越方程的求解算法。并在此基础上, 对包层为单轴各向异性材料的光纤 Bragg 光栅的反射谱进行了理论模拟分析。结果表明,  $k_{cl}$  对  $\gamma-\lambda$  曲线有很强的影响, 不同的  $k_{cl}$  可以导致不同的光栅反射率和 Bragg 波长。

## 2 理论分析

### 2.1 晶体材料概述

一些晶体材料具有良好的硬度, 强度及化学稳定性。尤其对一些各向异性晶体材料, 由于其折射率分布不均匀, 用它制作纤芯或包层可以得到具有特殊性能的光纤和光器件。同时晶体材料制成的光纤或光器件又具有独特的几何结构, 可用作耐高温, 抗腐蚀的高温探测元件及激光能量传输器件<sup>[9]</sup>。在各向异性晶体材料中, 单轴晶体材料因其

\* 中国博士后特别资助项目(批准号: 200902574)、中国博士后面上资助项目(批准号: 20080441150)、山东省自然基金项目(批准号: ZR2009AM017)、山东省教育厅项目(批准号: J06P14)、青岛开发区项目(批准号: 2007-2-39)和山东科技大学科研创新团队支持计划项目(批准号: 2010KYTD101)资助的课题。

† E-mail: nankailj@163.com

独特的优势而应用最为广泛。在已有的文献<sup>[6-8]</sup>报道中用于光纤纤芯或包层的单轴晶体材料主要有  $\text{NaNO}_3$ (在 632.8 nm 波长附近, 其两个主轴折射率分别为 1.58 和 1.336),  $\text{LiTaO}_3$ (在 633 nm 波长附近, 其两个主轴折射率分别为 2.176 和 2.180),  $\text{LiNbO}_3$ (在 633 nm 波长附近, 其两个主轴折射率分别为 2.29 和 2.20), 磷酸二氢钾(KDP, 在 633 nm 波长附近, 其两个主轴折射率分别为 1.51 和 1.47)等。如果在单轴晶体材料做包层、光轴平行于光纤轴的光纤上用相位模板等技术刻写光栅, 就可以得到单轴晶体包层光纤光栅。

## 2.2 理想正规模特征方程

如图 1 所示, 无周期性微扰的均匀光纤纤芯折射率为  $n_0$ , 其包层为单轴各向异性材料, 当选取主轴与 Z 坐标重合时, 三个主轴折射率分别为  $n_x, n_y, n_z$ , 设  $n_t$  为包层单轴晶体横向折射率且满足  $n_t = n_x = n_y \neq n_z$ 。

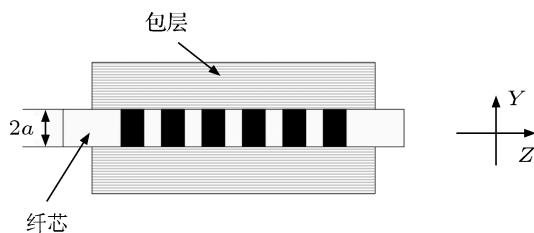


图 1 单轴各向异性晶体包层 Bragg 光纤光栅结构简图

由波动方程和边界条件求得包层为单轴各向异性材料的光纤理想正规模特征方程为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right] \\ & \times \left[ \frac{n_0^2}{n_t^2 k_{\text{cl}}} \frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{K'_m(k_{\text{cl}} W)}{W K_m(k_{\text{cl}} W)} \right] \\ & = \frac{m^2}{k_{\text{cl}}} \left( \frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right) \left( \frac{n_0^2}{n_t^2 U^2} + \frac{1}{W^2} \right), \quad (1) \end{aligned}$$

当  $\beta^2 < k^2 n_0^2$  时, 定义参数如下:

$$\begin{aligned} U &= a \sqrt{k^2 n_0^2 - \beta^2}, \\ W &= a \sqrt{\beta^2 - k^2 n_t^2}, \\ V &= a k \sqrt{n_0^2 - n_t^2}, \\ \Delta &= \frac{n_0 - n_t}{n_0}, \\ k_{\text{cl}} &= \frac{n_z}{n_t}. \end{aligned}$$

其中,  $k$  为真空中的波数,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\beta$  为纵向传播常

数,  $k_{\text{cl}}$  为包层纤芯主轴折射率比,  $U$  为横向归一化相位常数,  $W$  为横向归一化衰减常数,  $V$  为归一化频率,  $\Delta$  为相对折射率差,  $J_m$  为第一类贝塞尔函数,  $K_m$  为变形第二类贝塞尔函数。

## 2.3 光栅耦合系数的计算

假设光纤芯层折射率变化为

$$\delta n_0(z) = \overline{\delta n_0} \left[ 1 + v \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} z \right) \right], \quad (2)$$

其中,  $\overline{\delta n_0}$  为直流折射率变化,  $v$  为调制深度,  $\Lambda$  为光栅周期。若  $L$  长的光栅内有  $N$  个周期的折射率变化, 则  $\Lambda = L/N$ 。根据耦合模理论, 求出同阶(如  $m = 1$  阶) 正反向传输模间的耦合系数为<sup>[7]</sup>

$$\widehat{K} = \frac{k^2 \beta (Q^2 - F^2)}{2(\beta^2 Q^2 - k^2 n_0^2 F^2)}, \quad (3)$$

其中

$$F = \frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)}, \quad Q = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2},$$

则

$$K = \sigma + 2\kappa \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} z \right), \quad (4)$$

其中,  $\sigma$  为直流耦合系数;  $\kappa$  为交流耦合系数, 有

$$\sigma = 2n_0 \widehat{K} \overline{\delta n}_{\text{co}}, \quad (5)$$

$$\kappa = n_0 v \widehat{K} \overline{\delta n}_{\text{co}}. \quad (6)$$

## 2.4 光栅反射谱分析

根据耦合模理论和光纤光栅的边界条件, 反射模与入射模的振幅比为

$$\begin{aligned} \rho &= -\kappa \sinh \left( \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} L \right) \\ &\times \left[ \widehat{\sigma} \sinh \left( \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} L \right) \right. \\ &\quad \left. + i \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} \cosh \left( \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} L \right) \right]^{-1}. \quad (7) \end{aligned}$$

因此, 反射率为

$$\gamma = |\rho|^2 = \frac{\sinh^2 \left( \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} L \right)}{\cosh^2 \left( \sqrt{\kappa^2 - \widehat{\sigma}^2} L \right) - \frac{\widehat{\sigma}^2}{\kappa^2}}. \quad (8)$$

其中,  $\widehat{\sigma}$  为直流自耦合系数, 有

$$\widehat{\sigma} = \delta + \sigma, \quad (9)$$

其中,  $\delta$  为失谐量, 有

$$\delta = \beta - \frac{\pi}{\Lambda} = 2\pi n_{\text{eff}} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B} \right), \quad (10)$$

其中,  $\lambda_B$  为 Bragg 波长, 有

$$\lambda_B \equiv 2n_{\text{eff}}A. \quad (11)$$

### 3 数值模拟

#### 3.1 数值模拟过程

理想正规模特征方程 (1) 是一个超越方程, 依照典型单模光纤的几何参数和光学参数取值, 且  $m = 1$ , 利用数值解法进行求解.

给定光栅的长度  $L$  和周期  $A$ ,  $k_{\text{cl}}$  取一定的值, 根据 (1) 式求出基模的有效折射率  $n_{\text{eff}} = \beta/k$  的值, 将其代入 (3), (5) 及 (6) 式求出  $\bar{K}$  及参数  $\sigma, \kappa$ , 再由 (9), (10) 和 (11) 式求出  $\bar{\sigma}$ , 代入 (8) 式即可求出反射率  $\gamma$  随波长  $\lambda$  的变化曲线.

关键点为特征方程 (1) 基模有效折射率的求解. 将特征方程化为  $f(n_{\text{eff}}) = 0$  的形式, 利用中值定理进行求解. 用 Matlab 编程求解有效折射率的算法如下:

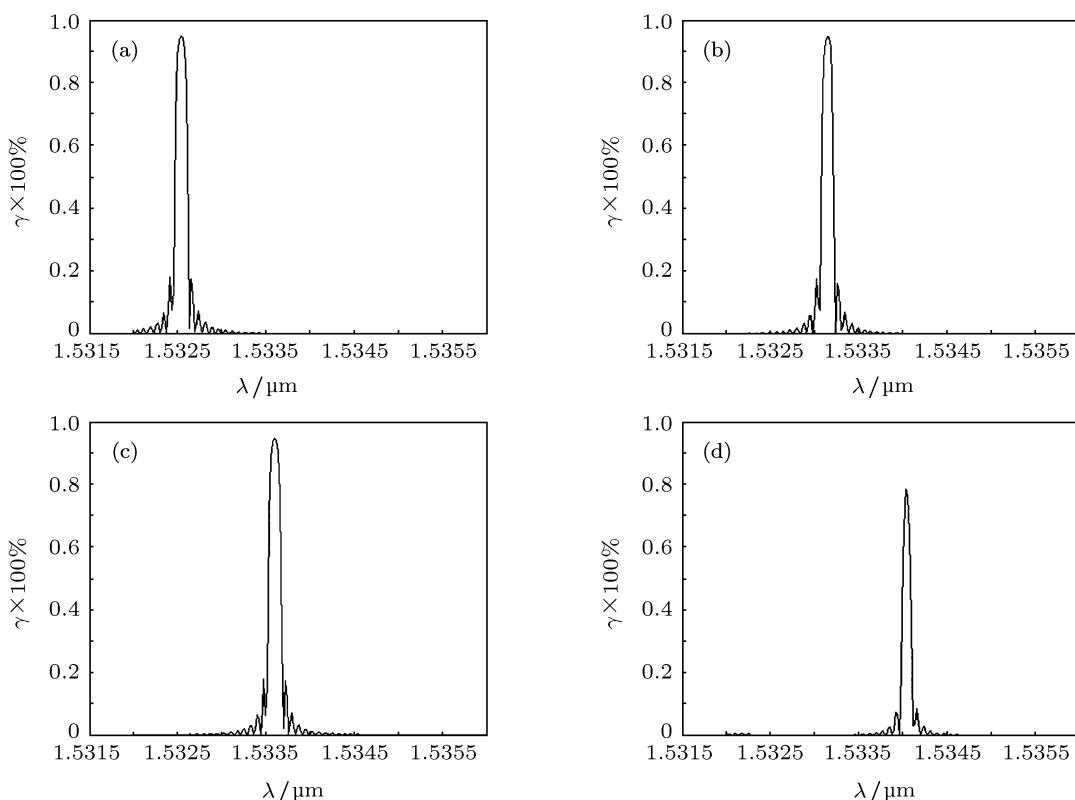
程序采用嵌套的循环算法, 数值求解该超越方程解的分布区域为  $[n_t, n_0]$ , 对每个采样波长, 在区间  $[n_t, n_0]$  满足条件  $f(n_t)f(n_0) < 0$ ,  $[n_t, n_0]$

的二等分点为  $x_0 = \frac{n_t + n_0}{2}$ , 计算  $f(x_0)$  的值, 若  $f(x_0) = 0$ , 即为所求解; 若  $f(x_0)f(n_t) < 0$ , 取  $n_{t1} = n_t$ ,  $n_{01} = x_0$  作为新的区间端点; 若  $f(x_0)f(n_t) > 0$ , 取  $n_{t1} = x_0$ ,  $n_{01} = n_0$  作为新区间的端点.  $[n_{t1}, n_{01}]$  的二分点为  $x_1 = \frac{n_{t1} + n_{01}}{2}$ , 计算  $f(x_1)$  的值并重复上述步骤以确定新的区间  $[n_{t2}, n_{02}]$ , 如此继续下去. 则得到区间序列  $[n_{tk}, n_{0k}]$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), 它满足  $f(n_{tk})f(n_{0k}) < 0$ , 并且  $n_{0k} - n_{tk} = \frac{1}{2^k}(n_0 - n_t)$ , 当  $n_{0k} - n_{tk}$  达到一定的精度要求时, 则取  $x_k = \frac{n_{tk} + n_{0k}}{2}$  为方程的解, 采样波长对应的基模的有效折射率  $n_{\text{eff}} = x_k = \frac{n_{tk} + n_{0k}}{2}$ , 它与精确解的误差不超过  $\frac{1}{2^{k+1}}(n_0 - n_t)$ .

将各采样波长对应的有效折射率值代入公式便可求出  $\gamma$  随  $\lambda$  的变化曲线.

#### 3.2 结果分析

$k_{\text{cl}}$  取不同值时反射率  $\gamma$  随波长  $\lambda$  的变化曲线如下图 2 和 3 所示.



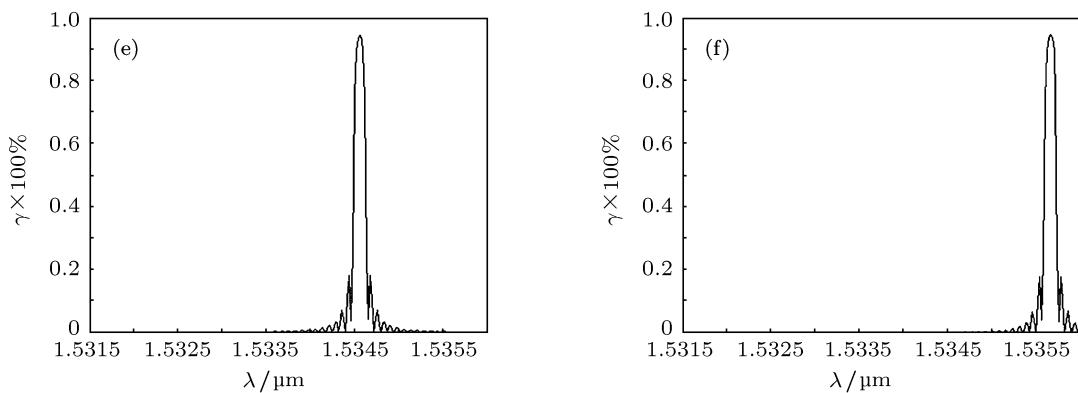


图2  $k_{\text{cl}}$  取不同值时反射率  $\gamma$  随波长  $\lambda$  的变化曲线 (a)  $k_{\text{cl}} = 0.2$ ; (b)  $k_{\text{cl}} = 0.6$ ; (c)  $k_{\text{cl}} = 0.8$ ; (d)  $k_{\text{cl}} = 1.0$ ; (e)  $k_{\text{cl}} = 1.2$ ; (f)  $k_{\text{cl}} = 1.8$

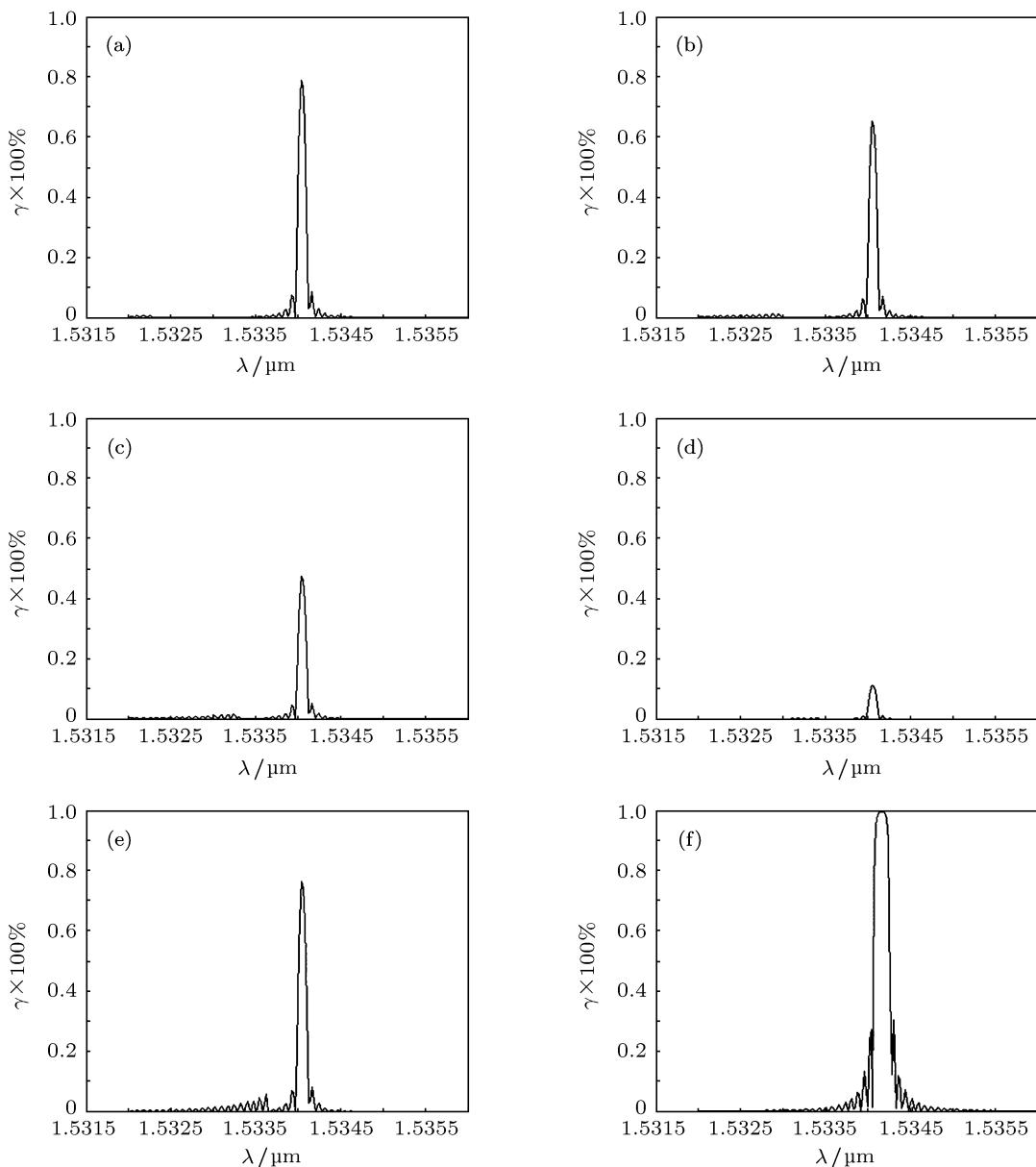


图3  $k_{\text{cl}}$  取不同值时反射率  $\gamma$  随波长  $\lambda$  的变化曲线 (a)  $k_{\text{cl}} = 1.0$ ; (b)  $k_{\text{cl}} = 1.002$ ; (c)  $k_{\text{cl}} = 1.004$ ; (d)  $k_{\text{cl}} = 1.005$ ; (e)  $k_{\text{cl}} = 1.006$ ; (f)  $k_{\text{cl}} = 1.007$

如图 2 所示,  $k_{cl}$  取 0.2, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 和 1.8. 从模拟图中看出,  $k_{cl}$  对  $\gamma$ - $\lambda$  曲线有很强的影响, 不同的  $k_{cl}$  值的反射波中心波长发生了明显的偏移, 偏移量与  $k_{cl}$  的取值有关, 波形形状与  $k_{cl} = 1$  时完全一样.  $k_{cl} < 1$  和  $k_{cl} > 1$  时对曲线的影响有很明显的不同, 当  $k_{cl} < 1$  时, 相对于  $k_{cl} = 1$  时的光栅谱中心波长发生蓝移; 当  $k_{cl} > 1$  时, 相对于  $k_{cl} = 1$  时的光栅谱中心波长发生红移. 且  $k_{cl} = 1$  曲线的反射率最大值低于其他  $k_{cl}$  曲线的最大反射率值. 以上表明, 不同的  $k_{cl}$  取值可导致不同的反射率和 Bragg 波长.

尤其值得指出的是, 当  $k_{cl}$  在 1.0 附近取值时, 光栅反射率变化很大.  $k_{cl}$  分别取 1.0, 1.002, 1.004, 1.005, 1.006 和 1.007, 其仿真结果如图 3 所示.

从图中可以看出  $k_{cl}$  从 1.0 到 1.007 反射谱的变化很大.  $k_{cl}$  从 1.0 增加到 1.005 光栅反射率是降低的, 当  $k_{cl} = 1.005$  时反射率达到最小值, 只

有 12%, 当  $k_{cl} = 1.006$  时, 反射率迅速增至 78%, 当  $k_{cl} = 1.007$  时, 反射率的值达到 100%.

## 4 结 论

本文对单轴各向异性晶体包层布拉格光纤光栅的光谱特性与纵向包层纤芯折射率比的特性关系进行了理论模拟研究. 从理想正规模特征方程入手, 应用中值定理, 结合 Matlab 的数值求解方法, 论述了特征方程这一超越方程的求解算法. 对包层为单轴各向异性材料的光纤 Bragg 光栅的反射谱进行了模拟分析, 得出  $k_{cl}$  与  $\gamma$ - $\lambda$  曲线特性关系. 得出了不同的  $k_{cl}$  可以导致不同的反射率和 Bragg 波长的结论. 为进一步设计和优化 Bragg 光纤光栅, 获得新颖的光谱特性, 为其在光纤传感及通信等领域的应用提供了理论依据.

- 
- [1] Qiu K, Wu B J, Wen F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1726 (in Chinese) [邱昆, 武保剑, 文峰 2009 物理学报 **58** 1726]
  - [2] Liang R B, Sun Q Z, Wo J H, Liu D M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 4221 (in Chinese) [梁瑞冰, 孙琪真, 沃江海, 刘德明 2011 物理学报 **60** 4221]
  - [3] Stevenson J L, Dyott R B 1974 *Electron. Lett.* **10** 449
  - [4] Cozens J 1974 *Electron. Lett.* **12** 413
  - [5] Wakaki M, Komachi Y, Machida H 1996 *Appl. Opt.* **35** 2591
  - [6] Zhang X P, Tan Z H 2002 *Opt. Commun.* **204** 127
  - [7] Zhang X P, Hou S L 2003 *Opt. Commun.* **219** 193
  - [8] Hou S L, Hu C L, Ren X M, Zhang X, Huang Y Q 2007 *Opt. Commun.* **271** 109
  - [9] Huang Y C, Zhang T R, Chen S H, Song H Y, Li Y T, Zhang W L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 4212 (in Chinese) [黄永超, 张廷蓉, 陈森会, 宋宏远, 李艳桃, 张伟林 2011 物理学报 **60** 4212]

# Simulation of reflection spectrum of FBG with uniaxial anisotropic crystal cladding\*

Li Li-Jun<sup>†</sup> Ma Hui Zhang Yan-Liang Sui Tao Lai Yong-Zheng  
Li Jing Cao Mao-Yong

(College of Information and Electrical Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

(Received 25 October 2011; revised manuscript received 12 December 2011)

## Abstract

In this paper, the ideal normal mode characteristic equation of the optical fiber with uniaxial anisotropic crystal cladding is derived. Using mean value theorem and combining Matlab numerical method, a solving algorithm of this transcendental equation is proposed. Therefore, the relationship between FBG reflect spectrum characteristic and cladding reflective index is simulated. The simulation results show that  $k_{cl}$  has a strong influence on the spectrum, different values of  $k_{cl}$  can lead to different reflectivities and different Bragg wavelengths.

**Keywords:** uniaxial anisotropic material, fiber Bragg grating, reflection spectrum, mean value theorem

**PACS:** 02.30.Gp, 02.60.Cb, 42.81.-i, 81.05.-t

\* Project supported by the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 200902574), the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 20080441150), Shandong Province Natural Fund Projects (Grant No. ZR2009AM017), Shandong provincial department of education project (Grant No. J06P14), Qingdao development zone project (Grant No. 2007-2-39), and SDUST Research Fund (Grant No. 2010KYTD101).

† E-mail: nankaillj@163.com