

一维函数光子晶体的研究*

王光怀¹⁾ 王清才¹⁾ 吴向尧^{1)†} 张斯淇¹⁾ 王婧¹⁾ 刘晓静¹⁾
巴诺¹⁾ 高海欣¹⁾ 郭义庆²⁾

1) (吉林师范大学物理学院, 四平 136000)

2) (中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

(2011年9月14日收到; 2011年11月22日收到修改稿)

本文提出一种新型函数光子晶体, 其折射率是空间位置函数. 由费马原理, 我们给出光在一维、二维和三维函数光子晶体中的运动方程, 以及一维函数光子晶体的色散关系、带隙结构和透射率, 再利用传输矩阵理论研究函数光子晶体周期数、入射角和介质层的厚度等对透射率和禁带结构的影响, 计算发现通过选择不同的折射率空间分布函数, 可以得到比传统光子晶体更宽或更窄的禁带结构. 这样为我们设计不同带隙结构的光子晶体提供理论依据.

关键词: 光子晶体, 折射率, 传输矩阵

PACS: 42.70.Qs, 78.20.Ci, 41.20.Jb

1 引言

光子晶体是1987年由Yablonovitch和John提出的新型光学材料, 通过改变不同折射率材料的堆积方式来实现对光传播的控制^[1,2]. 由于光子在这种光学材料中的行为类似电子在凝聚态材料中的行为, 光子晶体可能具有着类似半导体能带的禁带^[3-7], 落在禁带中的光被禁止传播. 这使得光子晶体具有巨大的应用前景. 如光子晶体光纤、光子晶体波导、全向反射镜、光子晶体滤波器、光子晶体偏振器等. 近年来, 光子晶体是光子学与光学工程研究中的热门课题, 因为其显著的特点是可控制光子的运动, 这被认为是未来光子器件研制的核心. 而光子器件的研究和发展直接影响光通讯业的发展, 所以对光子晶体的研究是有重大价值的. 在理论上需要研究不同结构光子晶体的禁带性质, 设计出禁带尽可能大的光子晶体材料. 目前, 计算光子晶体能带常用的方法有时域有限差分法、平面波展开法、传输矩阵法、有限元法、多重散射法等.

光子晶体的理论计算经过20年的发展已经比较成熟, 理论方法的计算和计算机仿真对制做某种特定性能的光子晶体的参数和材料的选取提供

重要的理论指导, 这样我们就需要一个简单而快捷的计算方法^[8-13]. 各种光子晶体器件也被相继提出, 实验方面也制作出许多不同性能的光子晶体^[14-19]. 但是对于一些特殊的光子晶体的研究还需要进一步的深入, 因为这些特殊类型的光子晶体具有传统的光子晶体所不具有的一些特性, 这些特性能够进一步的满足人们对于光子晶体器件性能的实际需要, 具有非常重要的应用价值. 本文提出一种新型函数光子晶体, 即介质层的折射率是随空间位置变化的周期函数. 具体来说, 在一个周期中的两个半周期内折射率是空间坐标的连续函数, 但在两个半周期的边界处折射率不连续. 由费马原理, 给出了光在这种特殊类型的函数光子晶体中的运动方程, 再根据光学传输理论计算一维函数光子晶体的传输特性, 以及色散关系、带隙结构和透射率. 计算表明, 通过选择不同的折射率空间分布函数, 可以得到比传统光子晶体更宽或更窄的禁带结构. 这为设计不同带隙结构的光子晶体提供理论依据, 同时给出一种新的设计思路.

2 光在一维函数光子晶体中的运动方程

对于函数光子晶体, 介质层的折射率是一个随

* 吉林省科技发展计划基金(批准号: 20082112)资助的课题.

† E-mail: wuxy2066@163.com

空间位置变化的周期函数, 一维函数光子晶体所对应的介质层的折射率分别为 $n(z)$. 下面, 我们将推导光在一维函数光子晶体中的运动方程.

首先, 我们给出光在一维光子晶体中二维空间传播的运动方程, 也就是说折射率为 $n = n(z)$, 运动的轨迹在 xy 平面上. 入射的光波照射在平面上的 A 点, 曲线 AB 和 BC 分别表示光的入射路径和反射路径, 如图 1 所示.

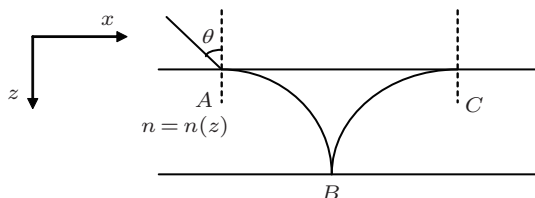


图 1 光在一维函数光子晶体中的传播路径

光的运动方程可以由费马原理得到, 它是:

$$\delta \int_A^B n(z) ds = 0, \quad (1)$$

在二维传播空间中, 线元 ds 为:

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dz)^2} = \sqrt{1 + \dot{z}^2} dx, \quad (2)$$

因为 $\dot{z} = \frac{dz}{dx}$, 方程 (1) 变成

$$\delta \int_A^B n(z) \sqrt{1 + \dot{z}^2} dx = 0, \quad (3)$$

把方程 (3) 转换成:

$$\int_A^B \left(\frac{\partial n(z) \sqrt{1 + \dot{z}^2}}{\partial z} \delta z + \frac{\partial n(z) \sqrt{1 + \dot{z}^2}}{\partial \dot{z}} \delta \dot{z} \right) dx = 0. \quad (4)$$

对于 A 和 B 两个端点, 他们变化为零, 即 $\delta z(A) = \delta z(B) = 0$, 方程 (4) 可以得到:

$$\frac{\partial n(z)}{\partial z} - n(z) \frac{\dot{z}}{1 + \dot{z}^2} = 0. \quad (5)$$

方程 (5) 为光在一维光子晶体中二维空间传播的运动方程.

3 单介质层中传输矩阵的推导

在本节, 我们将计算出光在一维函数光子晶体的二维运动空间的单介质层中传播的传输矩阵. 由电场和磁场的边值关系: 在介质交界面的切向方向上的电场强度和磁场强度是连续的. 如图 2 所示, E_0, H_0 为在界面 I 的上侧的场矢量, E_1 和 H_1 为在

界面 I 的下侧的场矢量, E_{II} 和 H_{II} 为在界面 II 的下侧的场矢量. 在界面 I 的上电场分量有入射光波 E_{i1} , 透射光波 E_{t1} , 反射光波 E_{r1} 和从界面 I 下侧入射到界面 I 的光波 E'_{r2} .

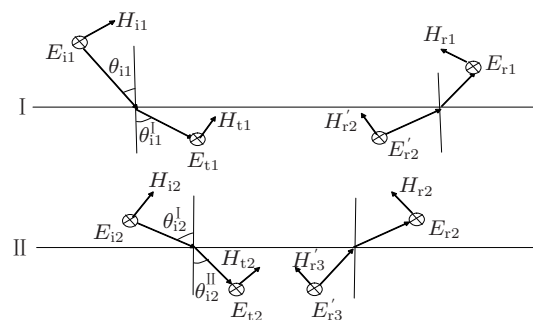


图 2 在介质层中光的传播

由电场和磁场的边值关系, 对于界面 I 的两侧, 电场强度 E 和磁场强度 H 在切向方向上的分量是连续的, 界面 I 的两侧有 $E_0 = E_1, H_0 = H_1$, 所以在界面 I 上有

$$\begin{cases} E_0 = E_1 = E_{t1} + E'_{r2}, \\ H_0 = H_1 = H_{t1} \cos \theta_t^I - H'_{r2} \cos \theta_t^I. \end{cases} \quad (6)$$

同样对于界面 II 的两侧, 电场强度 E 和磁场强度 H 在切向方向上的分量也是连续的, 表示为:

$$\begin{cases} E_{II} = E'_1 = E_{i2} + E_{r2}, \\ H_{II} = H'_1 = H_{i2} \cos \theta_t^I - H_{r2} \cos \theta_t^I. \end{cases} \quad (7)$$

电场强度 E_{t1} 为:

$$\begin{aligned} E_{t1} &= E_{t10} e^{i(k_x x_A + k_z z)}|_{z=0} \\ &= E_{t10} e^{i \frac{\omega}{c} n(0) \sin \theta_t^I x_a}, \end{aligned} \quad (8)$$

和电场强度 E_{i1} 为:

$$\begin{aligned} E_{i2} &= E_{t10} e^{i(k'_x x_B + k'_z z)}|_{z=b} \\ &= E_{t10} e^{i \frac{\omega}{c} n(b) (\sin \theta_t^I x_B + \cos \theta_t^I b)}, \end{aligned} \quad (9)$$

在这里 x_A 和 x_B 是 x 在 A 和 B 两点的坐标分量.

现在, 我们计算入射角 θ_t^I , 由方程 (8) 可以直接推导出:

$$\frac{\partial n(z)}{n(z)} = \frac{\dot{z} \partial \dot{z}}{1 + \dot{z}^2}. \quad (10)$$

对方程 (10) 两边同时进行积分, 得到:

$$\left(\frac{n(b)}{n(0)} \right)^2 = \frac{1 + k_b^2}{1 + k_0^2}, \quad (11)$$

其中

$$k_b = \frac{dz}{dx}|_{z=b} = \cot \theta_t^I, \quad (12)$$

$$k_0 = \frac{dz}{dx}|_{z=b} = \cot \theta_t^I, \quad (13)$$

和

$$\theta_t^I = \arcsin \left(\frac{n_0}{n(0)} \sin \theta_t^I \right), \quad (14)$$

其中 $n(0)$ 为空气的折射率, 并且 $n(0) = n(z)|_{z=0}$.

把方程 (12), 方程 (13) 和方程 (14) 代入方程 (11), 可以得到:

$$\frac{1 + \cot^2 \theta_t^I}{1 + \cot^2 \theta_t^I} = \frac{n^2(b)}{n^2(0)}. \quad (15)$$

从方程 (15), 我们可以发现当 $n(0) = n(b)$ 时, 有:

$$\theta_t^I = \theta_i^I. \quad (16)$$

对方程 (10) 两边同时进行积分, 我们可以得到坐标分量 x_B ,

$$x_B = x_A + \int_0^b \frac{dz}{\sqrt{(1 + k_0^2) \left(\frac{n(z)}{n(0)} \right)^2 - 1}}. \quad (17)$$

把方程 (17) 代入方程 (9), 得到:

$$E_{i2} = E_{t10} \exp \left[i \frac{\omega}{c} n(b) \left(\sin \theta_i^I \times \int_0^b \frac{dz}{\sqrt{(1 + k_0^2) \left(\frac{n(z)}{n(0)} \right)^2 - 1}} + \sin \theta_i^I x_A + \cos \theta_i^I b \right) \right], \quad (18)$$

再把方程 (8) 代入方程 (18), 得到:

$$E_{i2} = E_{t1} e^{i\delta_b}, \quad (19)$$

其中

$$\delta_b = \frac{\omega}{c} n(b) \left(\cos \theta_i^I b + \sin \theta_i^I \times \int_0^b \frac{dz}{\sqrt{(1 + k_0^2) \left(\frac{n(z)}{n(0)} \right)^2 - 1}} \right), \quad (20)$$

同样

$$E'_{r2} = E_{r2} e^{i\delta_b}. \quad (21)$$

把方程 (19) 和方程 (21) 分别代入方程 (6) 和方程 (7), 并且因为 $H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n E$, 可以得到:

$$\begin{cases} E_I = E_{t1} + E_{r2} e^{i\delta_b}, \\ H_I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(0) E_{t1} \cos \theta_t^I \\ \quad - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) E_{r2} \cos \theta_t^I e^{i\delta_b}, \end{cases} \quad (22)$$

和

$$\begin{cases} E_{II} = E_{t1} e^{i\delta_b} + E_{r2}, \\ H_{II} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(0) E_{t1} e^{i\delta_b} \cos \theta_i^I \\ \quad - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) E_{r2} \cos \theta_i^I, \end{cases} \quad (23)$$

由方程 (22) 和方程 (23), 我们可以得到:

$$\begin{cases} E_I = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) E_{t1} e^{i\delta_b} \cos \theta_i^I} \\ \quad \times \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) \cos \theta_i^I \cos \delta_b E_{II} \\ \quad - i \sin \delta_b E_{II}, \\ H_I = \frac{n(0) \cos \theta_{t1}^I}{n(b) \cos \theta_{t2}^I} \left(-i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) \cos \theta_i^I \right. \\ \quad \left. \times \sin \delta_b E_{II} + \cos \delta_b E_{II} \right). \end{cases} \quad (24)$$

方程 (24) 可写为

$$\begin{pmatrix} E_I \\ H_I \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

其中 M 矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & \frac{-i \sin \delta_b}{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(b) \cos \theta_i^I} \\ -i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(0) \cos \theta_i^I \sin \delta_b & \frac{n(0) \cos \theta_t^I}{n(b) \cos \theta_i^I} \cos \delta_b \end{pmatrix}. \quad (26)$$

方程 (26) 中的 M 为半个周期的传输矩阵. 当 $n(0) = n(b)$ 时, 得到:

$$\theta_t^I = \theta_i^I, \quad (27)$$

则半个周期的传输矩阵 M 变为:

$$M = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & -\frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \\ -i \eta_b \sin \delta_b & \cos \delta_b \end{pmatrix}, \quad (28)$$

其中 $\eta_b = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n(0) \cdot \cos \theta_i^I$. 下面, 我们将研究在 $n(0) = n(b)$ 情况下一维函数光子晶体.

4 一维函数光子晶体中传输矩阵的推导

在上一节, 我们得到了半个周期的传输矩阵. 我们知道传统的光子晶体是由两种折射率不同的介质构成, 并且折射率在两介质的表面不是连续的.

于是我们设计的一维函数光子晶体的结构如下: 在上半个周期的介质中, 介质的折射率是 $n_1(z)$, 在下半个周期的介质中, 介质的折射率是 $n_2(z)$, 而上半个周期和下半个周期的介质厚度分别为 b 和 a , 他们的折射率满足的条件为: $n_1(b) \neq n_2(0)$, 如图 3 所示.

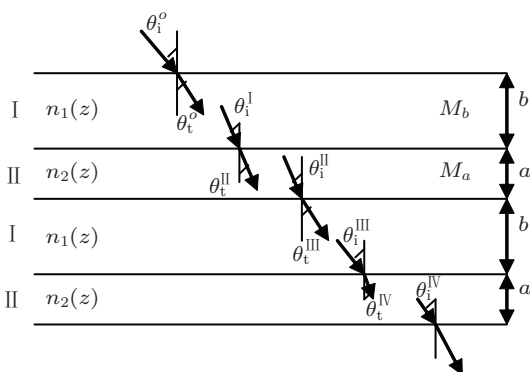


图 3 两个周期函数光子晶体的投射图

设入射角为 θ_i^0 . 根据折射定律, 可以得到:

$$\sin \theta_t^I = \frac{n_0}{n_1(0)} \sin \theta_i^0, \quad (29)$$

其中 n_0 为光在空气中的折射率, 并且 $n_1(0) = n_1(z)|_{z=0}$.

当 $n_1(0) = n_1(b)$, $\theta_i^I = \theta_t^I$ 时, 我们能够得到在第一个半周期中的传输矩阵 M_b^I 为:

$$M_b = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & -\frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \\ -i\eta_b \sin \delta_b & \cos \delta_b \end{pmatrix}, \quad (30)$$

其中

$$\eta_b = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n_1(0) \cos \theta_t^I, \quad (31)$$

和

$$\delta_b = \frac{\omega}{c} n_1(0) \left[\cos \theta_t^I \cdot b + \sin \theta_t^I \times \int_0^b \frac{dz}{\sqrt{(1+k_0^2) \left(\frac{n_1(z)}{n_1(0)} \right)^2 - 1}} \right], \quad (32)$$

其中 $k_0 = \cot \theta_t^I$.

在第二个半周期 II 中, 根据折射定律, 可以得到:

$$\sin \theta_t^{II} = \frac{n_1(b)}{n_2(0)} \sin \theta_i^I, \quad (33)$$

当 $n_2(0) = n_2(a)$ 时, 我们得到

$$\theta_i^{II} = \theta_t^{II}, \quad (34)$$

于是我们能够得到在第二个半周期中的传输矩阵 M_a^I 为:

$$M_a = \begin{pmatrix} \cos \delta_a & -\frac{i}{\eta_a} \sin \delta_a \\ -i\eta_a \sin \delta_a & \cos \delta_a \end{pmatrix}, \quad (35)$$

其中

$$\eta_a = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n_2(0) \cos \theta_t, \quad (36)$$

和

$$\delta_a = \frac{\omega}{c} n_2(0) \left[\cos \theta_t^{II} \cdot a + \sin \theta_t^{II} \times \int_b^{b+a} \frac{dz}{\sqrt{(1+k_1^2) \left(\frac{n_2(z)}{n_2(0)} \right)^2 - 1}} \right], \quad (37)$$

其中 $k_1 = \cot \theta_t$. 根据方程 (29) 和方程 (33), 我们可以得到:

$$\sin \theta_t^{II} = \frac{n_0(0)}{n_2(0)} \sin \theta_i^0, \quad (38)$$

和

$$\cos \theta_t^{II} = \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{(n_2(0))^2} \sin^2 \theta_i^0}. \quad (39)$$

最后我们得到了传输矩阵 M 为:

$$\begin{aligned} M &= M_b M_a \\ &= \begin{pmatrix} \cos \delta_b & -\frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \\ -i\eta_b \sin \delta_b & \cos \delta_b \end{pmatrix} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \cos \delta_a & -\frac{i}{\eta_a} \sin \delta_a \\ -i\eta_a \sin \delta_a & \cos \delta_a \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (40)$$

对于第 N 个周期, 电场强度 E_N , E_{N+1} 和磁场强度 H_N , H_{N+1} 满足的关系式为:

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = M_N \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}. \quad (41)$$

从方程 (41), 我们最终得到 N 个周期光子晶体的特征方程, 特征方程为:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix} &= M_1 M_2 \cdots M_N \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} \\ &= M_b M_a M_b M_a \cdots M_b M_a \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= M \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{n+1} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (42)
 \end{aligned}$$

其中 $M = M_b M_a M_b M_a \cdots M_b M_a$, 就是一维函数光子晶体的传输矩阵.

5 一维函数光子晶体的反射率、透射率和色散关系

我们根据第一个界面和第 $N + 1$ 界面上的电磁分量方程, 由方程 (42) 可以求出一维光子晶体的透射率和反射率, 分别为:

$$\begin{aligned}
 &\text{透射系数} \\
 t = \frac{E_{tN+1}}{E_{i1}} &= \frac{2\eta_0}{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N + C + D\eta_{N+1}}, \quad (43)
 \end{aligned}$$

透射率

$$T = t \cdot t^*, \quad (44)$$

反射系数

$$r = \frac{E_{ri}}{E_{i1}} = \frac{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N - C - D\eta_{N+1}}{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N + C + D\eta_{N+1}}, \quad (45)$$

反射率

$$R = r \cdot r^*. \quad (46)$$

根据特征矩阵方程 (41), 我们得到:

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = M_b M_a \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (47)$$

又根据 Bloch 定理有,

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = e^{-ikd} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (48)$$

其中 $d = b + a$, k 为布洛赫波矢. 由方程 (47) 和方程 (48), 我们发现:

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = M_b M_a \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{n+1} \end{pmatrix} = e^{-ikd} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}, \quad (49)$$

要是方程 (49) 有非零解, 定解的条件是:

$$\det(M_b M_a - e^{-ikd}) = 0, \quad (50)$$

即

$$\begin{aligned}
 &\left(\cos \delta_b \cos \delta_a - \frac{\eta_a}{\eta_b} \sin \delta_b \sin \delta_a - e^{-ikd} \right) \\
 &\times \left(\cos \delta_b \cos \delta_a - \frac{\eta_b}{\eta_a} \sin \delta_b \sin \delta_a - e^{-ikd} \right) \\
 &+ \left(-\frac{i}{\eta_a} \cos \delta_b \cos \delta_a - \frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \cos \delta_a \right) \\
 &\times (-i\eta_b \sin \delta_b \cos \delta_a - i\eta_a \cos \delta_b \sin \delta_a) = 0, \quad (51)
 \end{aligned}$$

于是我们得到一维周期结构的函数光子晶体的色散关系为:

$$\begin{aligned}
 \cos(kd) &= \cos \delta_b \cos \delta_a \\
 &- \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_b}{\eta_a} + \frac{\eta_a}{\eta_b} \right) \sin \delta_b \sin \delta_a. \quad (52)
 \end{aligned}$$

6 数值分析

通过上面的理论计算, 我们给出了一维周期结构的函数光子晶体的色散关系和透射率, 由方程 (44) 和方程 (52), 我们可以分别给出一维函数光子晶体的带隙结构和色散关系. 下面, 利用传输矩阵理论计算函数光子晶体的透射率、色散关系以及不同入射角对透射率、色散关系的影响.

(1) 不同函数形式的折射率对光子晶体带隙的影响

我们讨论光子晶体介质层折射率对光子晶体的禁带影响. 定义其它的参数保持不变, 选取不同函数形式的折射率. A 介质层的厚度 a 为 740 nm, 折射率为空间坐标函数, 其分布为 $n_1(z)$ 函数, B 介质层的厚度 b 为 1260 nm, 折射率也为空间坐标函数, 其分布为 $n_2(z)$ 函数, 空间周期 $d = a + b = 2000$ nm, 波长 λ 为 6955.6 nm, $n_1(0) = n_1(b) = \sqrt{1.9}$, $n_2(b) = n_2(b + a) = \sqrt{5.5}$, $\theta_i^0 = \pi/3$, $m = 4$, $A_1 = 100$, $A_2 = 200$, 周期数为 64 周期. 下面我们选取三种不同函数形式的折射率, 来分析折射率对光子晶体带隙的影响. 三种不同函数形式的折射率分别为:

1) 正弦函数型折射率:

$$\begin{cases} n_1(z) = n_1(0) + A_1 \sin\left(\frac{\pi}{b}z\right), & 0 \leq z \leq b, \\ n_2(z) = n_2(b) + A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a}(z-b)\right), & b \leq z \leq b+a, \end{cases} \quad (53)$$

2) 上折线函数型折射率:

$$n_1(z) = \begin{cases} n_1(0) + \frac{2(m-1)n_1(0)z}{b}, & 0 \leq z \leq \frac{b}{2}, \\ n_1(0) + \frac{2(m-1)n_1(0)(b-z)}{b}, & \frac{b}{2} \leq z \leq b, \end{cases} \quad (54)$$

$$n_2(z) = \begin{cases} n_2(0) + \frac{2(m-1)n_2(0)}{a}(z-b), & b \leq z \leq b + \frac{a}{2}, \\ n_2(0) + \frac{2(m-1)n_2(0)}{a}(a+b-z), & b + \frac{a}{2} \leq z \leq b+a, \end{cases} \quad (55)$$

3) 下折线函数型折射率:

$$n_1(z) = \begin{cases} n_1(0) - \frac{2n_1(0)(1-1.1\sin\theta_t^I)z}{b}, & 0 \leq z \leq \frac{b}{2}, \\ n_1(0) - \frac{2n_1(0)(1-1.1\sin\theta_t^I)(b-z)}{b}, & \frac{b}{2} \leq z \leq b, \end{cases} \quad (56)$$

$$n_2(z) = \begin{cases} n_2(0) - \frac{2n_2(0)(1-1.1\sin\theta_t^{II})(z-b)}{a}, & b \leq z \leq b + \frac{a}{2}, \\ n_2(0) - \frac{2n_2(0)(1-1.1\sin\theta_t^{II})(a+b-z)}{a}, & b + \frac{a}{2} \leq z \leq b+a. \end{cases} \quad (57)$$

利用方程 (48), 我们能够得到函数光子晶体的色散关系和带隙结构, 并且可以利用方程 (49) 和 (50) 求出函数光子晶体的透射率. 方程 (53)—(57) 的关系曲线如图 (4).

图 4 为一个周期内折射率函数的曲线图, (a), (b) 为一个周期内的正弦函数型折射率曲线, 即 (53) 式的函数曲线, (c), (d) 为一个周期内的上折线型折射率曲线, 即 (54) 式和 (55) 式的函数曲线, (e), (f) 为一个周期内的下折线型折射率曲线, 即 (56) 式和 (57) 式的函数曲线. 从 (53)—(57) 式可见在一个周期中的两个半周期内折射率是空间坐标的连续函数, 但在两个半周期的边界处折射率不连续, 因为 $n_1(b) \neq n_2(b)$. 其它函数型的分布曲线也有此特点.

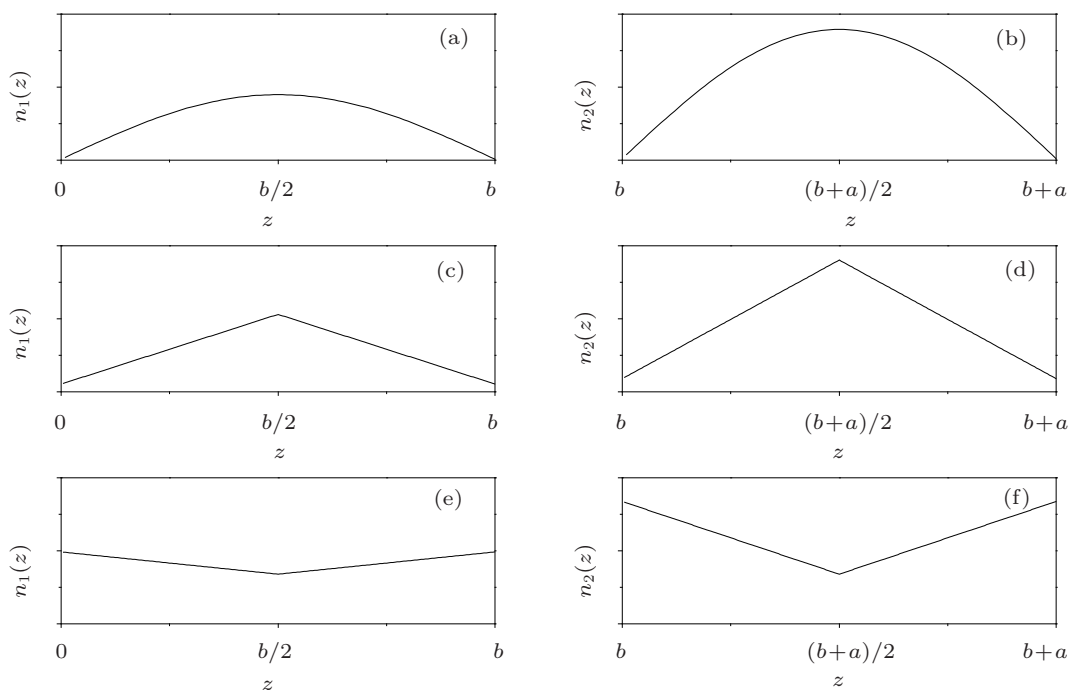


图 4 一个周期内折射率函数的曲线图 (a), (b) 为一个周期内的正弦函数型折射率曲线; (c), (d) 为一个周期内的上折线型折射率曲线; (e), (f) 为一个周期内的下折线型折射率曲线

图 5 为介质层的折射率取正弦型函数时的光子晶体带隙结构. 图 6 为介质层的折射率取向上折线型函数时的光子晶体带隙结构. 图 7 为介质层的折射率取向下折线型函数时的光子晶体带隙结构. 由图 5、图 6 和图 7, 我们可以得到如下结论: (i) 在

色散曲线断开的区域, 有带隙. (ii) 断开的区域越大, 带隙越宽. (iii) 在图 7(a) 中, 当 $kd = 3$ 时, 随着频率的增加, 断开区域的宽度减小, 相应带隙宽度减小; 当 $kd = 0$ 时, 随着频率的增加, 断开区域的宽度增大, 相应带隙宽度增大.

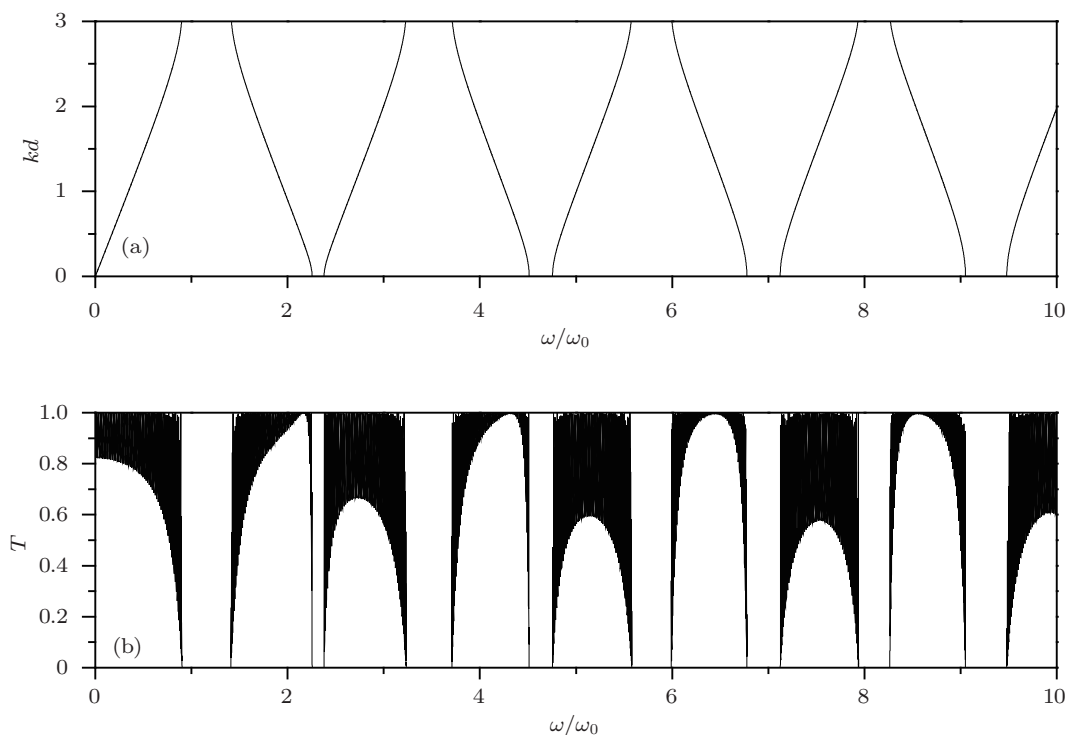


图 5 介质层的折射率取正弦函数时的光子晶体带隙结构 (a) 为色散关系; (b) 为透射率和频率的关系

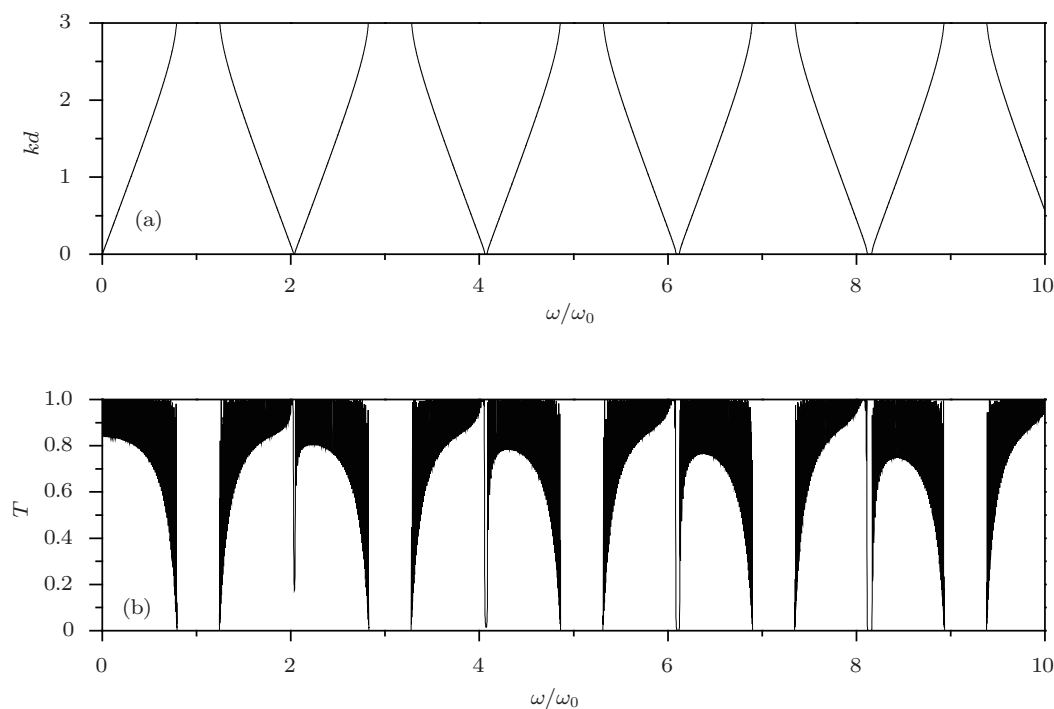


图 6 折射率取折线向上的函数形式时的光子晶体带隙结构 (a) 为色散关系; (b) 为透射率和频率的关系

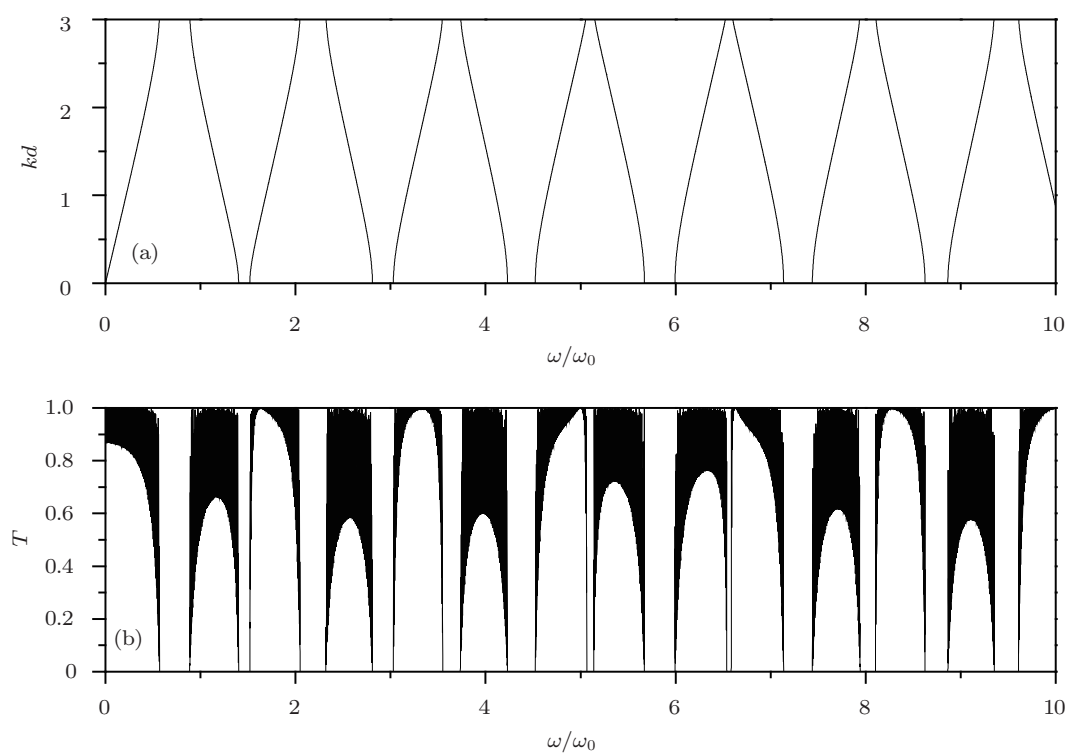


图7 折射率取折线向下的函数形式时的光子晶体带隙结构 (a) 为色散关系; (b) 为透射率和频率的关系

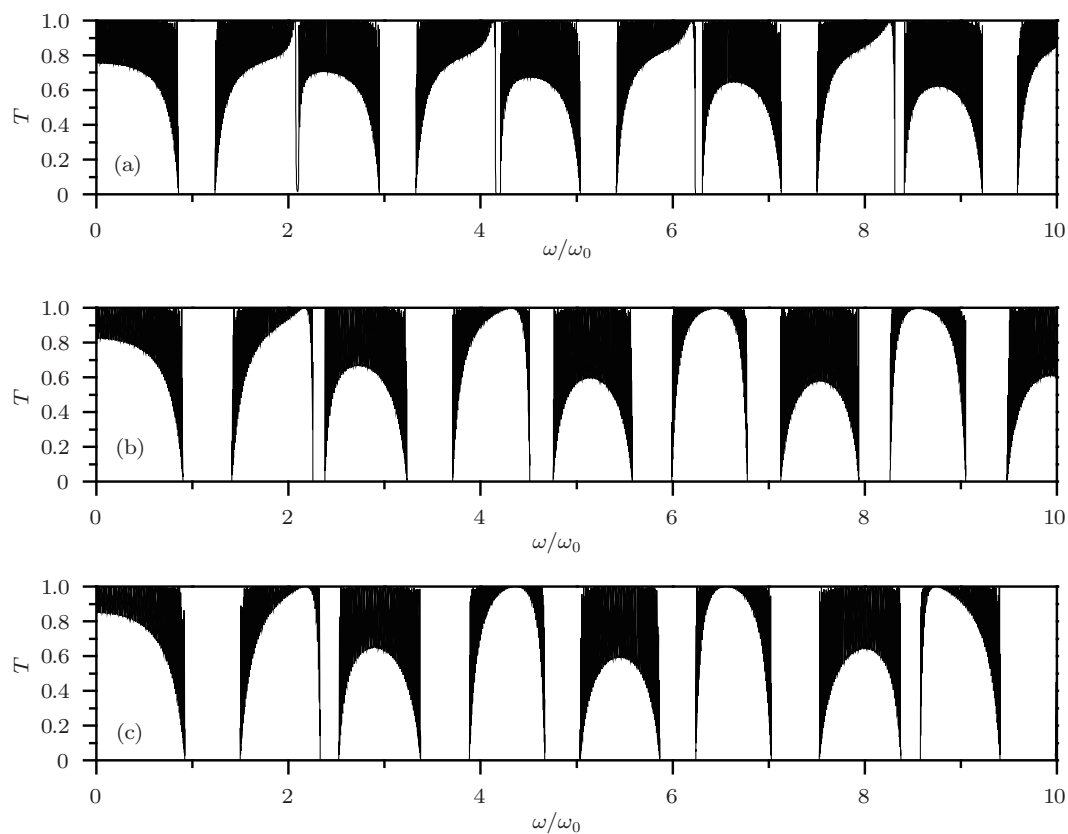


图8 折射率取正弦函数形式时入射角不同的光子晶体的带隙结构 (a) 入射角为 $\pi/6$ 时透射率和频率的关系; (b) 入射角为 $\pi/3$ 时透射率和频率的关系; (c) 入射角为 $5\pi/12$ 时透射率和频率的关系

(2) 入射角不同对光子晶体带隙的影响

光子晶体的入射光波可以分为 TE(横电波)和 TM(横磁波). 无论是 TE 波还是 TM 波, 带隙的位置和宽度都随入射角的变化而变化. 下面我们只考虑 TE, 并用计算机模拟计算入射角的变化对光子晶体带隙的影响, 分析入射角变化时光子晶体带隙的位置和宽度变化的规律.

我们采用计算一维光子晶体的透射率和色散关系来分析入射角变化时光子晶体带隙的位置和宽度变化的规律, 所采用的参数为: A 介质层的厚度 a 为 740 nm, 折射率为空间坐标函数, 其分布为 $n_1(z)$ 函数, B 介质层的厚度 b 为 1260 nm, 折射率也为空间坐标函数, 其分布为 $n_1(z)$ 函数, 空间周期 $d = a + b = 2000$ nm, $n_1(0) = n_1(b) = \sqrt{1.9}$,

$n_2(b) = n_2(b + a) = \sqrt{5.5}$, $\theta_i^0 = \frac{\pi}{3}$, $m = 4$, $A_1 = 100$, $A_2 = 200$, 波长 λ 为 6955.6 nm, 周期数取为 64 个周期, 入射角 $\theta_i^0 = \frac{\pi}{3}$ 分别选择 $\pi/6$, $\pi/3$ 和 $5\pi/12$. 对于折射率的选取, 我们选取一种函数形式的折射率, 研究入射角的改变对光子晶体的禁带影响.

我们选取的是正弦型函数的折射率, 折射率的函数表达式为方程 (53), 通过计算得到不同入射角的一维函数光子晶体的带隙结构. 图 8 分别给出了一维函数光子晶体的入射角度为 $\pi/6$, $\pi/3$ 和 $5\pi/12$ 时透射率和频率的关系, 通过观察我们可以发现, 随着入射角角度的增加, 一维函数光子晶体的光子禁带宽度增大, 光子禁带数目也在增加, 带隙的透射率越来越低, 反射率越来越高.

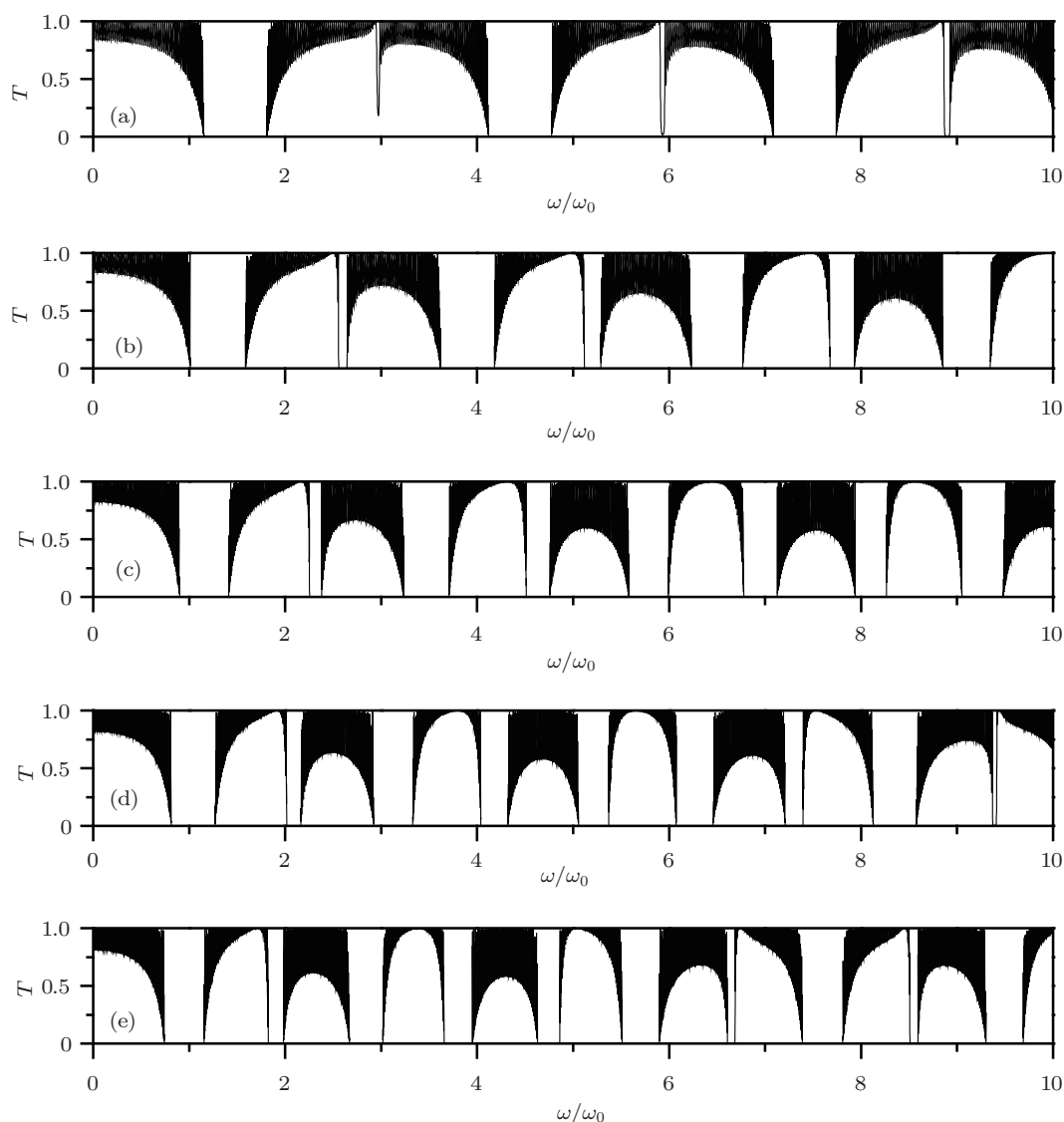


图 9 折射率取正弦函数形式时介质层厚度不同的光子晶体的带隙结构 (a) 介质层的厚度为 (540 nm, 1060 nm) 时透射率和频率的关系; (b) 介质层的厚度为 (640 nm, 1160 nm) 时透射率和频率的关系; (c) 介质层的厚度为 (740 nm, 1260 nm) 时透射率和频率的关系; (d) 介质层的厚度为 (840 nm, 1360 nm) 时透射率和频率的关系; (e) 介质层的厚度为 (940 nm, 1460 nm) 时透射率和频率的关系

(3) 厚度不同对光子晶体带隙的影响

我们定义其它的参数保持不变, A 介质层的厚度 a 为 740 nm, 折射率为空间坐标函数, 其分布为 $n_1(z)$ 函数, B 介质层的厚度 b 为 1260 nm, 折射率也为空间坐标函数, 其分布为 $n_1(z)$ 函数, 空间周期 $d = a + b = 2000$ nm, $n_1(0) = n_1(b) = \sqrt{1.9}$, $n_2(b) = n_2(b + a) = \sqrt{5.5}$, $\theta_1^0 = \pi/3$, $m = 4$, 波长 λ 为 6955.6 nm, $A_1 = 100$, $A_2 = 200$, $\theta_1^0 = \pi/3$. 下面我们讨论一种函数形式的折射率, 他们的厚度改变对光子晶体的禁带影响.

我们选取的是正弦型函数的折射率, 折射率的函数表达式为方程 (53), 介质层的厚度分别为 (540 nm, 1060 nm), (640 nm, 1160 nm), (740 nm, 1260 nm), (840 nm, 1360 nm), (940 nm, 1460 nm) 五种情况. 通过观察图 9, 我们可以发现, 随着介质层的厚度的增加, 一维函数光子晶体的光子禁带数目增多, 光子

禁带的宽度减小.

7 结论

综上所述, 我们提出了一种新型函数光子晶体, 即它的折射率是空间位置函数. 在费马原理的基础上, 我们给出了光在一维函数光子晶体中的运动方程, 并计算一维函数光子晶体的色散关系、带隙结构和透射率. 通过选择不同的折射率空间分布函数, 可以得到比传统光子晶体更宽或更窄的禁带结构. 再利用传输矩阵理论计算光子晶体介质层的折射率、周期数、入射角和介质层的厚度等对光子晶体带隙的影响, 得到一些重要结果, 将为我们设计不同带隙结构的光子晶体提供理论依据, 同时给出一种新的设计思路.

- [1] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
 [2] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
 [3] Tran P 1995 *Phys. Rev. B* **52** 10673
 [4] Busch K, John S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 967
 [5] Scalora M 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1368
 [6] Yurii A, Vlasov, Martin O'Boyle, Hendrik F, Hamann, Sharee J 2005 *Nature* **438** 65
 [7] Kushwaha M S 1994 *Phys. Rev. B* **49** 2313
 [8] Torrent D, Hakansson A, Cervera F, Sanchez-Dehesa J 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 204302
 [9] Torrent D, Sanchez-Dehesa J 2007 *New. J. Phys.* **9** 323
 [10] Russell P 2003 *Science* **299** 358
 [11] Wang H Q, Fang L G, Wang Y F, Yu A L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014203 (in Chinese) [王慧琴, 方利广, 王一凡, 余奥列 2011 物理学报 **60** 014203]
 [12] Wang T B, Liu N H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5878 (in Chinese) [王同标, 刘念华 2007 物理学报 **56** 5878]
 [13] Zhang X J, Zhao J L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6299 (in Chinese) [张晓娟, 赵建林 2010 物理学报 **59** 6299]
 [14] Pendry J B, MacKinnon A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2772
 [15] Pendry J B 1996 *J. Phys.: Condens. Matter* **8** 1085
 [16] Ishizaki K, Noda S 2009 *Nature* **460** 367
 [17] John S 2009 *Nature* **460** 337
 [18] Wang H, Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2172 (in Chinese) [王辉, 李永平 2001 物理学报 **50** 2172]
 [19] Chassagneux Y 2009 *Nature* **457** 174

Research on one-dimensional function photonic crystals*

Wang Guang-Huai¹⁾ Wang Qing-Cai¹⁾ Wu Xiang-Yao^{1)†} Zhang Si-Qi¹⁾
Wang Jing¹⁾ Liu Xiao-Jing¹⁾ Ba Nuo¹⁾ Gao Hai-Xin¹⁾ Guo Yi-Qing²⁾

1) (*Institute of Physics, Jilin Normal University, Siping 136000, China*)

2) (*Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 14 September 2011; revised manuscript received 22 November 2011)

Abstract

In the paper, we present a new kind of function photonic crystal of which the refractive index is a function of space position. According to Fermat principle, we give the motion equations of light in one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional function photonic crystals. For one-dimensional function photonic crystal, we give the dispersion relation, the band gap structure and the transmissivity, and we obtain wider or narrower band gap structure than that of conventional photonic crystal. We study the effects of the refractive index, the number of period, the incidence angle and the thickness of medium layer on photonic crystal band gap, and obtain some valuable laws. Our results give the theoretical support designing the photonic crystals of different band gap structures.

Keywords: photonic crystals, refractive index, transfer matrix

PACS: 42.70.Qs, 78.20.Ci, 41.20.Jb

* Project supported by the Science and Technology Development Program of Jilin Province, China (Grant No. 20082112).

† E-mail: wuxy2066@163.com