

数字全息重建图像的焦深研究*

李俊昌†

(昆明理工大学理学院, 昆明 650093)

(2011年9月23日收到; 2011年11月18日收到修改稿)

将来自物体的散射光视为物体表面相位随机取值的大量点源发出光波的叠加, 对数字全息重建像及离焦像的衍射场进行研究. 基于重建像以像素为单位显示的特点, 对焦深作出新的定义, 然后, 根据重建像的像素物理尺寸与计算方法相关的特点, 推导出不同重建算法重建图像的焦深表达式, 最后给出相关的实验证明.

关键词: 数字全息, 波前重建, 相干光成像焦深

PACS: 42.40.-i, 42.30.Wb, 42.30.Kq

1 引言

随着计算机及 CCD 技术的进步, 用 CCD 代替全息感光板的数字全息^[1,2] 逐渐成为一个应用研究的热点^[3-16]. 由于 CCD 面阵尺寸及分辨率显著小于传统全息感光板, 如何利用 CCD 记录的全息图高质量地重建物光场是一个基本的研究内容. 在该研究领域, 菲涅耳衍射积分是人们常用的物光场重建计算工具. 菲涅耳衍射积分可以表示成傅里叶变换及卷积两种形式, 可以分别使用一次快速傅里叶变换 (简称 FFT) 及两次 FFT 计算计算, 但一次 FFT 进行物光场重建比较方便, 是广泛采用的方法 (简称 1-FFT 法). 然而, 由于实验检测难免存在误差, 重建像平面通常不是理想的像平面, 此外, 数字全息的应用研究中常涉及不同空间平面的波前重建问题 (例如三维粒子场检测^[12]), 因此研究数字全息重建图像的焦深具有重要意义.

基于光轴上点光源离焦像场的分析, 国内外不少学者已对重建图像的焦深进行了研究^[8-10]. 然而, 由于遵循的标准不同, 目前还没有形成统一的焦深表达式. 例如, 文献 [9] 引入像差, 较严格地按照衍射理论表述了点光源的离焦像场, 对 1-FFT 重建像的焦深进行了细致的研究; 文献 [10] 通过点光源偏离理想像平面光波场的研究及近似, 简明地得到焦深表达式, 而且通过计算机数值模拟, 对不同

的焦深表达式所得到的结果进行了比较. 然而, 目前对焦深的研究基本上是在轴上点光源的离焦像场随离焦量连续变化的前提下进行的, 没有考虑数字全息是以像素为单位重建物体图像的情况. 此外, 为简单起见, 对焦深的研究限于参考光为平面波时数字全息的 1-FFT 重建图像, 对于参考光为球面波的数字全息 (例如无透镜傅里叶变换全息^[11]), 物光通过一个光学系统再到达 CCD 的数字全息 (例如显微数字全息^[3]), 以及其它图像重建方法 (例如衍射的卷积运算^[7]) 的重建图像焦深还没有系统研究. 最近, 基于角谱衍射理论, 利用球面波为重建波, 形成一种可以对局部物光场进行可变放大率重建的方法^[16] (以下简称可变放大率重建法), 该方法重建图像像素的物理尺寸与 1-FFT 方法不同, 离焦像场的分布还是放大率的函数, 因此, 对不同的数字全息图用不同重建方法重建图像的焦深进行研究具有实际意义.

本文结合数字全息重建像以像素为单位显示及像素物理尺寸与计算方法相关的特点, 对重建图像的焦深进行研究. 为让研究结果更接近实际, 将物光视为物体表面相位随机取值的大量点源发出的光波, 令参考光为球面波, 理论研究数字全息重建像及离焦像的衍射场, 并基于玻恩及沃耳夫的名著《光学原理》^[17] 中相干照明下两点源的像能够分辨的研究方法, 对焦深作出新的定义, 分别导出 1-FFT 法及可变放大率重建法重建图像焦

* 国家自然科学基金 (批准号: 60977007) 资助的课题.

† E-mail: jcli@vip.163.com

深的表达式, 给出相关的实验证明. 对研究结果的讨论表明, 这两种算法重建图像焦深的表达式,

可以推广于目前常用的数字全息系统及常用的波前重建算法.

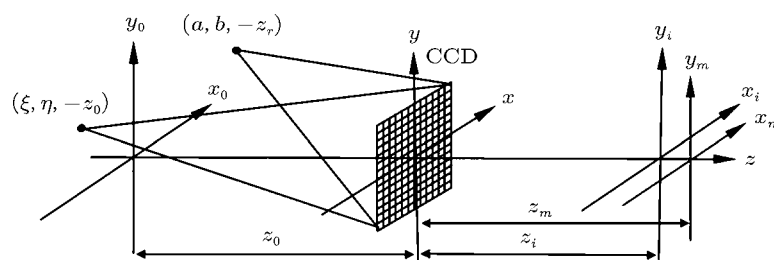


图1 数字全息系统的简化光路及坐标定义图

2 数字全息重建图像焦深的理论研究

2.1 理想像及离焦像场研究

图1是数字全息记录及重建图像的简化光路及坐标定义图. 令参考光是位于 $(a, b, -z_r)$ 的点源发出的球面波, x_0y_0 是与物体相切的平面, xy 是 CCD 窗口平面, x_iy_i 是在重建波照射下物体的理想像平面, x_my_m 是偏离理想像平面的实际重建像平面, 这三个平面到 CCD 窗口平面的距离分别是 z_0, z_i 和 z_m .

物平面上坐标为 $(\xi, \eta, -z_0)$ 的点源发出的光波到达 CCD 平面时的光波场可以表为^[18]

$$u_\delta(x, y; \xi, \eta) = o(\xi, \eta) \exp \left\{ \frac{jk}{2z_0} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\}, \quad (1)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长, $o(\xi, \eta)$ 是与 $(\xi, \eta, -z_0)$ 点的复振幅成正比但相位随机取值的复函数.

光学粗糙表面的散射光可以视为物体表面不同位置散射基元散射光的叠加^[19]. 到达 CCD 的物光则为

$$U(x, y) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} u_\delta(x, y; \xi, \eta). \quad (2)$$

令到达 CCD 的参考光是振幅为 A_r 的均匀球面波

$$R(x, y) = A_r \exp \left\{ \frac{jk}{2z_r} [(x - a)^2 + (y - b)^2] \right\}, \quad (3)$$

CCD 平面上物光及参考光干涉场强度则为

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 + A_r^2 + R(x, y)U^*(x, y) + R^*(x, y)U(x, y). \quad (4)$$

设用单位振幅球面波 $R_c(x, y) = \exp \left[\frac{jk}{2z_c} (x^2 + y^2) \right]$ 作为重建波照射数字全息

图, $w(x, y)$ 是 CCD 的窗口函数, 透过全息图的光波由以下四项组成:

$$\begin{aligned} U_{0U}(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) |U(x, y)|^2, \\ U_{0R}(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) A_r^2, \\ U_+(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) R(x, y) U^*(x, y), \\ U_-(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) R^*(x, y) U(x, y), \end{aligned} \quad (5)$$

其中, U_{0U} 及 U_{0R} 两项统称零级衍射光, U_+ 是共轭物光, U_- 是物光. 由于对成像有贡献的是共轭物光衍射场, 下面只对 U_+ 进行研究.

利用菲涅耳衍射积分可以将经距离 z_i 衍射的共轭物光复振幅表示为

$$\begin{aligned} U_i(x_i, y_i) &= \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_+(x, y) \\ &\times \exp \left\{ \frac{jk}{2z_i} [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \right\} dx dy, \end{aligned} \quad (6)$$

将相关各量代入上式整理得

$$\begin{aligned} U_i(x_i, y_i) &= \sum_{\xi} \sum_{\eta} \Theta(\xi, \eta; x_i, y_i, z_i) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) \\ &\times \exp \left[\frac{jk}{2} \left(\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_0} \right) (x^2 + y^2) \right] \\ &\times \exp \left\{ -j2\pi \left[\left(x_i + \frac{z_i}{z_r} a - \frac{z_i}{z_0} \xi \right) \frac{x}{\lambda z_i} \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(y_i + \frac{z_i}{z_r} b - \frac{z_i}{z_0} \eta \right) \frac{y}{\lambda z_i} \right] \right\} dx dy, \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\Theta(\xi, \eta; x_i, y_i, z_i)$ 为与 $o(\xi, \eta)$ 成正比的复函数.

当 x_iy_i 是理想像平面时, 有^[18]

$$\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_0} = 0, \quad (8)$$

令 CCD 面阵是宽度 L 的方形, $T = \lambda z_i/L$, 以及 $M = z_i/z_0$ 上式整理后得^[20]

$$U_i(x_i, y_i) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \Theta(\xi, \eta; x_i, y_i, z_i) \times \text{sinc} \left[\frac{x_i - M\xi + z_i a/z_r}{T} \right] \times \text{sinc} \left[\frac{y_i - M\eta + z_i b/z_r}{T} \right], \quad (9)$$

(9) 式表明, 重建像放大率为 M , 其中心坐标为 $\left(-\frac{z_i a}{z_r}, -\frac{z_i b}{z_r}\right)$, 而重建像分布是一系列中心坐标为 $\left(-\frac{z_i a}{z_r} + M\xi, -\frac{z_i b}{z_r} + M\eta\right)$ 的二维 sinc 函数的加权叠加, 权重为 $\Theta(\xi, \eta; x_i, y_i, z_i)$. 图 2 给出 $\left(\text{sinc} \frac{x_i}{T}\right)^2$ 的图像. 根据图 2, 可以认为来自物平面每一点源的重建像光场能量局限于围绕中心坐标的宽度为 $T \rightarrow 2T$ 的方形区域.

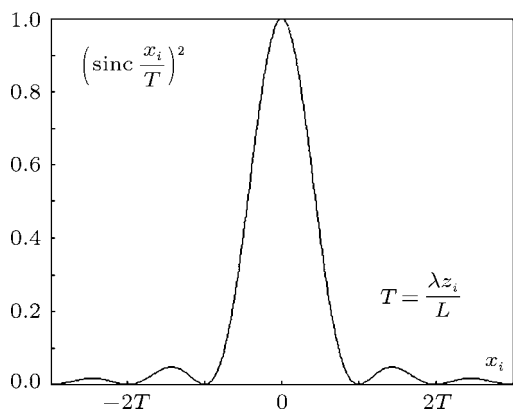


图 2 $(\text{sinc}(x_i/T))^2$ 的图像

当重建平面不在理想像平面时, 经距离 z_m 衍射的共轭物光复振幅为

$$U_m(x_m, y_m) = \frac{\exp(jkz_m)}{j\lambda z_m} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_+(x, y) \times \exp \left\{ \frac{jk}{2z_m} \left[(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 \right] \right\} dx dy. \quad (10)$$

将相关各量代入上式整理得

$$U_m(x_m, y_m) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \Theta(\xi, \eta; x_m, y_m, z_m) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) \times \exp \left[\frac{jk}{2} \left(\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_m} - \frac{1}{z_0} \right) (x^2 + y^2) \right]$$

$$\times \exp \left\{ -j2\pi \left[\left(x_m + \frac{z_m}{z_r} a - \frac{z_m}{z_0} \xi \right) \frac{x}{\lambda z_m} + \left(y_m + \frac{z_m}{z_r} b - \frac{z_m}{z_0} \eta \right) \frac{y}{\lambda z_m} \right] \right\} dx dy. \quad (11)$$

令

$$\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_m} - \frac{1}{z_0} = \frac{1}{z_g}, \quad (12)$$

(11) 式可以整理为

$$U_m(x_m, y_m) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \Theta(\xi, \eta; x_m, y_m, z_m) \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w \left(\frac{X}{z_m/z_g}, \frac{Y}{z_m/z_g} \right) \times \exp \left\{ -j \frac{k}{2(z_m^2/z_g)} \left[\left(X - \left(x_m + \frac{z_m}{z_r} a - \frac{z_m}{z_0} \xi \right) \right)^2 + \left(Y - \left(y_m + \frac{z_m}{z_r} b - \frac{z_m}{z_0} \eta \right) \right)^2 \right] \right\} dX dY. \quad (13)$$

上式中积分表示的是物平面上坐标为 $(\xi, \eta, -z_0)$ 的点源发出的球面波在离焦像平面的光波场分布, 它是 CCD 孔径扩大 z_m/z_g 倍后, 在平面波照射下经过距离 z_m^2/z_g 的菲涅耳衍射图像, 在离焦像面上衍射图像中心坐标为

$$\left(-\frac{z_m}{z_r} a + \frac{z_m}{z_0} \xi, -\frac{z_m}{z_r} b + \frac{z_m}{z_0} \eta \right).$$

根据 (8) 式及 (13) 式还可以看出, 当 z_m 与理想成像距离 z_i 相差甚小时, z_g 甚大, z_m/z_g 及 z_m^2/z_g 甚小. 根据矩形孔菲涅耳衍射的分布特点^[21], 点源在离焦像平面上的能量集中在宽度为 $L|z_m/z_g|$ 的方形区域内. 根据 (8) 式容易得到

$$\frac{1}{z_m} - \frac{1}{z_i} = \frac{1}{z_g},$$

于是有

$$L|z_m/z_g| = L|1 - z_m/z_i|. \quad (14)$$

下面考虑离焦像场是以像素为单位显示的实际情况, 分别对 1-FFT 及可变放大率波前重建方法重建像光的焦深进行研究.

2.2 1-FFT 重建图像的焦深

用重建光照射数字全息图后, 距离 z_m 的菲涅耳衍射表为:

$$U(x_m, y_m)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\exp(jkz_m)}{j\lambda d} \exp\left[\frac{jk}{2z_m}(x_m^2 + y_m^2)\right] \\
 &\quad \times \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ R_c(x, y) I(x, y) \exp\left[\frac{jk}{2z_m}(x^2 + y^2)\right] \right\} \\
 &\quad \times \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda z_m}\left(\frac{x_m}{\lambda z_m}x + \frac{y_m}{\lambda z_m}y\right)\right] dx dy. \quad (15)
 \end{aligned}$$

令 $N \times N$ 为全息图的取样数, 当 $z_m = z_i$ 时衍射场在理想像平面, 1-FFT 重建像平面的宽度为^[21]

$$L_i = N\lambda z_i/L = NT, \quad (16)$$

即重建像平面每一像素的宽度为 T . 与图 2 比较可以看出, 该结果建立了像素宽度与重建像平面脉冲响应分布的定量关系.

当衍射距离 $z_m \neq z_i$ 时, 1-FFT 衍射场的宽度变为 $L_m = \lambda z_m N/L$, 根据 (14) 式, 物平面上的点源在离焦像平面上所占有的像素数即为

$$\begin{aligned}
 N_\delta &= \frac{L|1 - z_m/z_i|}{L_m} N \\
 &= \frac{L^2|1 - z_m/z_i|}{\lambda z_m} \\
 &= \frac{L^2}{\lambda} \left| \frac{1}{z_m} - \frac{1}{z_i} \right|. \quad (17)
 \end{aligned}$$

任何光学接收器, 如眼睛、感光乳胶及 CCD 探测器都是不完善的, 参考文献 [22] 对光学成像系统景深研究的观点, 可以根据接收器特性规定一个条件对重建图像的焦深进行研究. 现按照玻恩及沃耳夫所著《光学原理》中相干照明下两点源的像能够分辨的研究方法给出焦深的限制条件.

玻恩及沃耳夫指出^[17]: 参照非相干照明情况的瑞利判据, 相干照明情况相邻两个同相位点源在像平面刚好能够分开时, 两像点中央的强度等于 0.735 乘上叠加场的任一极大强度. 由于常用光学系统的出射光瞳为圆形, 脉冲响应为爱里斑, 玻恩及沃耳夫导出了相干光学成像系统出射光瞳为圆形时相邻两像点能够分辨的判据. 然而, 数字全息图为矩形, 等效的相干光成像系统的出射光瞳则为矩形, 脉冲响应为二维 sinc 函数. 但分析重建平面的像素排列方式知, 相邻像素沿横向或纵向具有最短的距离, 设能够分开的最短距离为 Δ , 根据 (9) 式及玻恩-沃耳夫的讨论方法, 两像点能够分开的条件则为

$$\begin{aligned}
 &\left[\text{sinc}\left(\frac{\Delta}{2T}\right) + \text{sinc}\left(-\frac{\Delta}{2T}\right) \right]^2 \\
 &= 0.735 \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\Delta}{T}\right) \right]^2, \quad (18)
 \end{aligned}$$

求解上方程得 $\Delta/T \approx 1.447$. 为便于理解这个结果, 图 3 给出同相位的两点源的像刚好能够分开的情况. 图中, 用虚线给出每一点源像的强度归一化曲线, 两点源像相干叠加后的强度由实线表示. 可以看出, 由于是相干叠加, 叠加后像点的极大值减小, 但两像点中央的强度等于 0.735 乘上叠加场的任一极大强度. 由于同相位点能够分辨时, 相距相同距离的非同相位点必然能够分辨^[18], 当相邻同相位点的重建像场因重建平面偏离理想像平面而逐渐重叠不能分辨时, 图像质量开始下降. 因此, 该结果可以作为定义焦深的理论依据.

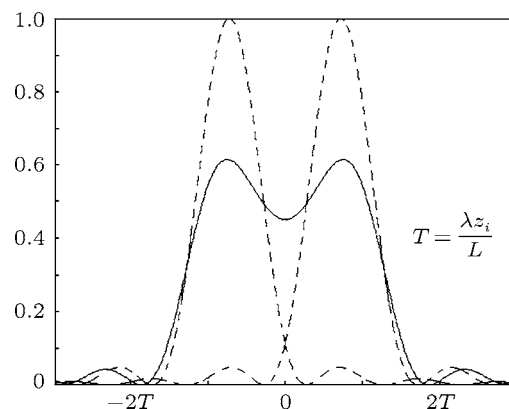


图 3 同相位的两点源的像刚好能够沿轴向分开的情况

鉴于 $\Delta/T \approx 1.447 \approx 1.5$, 为简明起见, 可以将离焦像面上点源像光场的宽度小于 1.5 个像素选择为焦深的限制条件. 定义数字全息重建图像的焦深为 $2|z_m - z_i|$, 并令 (17) 式中 $N_\delta = 1.5$, 于是有

$$2|z_m - z_i| = 2 \times \frac{1.5\lambda z_i^2}{1.5\lambda z_i + L^2} \approx 3 \frac{\lambda z_i^2}{L^2}. \quad (19)$$

不难看出, 随着理想像重建距离 z_i 或放大率的增加, 重建图像的焦深增加. 而随着全息图宽度 L 的增加, 焦深会下降.

对于离轴数字全息, 重建图像在 1-FFT 重建像平面上占有区域的宽度通常只是部分像素. 为对重建图像作较精细的描述, 通常对全息图周边补零增大像素数^[10], 形成宽度 L 较大的数字全息图. 上式为研究经过这种处理重建图像的焦深提供了依据.

2.3 可变放大率法重建图像焦深研究

当采用不同的方法^[23] 获取了 (5) 式中的共轭物光项后, 可变放大率重建使用下面的公式^[16]

$$\begin{aligned}
 &U_m(x, y) \\
 &= F^{-1} \left\{ F \{ U_+(x, y) \} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\times \exp \left[jkz_m \sqrt{1 - \lambda^2 (f_x^2 + f_y^2)} \right] \}, \quad (20)$$

式中, f_x, f_y 为与空间坐标 x, y 对应的频域坐标.

用 FFT 计算上式时, 重建像平面的宽度为 L ^[21]. 根据 (14) 式, 点源在离焦像平面上所占有的像素数即为

$$N_\delta = \frac{L(1 - z_m/z_i)}{L} N = (1 - z_m/z_i) N. \quad (21)$$

仍然假定点源在重建平面的能量能够集中在 1.5 个像素上为焦深的限制条件, 令 $N_\delta = 1.5$, 根据上式得

$$2|z_m - z_i| = 3 \frac{z_i}{N}, \quad (22)$$

上述结论表明, 当取样数 N 增加时, 重建图像的焦深会减小. 此外, 重建像的焦深将随着理想像重建距离 z_i 或放大率的增加而增加.

3 实验研究

设物平面的取样宽度 $\Delta\xi$ 满足取样定理, 根据 (11) 式的讨论, 重建像平面上相邻两取样点的距离变为 $\frac{z_m}{z_0} \Delta\xi$. 由于 1-FFT 重建离焦像面的像素宽度为 $L_m/N = \lambda z_m/L$, 在满足 CCD 能够接收的最高空间频率^[6]的前提下, 相邻取样点在焦深范围内的离焦像面上能分辨的条件是 $\frac{\lambda z_m}{L} \leq \frac{z_m}{z_0} \Delta\xi$, 即

$$z_0 \leq \frac{L \Delta\xi}{\lambda}, \quad (23)$$

以下基于 (23) 式设计数字全息记录系统, 并且, 为较好地通过实验证明所研究的结论, 将对物体投影尺寸甚小及甚大于 CCD 的两种情况进行研究.

3.1 物体投影尺寸甚小于 CCD 的实验

物体为美国空军分辨率测试板, 板面上测试条纹分布区域 (即物体) 的宽度约为 1 mm. 采用无透镜傅里叶变换数字全息系统^[19], 物体到全息记录面的轴向距离 $z_0 = 44.5$ mm, 参考光波面半径 $z_r = 44.5$ mm, 照明光波长 $\lambda = 532$ nm, CCD 像元宽度为 0.0068 mm, 总像素为 $N \times N = 1024 \times 1024$, 对应于 $L \times L = 7 \times 7$ mm². 根据 (23) 式, 这种记录距离下能够分辨的物空间最低条纹宽度为 $\Delta\xi = \lambda z_0/L = 0.0034$ mm, 能够足够满意地对不同宽度的测试条纹成像. 实验时通过参考光波束中心的调整, 让重建图像在重建平面的第二象限.

令重建放大率 $z_i/z_0 = 0.5$, 即 $z_i = 22.25$ mm. 根据 (19) 式得 $|z_m - z_i| = 0.0081$ mm. 图 4 分别给出 $z_m = z_i - 0.0081$ mm, $z_m = z_i$ 及 $z_m = z_i + 0.0081$ mm 的重建图像 (为简明起见, 在 1024×1024 像素的重建平面的第二象限选择包含了重建图像的 340×340 像素区域, 对应物平面宽度为 1.1498 mm). 从图 4 可以看出, 在焦深范围内, 重建图像的质量没有本质区别.

为表明偏离焦深范围时重建图像的模糊情况, 图 5 分别给出 $z_m = z_i + 0.1$ mm, $z_m = z_i + 0.3$ mm 及 $z_m = z_i + 0.5$ mm 的重建图像.

增加 z_i 可以增加焦深的结论很容易验证, 例如, 令 $z_i/z_0 = 5$, 求得 $z_i = 222.5$ mm. 根据 (19) 式得 $|z_m - z_i| = 0.8128$ mm, 令 $z_m = z_i - 0.8128$ mm, $z_m = z_i$ 及 $z_m = z_i + 0.8128$ mm, 很容易得到与图 5 完全相似的重建图像. 事实上, 由于 1-FFT 重建像平面的物理宽度与放大率成正比^[21], 像素物理尺寸的增大必然对应着焦深的增加, 选择不同放大率进行焦深的研究时, 研究结果是等价的.

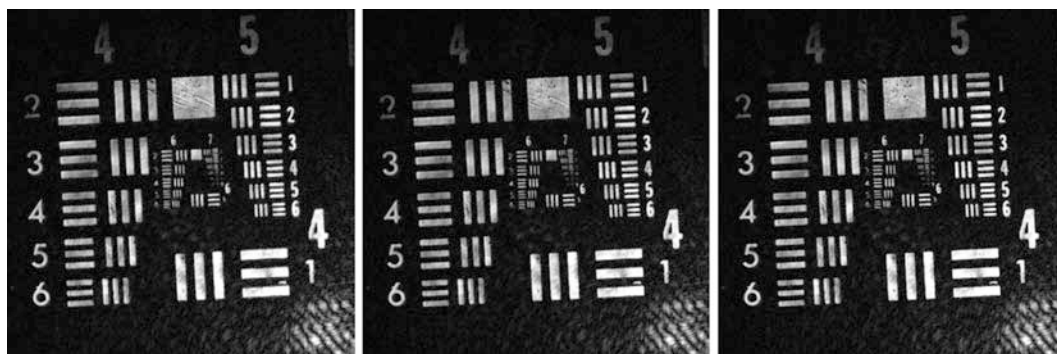


图 4 放大率 $z_i/z_0 = 0.5$ 时在焦深范围的 1-FFT 重建图像 (340×340 像素 = 1.1498×1.1498 mm²) 左: $z_m = z_i - 0.0081$ mm, 中: $z_m = z_i = 22.25$ mm, 右 $z_m = z_i + 0.0081$ mm

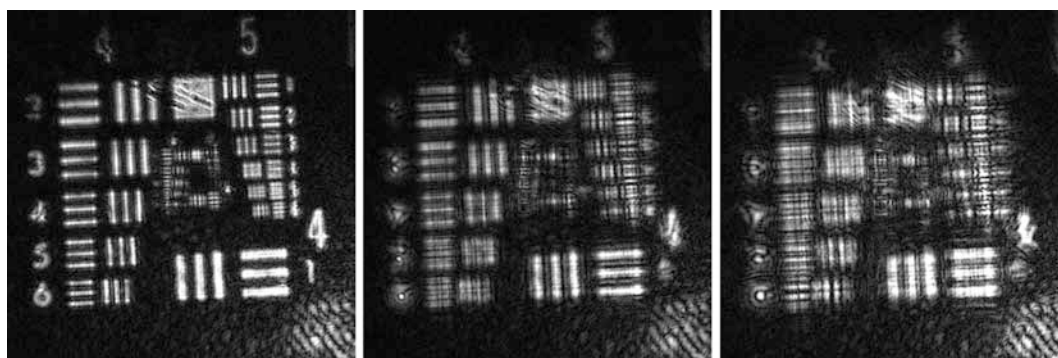


图 5 放大率 $z_i/z_0 = 0.5$ 时不同重建距离的 1-FFT 重建图像 (340×340 像素 = 1.1498×1.1498 mm²) 左: $z_m = z_i + 0.1$ mm, 中: $z_m = z_i + 0.3$ mm, 右: $z_m = z_i + 0.5$ mm

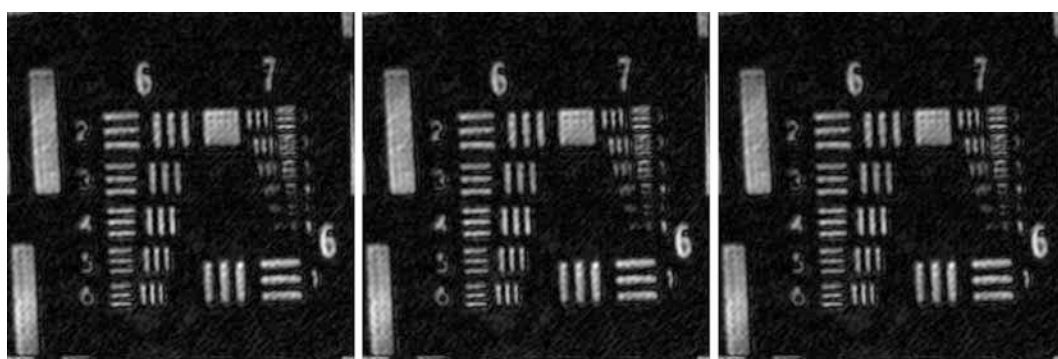


图 6 放大率 $M = 20.48$ 时在焦深范围内的局部重建图像 (1024×1024 像素 = 0.34×0.34 mm²) 左: $z_m = z_i - 1.34$ mm, 中: $z_m = z_i = 911.39$ mm, 右: $z_m = z_i + 1.34$ mm

为研究可变放大率重建像的焦深, 采用像面滤波技术^[16], 在 1-FFT 重建像平面的第二象限取出 $N_s \times N_s = 100 \times 100$ 像素的局部图像进行放大重建, 对应物平面的宽度为 0.34 mm. 为让重建图像布满重建平面, 根据文献 [23] 的讨论, 放大率选择为 $M = \frac{L^2}{N_s \lambda z_0} = 20.48$, 即 $z_i = M z_0 = 911.39$ mm. 由 (22) 式求得 $|z_m - z_i| = 1.5 \frac{z_i}{N} \approx 1.34$ mm. 图 6 给出 $z_m = z_i - 1.34$ mm, $z_m = z_i$ 以及 $z_m = z_i + 1.34$ mm 的重建图像.

很明显, 在焦深范围内, 重建图像质量没有可以察觉的区别. 从这个实验可以看出, 物体的局部区域可以利用全息图的像素数 (1024×1024 像素) 进行准确显示, 相较于常用的 1-FFT 重建方法 (见图 4), 能对三维物体 (例如三维粒子场^[12]) 的精密检测及研究提供很大方便.

3.2 物体投影尺寸甚大于 CCD 的实验

仍然采用离轴数字全息系统, 物体是 2000 年在巴黎举行的一次 20 km 长跑的铜质奖牌, 奖牌直径约 60 mm, 照明光波长 $\lambda = 532$ nm, 物体到 CCD 的距离 $z_0 = 1500$ mm. 实验中使用的 CCD 面阵像

素数为 1024×1360 , 像素宽度 4.65 μ m. 实际计算中, 我们采用 1024×1024 像素的数字全息图进行波前重建, 对应 CCD 面阵宽度 $L = 4.76$ mm. 参考光选择为平行光, 即波面半径 $z_r = \infty$. 通过参考方向的调整, 让重建图像在重建平面的第二象限. 根据 (23) 式, 这种记录距离下能够分辨的最低条纹宽度为 $\Delta\xi = \lambda z_0 / L = 0.1676$ mm, 这个分辨率能够非常满意地表述物体形貌. 令重建放大率为 1, 即 $z_i = z_0$, 由 (19) 式求得 $|z_m - z_i| = 79.24$ mm ≈ 80 mm.

图 7 分别给出 $z_m = z_i - 80$ mm, $z_m = z_i$ 及 $z_m = z_i + 80$ mm 的重建图像 (在 1024×1024 像素的重建平面第二象限选择包含重建图像的 360×360 像素区域). 可以看出, 在焦深范围内, 重建图像的质量没有本质区别, 换言之, 对于给定的实验, 物距测量的误差控制在 ± 80 mm 范围内均能较满意地重建图像. 较大的像距 z_i 对应于重建图像的较大焦深, (19) 式的研究结果得到证明.

应该指出, 上面的重建研究中虽然使用相同的像素数量来表示不同重建距离的重建图像, 但 1-FFT 重建像的像素物理宽度发生了改变. 利用这个特点, 在彩色数字全息波前重建中, 可以通过补零



图 7 在焦深范围内 1-FFT 重建图像的比较 (360 × 360 像素) 左: $z_m = 1420$ mm (图像宽度 58.3412 mm), 中: $z_m = z_i = 1500$ mm (图像宽度 60.3529 mm), 右: $z_m = 1580$ mm (图像宽度 62.3547 mm)

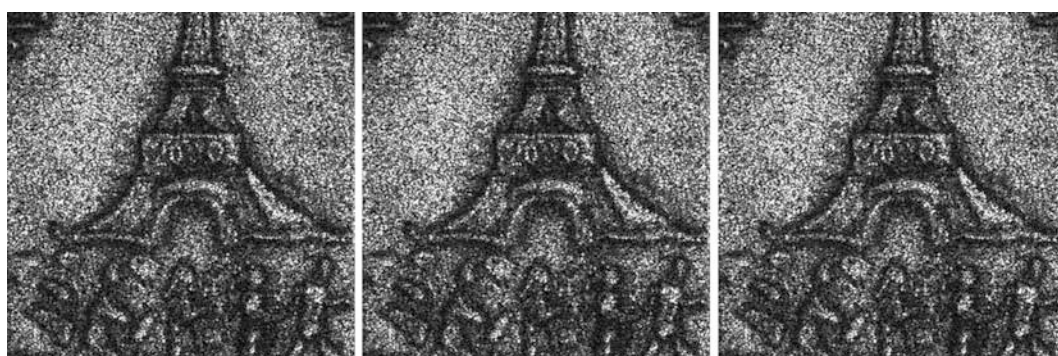


图 8 放大率 $M = 0.1421$ 时在焦深范围内的局部重建图像 (1024 × 1024 像素 = 33.52 × 33.52 mm²) 左: $z_m = z_i - 0.31$ mm, 中: $z_m = z_i$, 右: $z_m = z_i + 0.31$ mm

变换不同色光全息图的像素数,并在焦深范围内对不同的色光使用不同的距离来重建图像,精确地在同一物理尺寸下综合多种色光的检测信息^[23].

下面再给出可变放大率重建图像焦深的研究实例. 在上面实验的 1-FFT 重建平面第二象限选择 $N_s \times N_s = 200 \times 200$ 像素的局部图像, 对应物平面的宽度为 33.52 mm. 为让重建图像布满重建平面, 选择放大率 $M = \frac{L^2}{N_s \lambda z_0} = 0.1421$, 即 $z_i = Mz_0 = 213.09$ mm. 根据 (21) 式求得 $|z_m - z_i| = 1.5 \frac{z_i}{N} = 0.3122$ mm. 图 8 给出 $z_m = z_i - 0.31$ mm, $z_m = z_i$ 以及 $z_m = z_i + 0.31$ mm 的重建图像. 显然, 在焦深范围内, 肉眼不能察觉重建图像质量的差别.

4 焦深研究的讨论及推广

由于平面波可以视为波面半径无限大的球面波, 本文对 1-FFT 重建图像焦深的讨论适用于常用的数字全息系统. 虽然在讨论可变放大率重建时使用的是角谱衍射公式, 但可变放大率方法也可以采用菲涅耳衍射积分的卷积形式实现, 重建图像的焦深与角谱衍射公式重建像一致, 当参考光及重建波为平面波时, 常用的卷积重建图像的计算^[7]等价于

放大率为 1 的可变放大率重建计算, 这时 $z_i = z_0$, 重建图像焦深遵从的规律仍然满足 (22) 式. 此外, 对于物光通过光学系统的图像重建问题, 可以让物体成像到像空间^[25], 将物体在像空间的像视为像空间的物体, 在像空间再选择合适的重建方法进行图像重建, 即可应用本文提出的焦深定义解决实际问题.

5 结论

本文基于数字全息重建像以像素为单位显示的特点, 参照非相干照明情况的瑞利判据及玻恩-沃耳夫对相干照明下两点源的像能够分辨的研究方法, 对重建像的焦深作出了定义. 根据重建像的像素物理尺寸与计算方法相关的特点, 导出 1-FFT 重建图像及可变放大率重建图像焦深的表达式, 给出了相关的实验证明. 并且, 通过理论分析指出, 焦深的表达式可以推广用于目前常用的数字全息记录系统及常用的波前重建算法. 所进行的工作对数字全息的研究及应用提供了有益的参考.

河北工程大学王华英教授提供了分辨率测试板的数字全息图, 让论文有较全面的实验证明, 谨致谢意.

- [1] Goodman J W, Lawrence R W 1967 *Appl. Phys. Lett.* **11** 77
- [2] Huang T 1971 *Proc. IEEE* **159** 1335
- [3] Zhang T, Yamaguchi I 1998 *Opt. Lett.* **23** 1221
- [4] Seebacher S, Osten W, Baumbach T, Juptner W 2001 *Optics and Lasers in Engineering* **36** 103
- [5] Desse J M, Albe F, Tribillon J L 2002 *Appl. Opt.* **41** 5326
- [6] Lü Q N, GE B Z, Zhang Y M 2005 *J. Optoelectronics • Laser* **16** 85 (in Chinese) [吕且妮, 葛宝臻, 张以谟 2005 光电子·激光 **16** 85]
- [7] Chen G L, Lin C Y, Kuo M K, Chang C C 2008 *Appl. Phys.* **B 90** 527
- [8] Xu L, Peng X, Guo Z, Mia J, Asundi A 2005 *Opt. Express* **13** 2444
- [9] Picart P, Leval J 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 1744
- [10] Wang H Y, Zhao B Q, Song X F 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 374 (in Chinese) [王华英, 赵宝群, 宋修法 2009 光学学报 **29** 374]
- [11] Zhao J L, Jiang H H, Di J L 2008 *Opt. Express* **16** 2514
- [12] Lü Q N, Chen Y L, Yuan R, Ge B Z, Gao Y, Zhang Y M 2009 *Appl. Opt.* **48** 7000
- [13] Wang X L, Zhang N, Zhao Y B, Li Z L, Zhai H C, Zhu X N 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 354 (in Chinese) [王晓雷, 张楠, 赵友博, 李智磊, 翟宏琛, 朱晓农 2008 物理学报 **57** 354]
- [14] Zhou W J, Hu W T, Guo L, Xu Q S and Yu Y J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8499 [周文静, 胡文涛, 郭路, 徐强胜, 于灏洁 2010 物理学报 **59** 8499]
- [15] Hu H F, Wang X L, Guo W G, Zhai H C, Wang P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 017901 [胡浩丰, 王晓雷, 郭文刚, 翟宏琛, 王攀 2011 物理学报 **60** 017901]
- [16] Li J C, Peng Z J, Tankam P, Song Q H, Picart P 2011 *JOSA A* **28** 1291
- [17] Born M, Wolf E 2005 *Principles of Optics* (7th Ed.) (Beijing: Publishing House Electronics Industry), p391 (in Chinese) [玻恩, 沃尔夫. 光学原理 [M]. 杨葭孙译, 北京: 2005 电子工业出版社, 第 391 页]
- [18] Goodman J W 2006 *An Introduction to Fourier Optics* (3rd Ed) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp12, 99, 141 [Goodman J W, 傅里叶光学导论 (第三版) (中译本) (北京: 电子工业出版社) 第 12, 99, 141 页]
- [19] Chen J B, Su X Y, 2008 *Optical Information Technique Principles & Applications* (2nd Ed), Beijing: Higher education Press, p379 (in Chinese) [陈家璧, 苏显渝主编, 光学信息技术原理及应用 (第 2 版) [M], 2008 北京: 高等教育出版社: 第 379 页]
- [20] Kreis T M 2002 *Opt. Eng.* **41** 771
- [21] Li J C, Xiong B H 2009 *Optical Information*, 2011 (Beijing: Science Press), pp32, 49, 160, 214 (in Chinese) [李俊昌, 熊秉衡, 信息光学教程, 2011 北京: 科学出版社, 第 32, 49, 160, 214 页]
- [22] Zhang Y M 2008 *Applied Optics* (3rd Ed), 2008 (Beijing: Publishing House of Electronics Industry), p 117 (in Chinese) [张以谟, 应用光学 (第 3 版), 2008 (北京: 电子工业出版社), 第 117 页]
- [23] Li J C, Song Q H, Gui J B, Peng Z J, Lou Y L 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 0900135 (in Chinese) [李俊昌, 宋庆和, 桂进斌, 彭祖杰, 楼宇丽 2011 光学学报 **31** 0900135]
- [24] Li J C 2011 *Chin. J. Laser* **38** 0501001 (in Chinese) [李俊昌 2011 中国激光 **38** 0501001]
- [25] Li J C, Peng Z J, Fu Y C 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 064201

Focal depth research of digital holographic reconstructed image*

Li Jun-Chang[†]

(Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

(Received 23 September 2011; revised manuscript received 18 November 2011)

Abstract

Regarding the object scattering light as a superposition of light waves emitting from a lots of point sources on object surface of which phases have random values, in the paper, we investigate the diffracted field of digital holographic reconstructed image and defocused image. The definition of depth of focal (DOF) is also given based on the feature that the reconstructed image is displayed in pixels. According to the characteristic that the physical dimensions of pixel are associated with computation method, focal depth expressions are deduced when image is reconstructed with different algorithms. Finally, experimental verification is given.

Keywords: digital holography, wavefront reconstruction, focal depth of coherent imaging

PACS: 42.40.-i, 42.30.Wb, 42.30.Kq

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977007).

[†] E-mail: jcli@vip.163.com