

## 光子晶体光纤中布里渊散射声波模式特性的分析\*

侯尚林<sup>1)†</sup> 薛乐梅<sup>1)</sup> 黎锁平<sup>1)</sup> 刘延君<sup>1)</sup> 徐永钊<sup>2)</sup>

1) (兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

2) (东莞理工学院电子工程学院, 东莞 523808)

(2011年10月26日收到; 2011年11月28日收到修改稿)

推导了光子晶体光纤中声波微小位移波动方程; 研究了泵浦波长以及纤芯折射率对声波模式的影响; 应用石英圆柱模型研究了小芯径光子晶体光纤中纤芯直径对布里渊散射声波模式色散的影响. 结果表明在光子晶体光纤中, 纵向声波和横向声波共同作用产生质点声场, 两者相互耦合将产生混合声波模式; 可以通过改变泵浦波长或光子晶体光纤纤芯折射率来改变参与布里渊散射 (BS) 过程的声波模式的传播常数; 随着光子晶体光纤 (PCF) 纤芯直径的增大, 声波模式耦合程度得到加强, 相速度呈减小趋势, 且同一传播常数下, 声波模式数呈增多趋势; 随着泵浦波频率的增大, 声波相速度减小.

**关键词:** 布里渊散射, 光子晶体光纤, 声波模式

**PACS:** 42.65.Es, 42.81.-i, 62.65.+k

## 1 引言

光纤中的受激布里渊散射 (SBS) 可以表述为泵浦场与斯托克斯场通过声子场而发生的非线性相互作用<sup>[1,2]</sup>. 由于光纤中 SBS 具有低阈值、布里渊增益线宽窄、声光相互作用区长、操作灵活、易于实现等特点, 使得 SBS 在光纤慢光、光纤激光器以及光纤传感等领域具有广阔的应用前景. 与普通光纤相比, 光子晶体光纤 (PCF) 灵活新颖的结构特性使其具有更高的非线性特性以及布里渊散射调控能力, 因而成为光通信慢光领域的研究热点<sup>[3-7]</sup>. PCF 结构设计灵活, 因此可以通过改变微结构参数来达到调控布里渊散射 (BS) 的目的. Russel 等<sup>[8]</sup> 通过实验研究了 PCF 中的声子带隙; Enomori 等<sup>[9]</sup> 基于有限元法理论分析了 PCF 中局部的声波模式; Dainses 等<sup>[10]</sup> 通过实验研究了小孔径 PCF 的 BS 谱的多峰结构, 并对 PCF 中的声波导模式作了初步的理论分析; 黄俨等<sup>[11]</sup> 通过石英圆柱模型理论分析了小芯径 PCF 中的异常 BS 双峰

结构随泵浦波长与温度的演化规律.

基于本课题组先前的研究工作<sup>[12,13]</sup>, 本文推导了 PCF 中的声波微小位移波动方程, 运用等效折射率模型, 研究了小芯径 PCF 纤芯折射率、BS 泵浦波长以及纤芯直径对 BS 声波模式色散的影响. 结果表明 PCF 中的纵向声波和横向声波共同作用将产生质点声场, 两者相互耦合产生混合声波模式; 通过改变泵浦波长或 PCF 纤芯折射率可以改变参与 BS 过程的声波模式的纵向传播常数; 声波模式耦合程度随着 PCF 纤芯直径的增大而加强, 且在同一纵向传播常数下, 声波模式数呈增多趋势; 声波相速度随泵浦波频率的增大而减小且随着 PCF 纤芯直径的增大而减小.

## 2 理论分析

光纤中的 BS 过程是指泵浦光场通过电致伸缩效应产生弹性声波场, 并周期性地对介质折射率进行调制而形成运动的光栅, 从而散射泵浦光. 该过

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61167005)、甘肃省自然科学基金项目 (批准号: 1010RJA036)、兰州理工大学博士启动基金和广东省自然科学基金 (批准号: 10451170003004948) 资助的课题.

† E-mail: houshanglin@gmail.com

程可以经典的描述为泵浦波与斯托克斯波通过声波而发生的非线性相互作用. 声波波长  $\Lambda_A$  由泵浦波波长  $\lambda$  以及 PCF 纤芯折射率表示为 [14]

$$\Lambda_A = \lambda/2n, \quad (1)$$

其中  $n$  为纤芯折射率.

光纤中的声波是一种弹性波, 在光纤中传播时激起介质中各质点沿声波的传播方向振动, 引起介质的密度呈疏密相间的交替变化, 从而引起介质折射率的周期性变化. 假设 PCF 为理想弹性材料, 则由以下三组方程可推得 PCF 中的声波微小位移波动方程:

1) 运动微分方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial z} + \rho X &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial z} + \rho Y &= \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} + \rho Z &= \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$  为正应力分量,  $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{23} = \sigma_{32}, \sigma_{13} = \sigma_{31}$  为剪应力分量.  $\rho$  为材料密度,  $u_1, u_2, u_3$  分别为沿  $x, y, z$  轴的位移分量,  $X, Y, Z$  为体力矢量在坐标轴上的投影, 其中体力为弹性体内单位体积上所受的外力.

2) 几何方程

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial x} \right), \\ \varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial y}, \quad \varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial z} - \frac{\partial u_3}{\partial y} \right), \\ \varepsilon_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial z}, \quad \varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial u_3}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$  为法向应变分量;  $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}$  为切向应变分量.

3) 物理方程

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda e + 2\mu \varepsilon_{11}, \quad \sigma_{12} = \mu \varepsilon_{12}, \\ \sigma_{22} &= \lambda e + 2\mu \varepsilon_{22}, \quad \sigma_{23} = \mu \varepsilon_{23}, \\ \sigma_{33} &= \lambda e + 2\mu \varepsilon_{33}, \quad \sigma_{31} = \mu \varepsilon_{31}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} e &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} \\ &= \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{u}, \end{aligned}$$

$\lambda$  和  $\mu$  为兰姆常数.

将上述物理方程带入运动微分方程并忽略体力, 最终可化简得到 PCF 中声波微小位移波动方程 [8,9]

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \rho \omega^2 \mathbf{u} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

对式 (5) 取散度, 且利用  $e = \nabla \cdot \mathbf{u}, \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$ , 可得纵波波动方程

$$\rho \ddot{e} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 e, \quad (6)$$

其中  $\ddot{e} = \frac{\partial^2 e}{\partial t^2}$ , 即  $e$  对时间的二阶导数.

对式 (5) 取旋度, 且利用  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}, \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$  可得横波波动方程

$$\rho \ddot{\boldsymbol{\omega}} = \mu \nabla^2 \boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

其中  $\ddot{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2}$ , 即  $\boldsymbol{\omega}$  对时间的二阶导数.

在 PCF 中,  $\nabla \cdot \mathbf{u} \neq 0$  且  $\nabla \times \mathbf{u} \neq 0$ , 由式 (5), (6), (7) 可见, 在 PCF 中, 纵向声波和横向声波共同作用产生质点声场, 两者相互耦合将产生混合声波模式 [15].

在分析小芯径 PCF 中, 我们忽略包层空气孔结构, 在自由边界条件下, 将其近似为真空中的石英圆柱 [11]. 由式 (5) 可得到石英圆柱型 PCF 中 BS 声波模式的色散方程 [11,16]

$$\begin{aligned} (V_P^2/2V_S^2 - 1)^2 \mathfrak{J}_1(ha) \\ = (V_P^2/V_D^2 - 1)[V_P^2/2V_S^2 - \mathfrak{J}_1(ka)], \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $V_P$  为声波模式的相速度也称为声波模式的等效声速, 表达式为

$$V_P = \frac{\omega}{\beta}. \quad (9)$$

$\omega$  和  $\beta$  分别为声波模式的角频率和相移常数.  $V_S$  为石英材料的横波声速,  $V_D$  为纵波声速.  $\mathfrak{J}_p(x) = xJ_{p-1}(x)/J_p(x)$ , 其中  $J_p(x)$  为第  $p$  阶贝塞尔函数.  $a$  为石英圆柱型 PCF 的纤芯半径,  $h$  和  $k$  分别满足  $h^2 = \omega^2/V_D^2 - \beta^2$  和  $k^2 = \omega^2/V_S^2 - \beta^2$ .

### 3 数值模拟及讨论

由式 (1) 可得声波波长随纤芯折射率以及泵浦波波长的变化关系, 如图 1, 2 所示. 从图 1 可看出, 当泵浦波长取  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  时, 声波波长随 PCF

纤芯折射率的增大而呈线性减小; 由图 2 可看出, 取纤芯折射率  $n = 1.44402$  时, 声波波长随泵浦波波长的增大而线性增大, 因此通过改变泵浦波长或 PCF 纤芯折射率可以改变声波的波长, 从而改变参与 BS 过程的声波模式的传播常数.

根据式 (6), 我们考查了 BS 声波模式色散特性随纤芯直径的变化情况. 我们考虑了三种全内反射型 PCF(TIRPCF) 的参数以及熔融石英的典型值, 并选取如下 (部分参数取自文献 [17]): 纤芯直径分别为  $1.4 \mu\text{m}$ ,  $1.8 \mu\text{m}$  和  $2.2 \mu\text{m}$ ,  $V_S = 3.764 \text{ km/s}$ ,  $V_D = 5.968 \text{ km/s}$ .

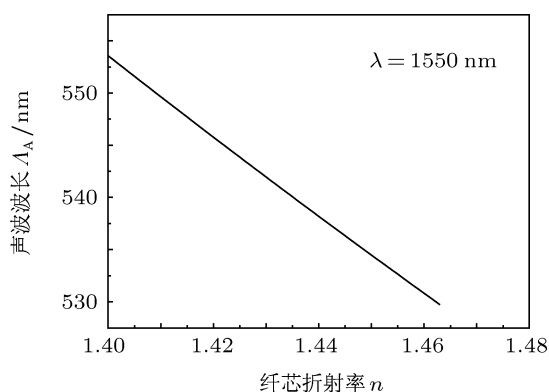


图 1 声波波长随纤芯折射率的变化曲线

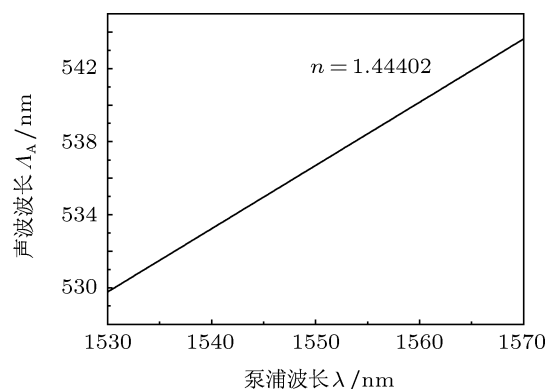


图 2 声波波长随泵浦波长的变化曲线

图 3 为不同纤芯直径下相速度随相移常数的变化曲线. 从图 3 可看出, 随着相移常数的增大, 相速度总体呈减小的趋势, 且随着 PCF 纤芯直径的增大, 同一相移常数下, 声波模式数呈增多趋势.

图 4 为不同纤芯直径下频率随相移常数的变化曲线. 从图 4.1—4.3 中可以明显看出, 不同频率的声波模式间存在模式耦合. 从图 4 总体看, 模式耦合程度随着纤芯直径的增大而得到加强, 且随纤

芯直径的增加, 同一相移常数下, 声波模式数呈增多趋势.

参与 BS 过程的是相互耦合的两个相邻的声波模式, 这样的声波模式耦合数越多, 则在 BS 增益系数谱中产生的峰就越多. 对于大孔径 PCF, 影响 BS 增益系数谱的主要为纵向声波模式, 在图 3, 4 中, 对于纤芯直径较大的 PCF, 声波模式数量较多, 且在同一频率下模式分布紧密, 所以在大孔径 PCF 中

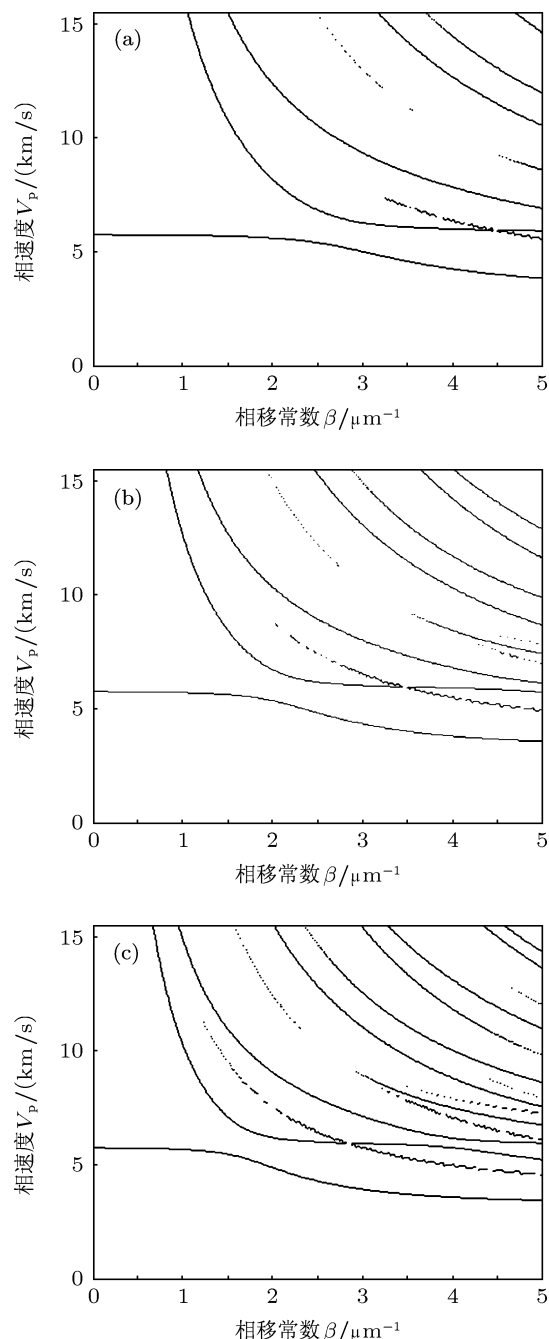


图 3 相速度随相移常数的变化曲线 (a) 纤芯直径  $d_c = 1.4 \mu\text{m}$ ; (b) 纤芯直径  $d_c = 1.8 \mu\text{m}$ ; (c) 纤芯直径  $d_c = 2.2 \mu\text{m}$

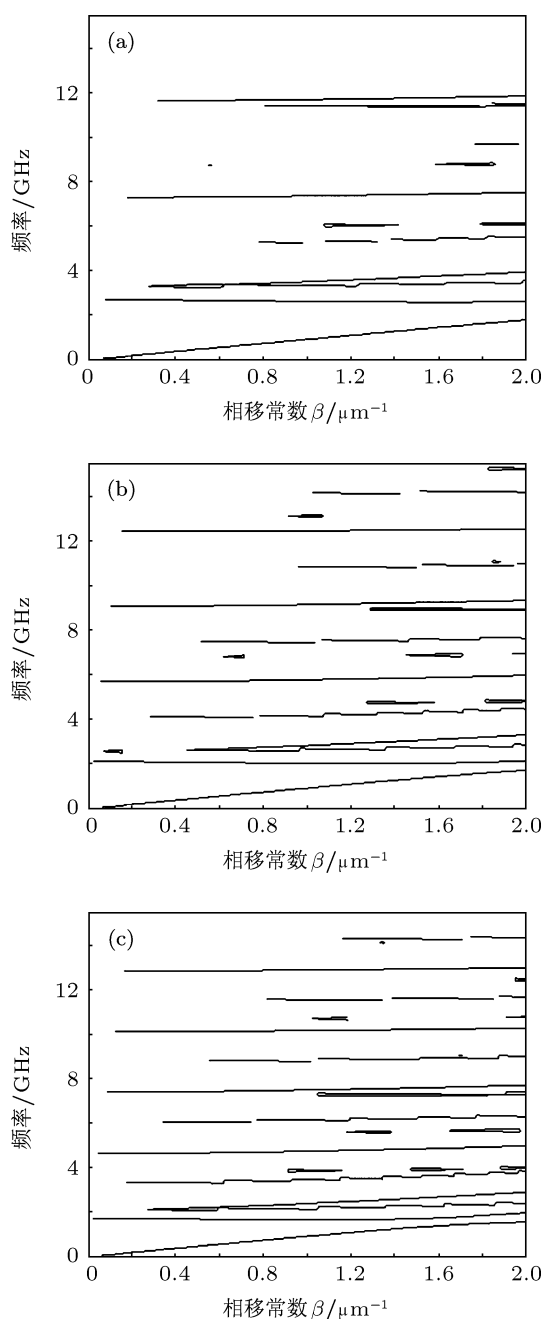


图4 频率随相移常数的变化曲线 (a) 纤芯直径  $d_c = 1.4 \mu\text{m}$ ; (b) 纤芯直径  $d_c = 1.8 \mu\text{m}$ ; (c) 纤芯直径  $d_c = 2.2 \mu\text{m}$

易出现布里渊增益系数谱的单峰结构; 在小芯径 PCF 中, 参与 BS 过程的各声波模式间的频差较大, 且横向声波模式的影响不可忽略, 所以会出现

横、纵声波模式合成新的模式的现象, 结果造成了小芯径 PCF 的 BS 增益系数谱的多峰结构.<sup>[10,18]</sup>

图 5 为不同纤芯直径下相速度随频率的变化曲线, 从图中可看出相速度随频率的增大而减小幅度增大; 不同纤芯直径的 PCF, 其相速度存在截止频率, 图中纤芯直径从  $1.4\text{--}2.2 \mu\text{m}$  的 PCF, 其相速度的截止频率分别为  $14.282 \text{ GHz}$ ,  $11.11 \text{ GHz}$  和  $9.09 \text{ GHz}$ , 且在同一频率下, 相速度随纤芯直径的增大而减小.

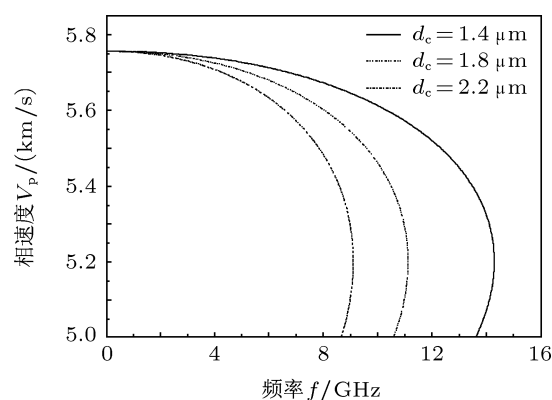


图5 不同纤芯直径下相速度随频率的变化曲线

## 4 结论

以弹性力学知识为基础, 推导了光子晶体光纤中声波微小位移波动方程; 针对 PCF 中的 BS, 研究了泵浦波长以及纤芯折射率对声波波长的影响; 研究了小芯径石英圆柱型 PCF 中纤芯直径对布里渊声波模式色散的影响. 结果表明: 在 PCF 中, 纵向声波和横向声波共同作用产生质点声场, 两者相互耦合将产生混合声波模式; 泵浦波长以及 PCF 纤芯折射率的大小都会对参与 BS 过程的声波模式的传播常数造成影响; 随着 PCF 纤芯直径的增大, 声波模式耦合程度得到加强声波相速度减小, 且在同一相移常数下, 声波模式数呈增多趋势; 随着泵浦波频率的增大, 声波相速度将减小. 这些结论与文献 [10] 中的实验现象是一致的.

[1] Damzen M J, Vlad V I, Babin V, Mocofanescu A 2003 *Stimulated Brillouin Scattering: Fundamentals and Applications* (London: Institute of Physics Publishing) p6

[2] Agrawal G P 1995 *Nonlinear Fiber Optics* (California: Academic Press) p306

[3] Zolla F 2005 *Foundations of Photonic Crystal Fibers* (London:

- Imperial College Press) p13
- [4] Yan M 2005 arXiv: 0508139v2 [physics.optics]
- [5] Cui Y L, Hou L T 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2571 (in Chinese) [崔艳玲, 侯蓝田 2010 物理学报 **59** 2571]
- [6] Cheng T L, Chai L, Li Y F, Hu M L, Wang Q Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 024216 (in Chinese) [程同蕾, 柴路, 栗岩峰, 胡明列, 王清月 2011 物理学报 **60** 024216]
- [7] Chen W, Li S Y, Lei D Y, Luo W Y, Wang D X, Huang Wen J 2009 *OFCIO*
- [8] Russell P S J, Marin E, Diez A 2003 *Opt. Express* **11** 2555
- [9] Enomori I, Saitoh K, Koshiba M, Matsui T 2005 *Electron. Comm. Jpn.* **88** 27
- [10] Dainese P, Russell P S J, Joly N, Knight J C, Wiederhecker G S, Fragnito H L, Laude V, Khelif A 2006 *Nat. Phys.* **2** 388
- [11] Huang Y, Zhang W, Wang Y, Huang Y D, Peng J D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1731 (in Chinese) [黄俨, 张巍, 王胤, 黄翊东, 彭江得 2009 物理学报 **58** 1731]
- [12] Hou S L, Zhang S J, Li S P, Liu Y J, Xu Y Z 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 0506004 (in Chinese) [侯尚林, 张书军, 黎锁平, 刘延君, 徐永钊 2011 光学学报 **31** 0506004]
- [13] Hou S L, Li H B, Li S P, Liu Y J, Xu Y Z 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 0606008 (in Chinese) [侯尚林, 李红兵, 黎锁平, 刘延君, 徐永钊 2011 光学学报 **31** 0606008]
- [14] McElhenny J E, Pattnaik R K, Toulouse J, Saitoh K, Koshiba M 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 582
- [15] Dainese P, Russell P S J, Wiederhecker G S, Joly N, Fragnito H L, Laude V, Khelif A 2006 *Opt. Express* **14** 4141
- [16] Thurston R N 1978 *J. Acoust. Soc. Am.* **64** 1
- [17] Kuttruff H 2007 *Acoustics* (New York: Taylor & Francies Group) p191
- [18] Li Y, Liu Y G, Zhao J F, Tai B Y, Yan A D 2010 *Front. Optoelectron. China* **3** 260

## Study on characteristics of acoustic modes via stimulated Brillouin scattering in photonic crystal fiber\*

Hou Shang-Lin<sup>1)\*</sup> Xue Le-Mei<sup>1)</sup> Li Suo-Ping<sup>1)</sup> Liu Yan-Jun<sup>1)</sup> Xu Yong-Zhao<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

<sup>2)</sup> (Institute of Electronic Engineering, Dong Guan University of Technology, Dongguan 523808, China)

(Received 26 October 2011; revised manuscript received 28 November 2011)

### Abstract

The effects of optical fiber parameters, pump wavelength and the fiber core refractive index in small-core photonic crystal fibers on characteristics of acoustic modes and the dependency of the acoustic modes coupling are investigated by the effective index method. The results indicate that both the mixed longitudinal acoustic mode and transverse acoustic mode jointly produce the acoustic fields, and their coupling forms the mixed acoustic mode; the propagation constant of acoustic mode can be changed by tailoring the pump wavelength or the PCF core refractive index in the process of SBS; the acoustic mode coupling increase and the phase velocity of the acoustic mode decreases with the increase of the PCF core diameter, and there is also a growing trend of the number of the acoustic modes at the same propagation constant. The velocity decreases with the increase of the frequency of the pump wave.

**Keywords:** Brillouin scattering, photonic crystal fiber, acoustic mode

**PACS:** 42.65.Es, 42.81.-i, 62.65.+k

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61167005), Gansu Province Natural Science Found (Grant No. 1010RJZA036), Doctor Starting Fund of Lanzhou University and Guangdong Province Natural Science Fund (Grant No. 10451170004948).

† E-mail: houshanglin@gmail.com