

方波电泳电场驱动下液膜马达的电致流动特征*

刘中强¹⁾ 甘孔银¹⁾ 李英骏^{1)†} 姜素蓉²⁾

1) (中国矿业大学(北京), 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 100083)

2) (青岛理工大学琴岛学院, 青岛 266106)

(2012年1月9日收到; 2012年3月12日收到修改稿)

液膜马达作为一种新颖的实验装置在基础研究和技术应用方面都将会发挥着重要的作用, 深入研究各种条件下液膜马达的电致流动特征是非常有意义的. 本文从理论上研究了均匀恒定外电场中的液膜马达在方波电泳电场驱动下的动力学特征, 解析地给出了液膜转动的线速度随时空变化的规律. 理论结果表明, 液膜会随着电泳电场频率的增大由对称性往复转动逐渐转变为振动, 这不仅有助于从理论上认识液膜马达振动的物理根源, 也为在实际应用中设计液膜搅拌机提供了一种新思路.

关键词: 电致流动, 液体薄膜, 方波电场, 液膜的转动

PACS: 47.65.-d, 68.15.+e, 83.60.La, 77.22.Ej

1 引言

由于电场在控制液膜的流动方面具有其独特的性质, 相关方面的研究一直是令人着迷的科研课题^[1-3]. 人们发现处于电场中的自由悬浮液膜会表现出二维的电致流动现象^[4-9]. 最近 Amjadi 等^[10-12] 发现了一种新奇的电致流动现象: 通有电泳电流 \mathbf{J}_{el} ($\mathbf{J}_{el} = \gamma \mathbf{E}_{el}$, γ 为液体的电导率, \mathbf{E}_{el} 为电泳电场) 的悬浮水膜会在垂直于 \mathbf{J}_{el} 的外电场 \mathbf{E}_{ext} 中转动. 随后他们发现其它极性液体做成的悬浮液膜也会表现出类似的电致流动现象^[13]. 因为通过改变外加电场 \mathbf{E}_{ext} 或 \mathbf{E}_{el} 的方向和大小就能够完全控制液膜转动的方向和快慢, 相应的实验装置被称为液膜马达.

实验发现液膜马达既能在交叉直流电场中转动, 也能在交叉交流电场中工作^[12]. 为了方便, 我们将在直流电场和交流电场中转动的液膜分别叫做直流液膜马达和交流液膜马达. 直流液膜马达主要有以下动力学特征: (1) 要想直流液膜马达能够转动, 外电场 E_{ext} 或电泳电压 U_{el} 必须超过某一个

阈值 (同时另一个不为零), 并且阈值电场满足简单的标度关系 $E_{ext}U_{el} = \text{const}$; (2) 液膜的转动方向与外加电场的方向满足右手螺旋关系 $\mathbf{E}_{ext} \times \mathbf{E}_{el}$; (3) 液膜中心附近的粒子总是比周边粒子转动得快. 与直流液膜马达相比, 交流液膜马达的运动模式则与电场的频率有关: (1) 当两交变电场的频率完全相同时, 液膜方能转动; (2) 当两交变电场的频率不同时, 液膜无法转动, 它只能振动.

据我们所知, 迄今为止国内外相关方面的理论研究较少. Shiryayeva 等^[14] 提出的模型虽然能够给出直流液膜马达的后两个特征, 但是他们认为液膜的转动起因于边界效应, 这与直流液膜马达的第三个特征相抵触. 2010年 Grosu 和 Bologna 从液膜所受力矩的角度成功地解释了直流液膜马达的后两个特征^[15], 但是对于第一个特征他们仍没能给出合理的解释. 在前面的工作中将外场 \mathbf{E}_{ext} 中的液膜看作带有等效电偶极矩的塑性流体, 我们系统地解释了直流液膜马达^[16] 和交流液膜马达^[17] 的动力学特征.

液膜马达在微流输运尤其是在生物医学以及微流控芯片技术等领域中有着潜在的应用前景, 例

* 国家自然科学基金 (批准号:11074300) 资助的课题.

† E-mail: lyj@aphy.iphy.ac.cn

如它可以用于微型马达, 微型搅拌机或药品传输设备的设计和制造. 从理论上深入研究各种条件下液膜马达的电致流动特征是很有意义的. 为此本文从理论方面研究了处于恒定外场 \mathbf{E}_{ext} 中的悬浮液膜在方波电泳电场 $\mathbf{E}_{\text{el}}(t)$ 驱动下的动力学特征. 本文第二部分将简要地介绍描述液膜马达的动力学模型, 第三部分将给出液膜在方波电泳电场驱动下的动力学特征, 第四部分为结论.

2 液膜马达的动力学模型

2.1 电场中的悬浮水膜

在我们的模型中将处于外场 \mathbf{E}_{ext} 中的悬浮水膜看作带有等效电偶极矩的 Bingham 塑性流体. 近年来越来越多的理论和实验研究支持我们的假设, 下面将对此给出简要的回顾.

量子场论认为在室温室压下液态水是两相混合物^[18]: 一种是由大量相干畴组成的低密度相干相; 另一种是由自由水分子组成的高密度非相干相. 多个独立研究团队的理论和实验研究发现这两相在许多现象中扮演着完全不同的角色^[18-36]. 小角度的 X 射线散射实验证实液态水中的确存在两种不同密度的相^[37]. 人们还发现液态水中存在多种相干畴, 典型相干畴的尺寸竟能达到数百 μm ^[18-20], 有些相干畴带有非零的电偶极矩. 在体积水中这些相干畴的电偶极矩取向是随机的^[18-20], 但是在界面附近的相干畴会因界面的极化作用变得十分稳定^[18-20,38], 因此在有衬底或少量溶质存在的情况下, 这些相干畴在整体上会存在剩余极化^[39].

理论和实验研究均表明外加电场能够诱使带有非零电偶极矩的相干畴形成超畴^[18,21-29,40]. 对于极性液体来说, 量子场论指出外加电场会诱使相干畴形成低熵的长程有序链状结构^[40], 蒙特卡洛和分子动力学模拟的结果也发现在二维液膜中电场会诱使带有电偶极矩的硬球形成链状结构^[41,42]. 二维中子散射实验表明悬浮水桥中存在长程有序的链状结构^[43]. 我们知道电流变流体在电场作用下会从牛顿流体瞬间变为 Bingham 塑性流体, 流体中的悬浮颗粒在电场作用下形成的链状结构造就了电流变流体如此奇特性质^[44,45]. 类似地, 正是这些相干畴形成的长程有序的链状结构使得外场中

的悬浮水膜表现出 Bingham 塑性流体的特征. 对于简单的剪切流动 $u = u(y)$ 来说, Bingham 塑性流体的本构关系^[46,47] 为

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \begin{cases} 0, & (\tau < \tau_0) \\ (\tau - \tau_0) / \mu, & (\tau \geq \tau_0) \end{cases} \quad (1)$$

其中 τ 为剪切应力, τ_0 是所谓的屈服应力, μ 代表液膜的塑性黏度, y 方向垂直于流速 $u(y)$ 的方向. (1) 式表明只有在剪切应力大于屈服应力时液膜才会表现出流体特征.

对于浸没在外场 \mathbf{E}_{ext} 中的液膜来说, 它很快就会达到极化平衡. 非零的电泳电场 \mathbf{E}_{el} 就会产生施加在液膜上的力矩. 倘若力矩足够大, 它将会破坏由外电场 \mathbf{E}_{ext} 维持的极化平衡. 由于 \mathbf{E}_{ext} 会在液膜的动态极化过程中起主导作用, 因此外电场 \mathbf{E}_{ext} 会迅速重建由它维持的极化平衡. 由于相干畴中的分子之间存在强关联运动, 这就使得我们不可能只去移动液膜中的一个分子而不影响到其他分子^[38], 这样电泳电场 \mathbf{E}_{el} 对外电场 \mathbf{E}_{ext} 所维持的极化平衡连续不断的破坏作用就产生了持续施加在液膜上的力矩. 也就是说, 对外电场 \mathbf{E}_{ext} 所维持的极化平衡的破坏和重建之间不断的竞争导致了液膜的电致流动.

要想使液膜能够转动, 作用在一个相干畴 (或超畴) 的主动动力矩必须要大于屈服应力所产生的最大静阻力矩. 由于主动动力矩的大小取决于单位体积等效电偶极矩的大小和方向, 准二维平面内所有相干畴的电偶极矩在电泳电场作用下会产生垂直于液膜的力矩, 而在较厚液膜或体积水中相干畴的电偶极矩相对杂乱的取向致使作用在它们上的力矩取向也杂乱无章, 这就使得作用在单位体积上的力矩会随液膜厚度的增大而减小. 这样我们就可以从理论上定性理解液膜能否转动取决于液膜厚度的原因. 事实上, 实验表明要想使液膜马达转动, 液膜的厚度应小于 $1 \mu\text{m}$ ^[12,13].

2.2 悬浮液膜电致流动的动力学模型

实验发现只有足够薄 (几百 nm 或更薄) 的悬浮液膜才能在交叉电场中表现出电致流动现象, 那么液膜可被看作二维流体 ($h \rightarrow 0$). 受方形 (或圆形) 液膜在稳定转动时的彩色同心环状结构的启发^[48], 在极坐标系 (r, θ) 中我们把液膜看作一系列的同心环状液膜. 将它们作为研究对象, 利用牛顿转动定

律我们导出了方形 (或圆形) 液膜电致流动的动力学方程^[16,17]

$$u_t = \frac{\mu}{\rho r^2} (r^2 u_{rr} + r u_r - u) + \frac{\Delta(t)}{\rho r}, \quad (0 \leq r \leq R, t > 0), \quad (2)$$

其中 u_t 代表液膜转动线速度 $u(r, t)$ 对时间 t 的一阶偏导数, u_r 和 u_{rr} 分别代表 $u(r, t)$ 对半径 r 的一阶偏导数和二阶偏导数. μ 和 ρ 分别代表液膜的塑性黏度和密度, $R = l/2$ 为方形液膜边长 l 的一半 (或圆形液膜的半径). 方程 (2) 表明 $\Delta(t)$ 是液膜马达的驱动源, 它反映了液膜所受合力矩的大小和方向.

倘若主动力矩无法克服液膜的塑性结构, 此时 $\Delta(t) = 0$, 液膜保持静止. 如果主动力矩能够破坏液膜的塑性结构, 则 $\Delta(t)$ 在 t 时刻的瞬时大小为 $\Delta(t) = |B(t)| - 2\tau_0$, 其中 $B(t) = \varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon_r)E_{\text{ext}}(t)E_{\text{el}}(t) \sin \theta_{\text{EJ}}$. $B(t)$ 来自于主动力矩, 而 $-2\tau_0$ 来自于屈服应力产生的最大静阻力矩, 其中 ε_0 和 ε_r 分别代表真空电容率和极性液体的相对电容率, $E_{\text{ext}}(t)$ 和 $E_{\text{el}}(t)$ 分别代表外电场和电泳电场在 t 时刻的瞬时值, θ_{EJ} 为 \mathbf{E}_{ext} 和 \mathbf{E}_{el} 之间的夹角, 通常 θ_{EJ} 为 90° . 由于作用在液膜上的合力矩方向可以垂直于水平液膜竖直向上也可以竖直向下, 则 $\Delta(t)$ 就会有两种取值: $|B(t)| - 2\tau_0$ 或 $-(|B(t)| - 2\tau_0)$. 综上所述, $\Delta(t)$ 的表达式为:

$$\Delta(t) = \begin{cases} 0, & (|B(t)| < 2\tau_0) \\ B(t) - 2\tau_0, & (B(t) \geq 2\tau_0) \\ B(t) + 2\tau_0, & (B(t) \leq -2\tau_0) \end{cases} \quad (3)$$

上式表明 $|B(t)|$ 的最大值 $|B(t)|_{\text{max}}$ 能否满足 $|B(t)|_{\text{max}} \geq 2\tau_0$ 是液膜中能否出现电致流动的判据, 即

$$|B(t)|_{\text{max}} = 2\tau_0, \quad (4)$$

是液膜中开始出现电致流动时阈值电场应满足的方程.

方程 (2) 应满足以下两个边界条件和一个初始条件: 在液膜中心处 ($r = 0$) 和边缘处 ($r = R$) 的线速度为零, 在初始时刻 ($t = 0$) 整个液膜应处于静止状态, 即

$$u(r, t)|_{r=0} = 0, \quad u(r, t)|_{r=R} = 0, \quad (5)$$

和

$$u(r, t)|_{t=0} = 0. \quad (6)$$

利用格林函数方法我们得到了方程 (2) 满足边界条件 (5) 和初始条件 (6) 的通解:

$$u(r, t) = \int_0^t d\zeta \int_0^R G(r, t; \xi, \zeta) f(\xi, \zeta) d\xi, \quad (7)$$

其中

$$G(r, t; \xi, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\xi}{R^2 J_0^2(\kappa_n)} J_1\left(\frac{\kappa_n \xi}{R}\right) \times J_1\left(\frac{\kappa_n r}{R}\right) e^{-\frac{\mu}{\rho} \frac{\kappa_n^2}{R^2} (t-\zeta)}, \quad (8)$$

$$f(\xi, \zeta) = \frac{\Delta(\zeta)}{\rho \xi}, \quad (9)$$

(8) 式中的 κ_n 为一阶 Bessel 函数 $J_1(\zeta)$ 的第 n 个零点, $J_0(\zeta)$ 为零阶 Bessel 函数.

3 液膜在方波电泳电场驱动下的电致流动特征

在这一部分我们将在简单回顾直流液膜马达的动力学特征的基础上讨论处于恒定外场 \mathbf{E}_{ext} 中的液膜在方波电泳电场 \mathbf{E}_{el} 驱动下的电致流动特征.

3.1 直流液膜马达的动力学特征

对于直流液膜马达来说, \mathbf{E}_{ext} 和 \mathbf{E}_{el} 都是恒定电场, 利用前面提到的判据 (4) 可知直流液膜马达开始转动时阈值电场满足的关系式为:

$$E_{\text{ext}} U_{\text{el}} \sin \theta_{\text{EJ}} = \pm \frac{2\tau_0 l}{\varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon_r)}, \quad (10)$$

其中 $U_{\text{el}} = E_{\text{el}} l$, U_{el} 和 l 分别代表电泳电压和方形液膜的边长. 结合实验参数, 再选择合适的屈服应力 τ_0 (如 $\tau_0 = 6.77 \times 10^{-5}$ Pa), (10) 式和实验数据拟合得很好^[16]. 利用方程 (3), (7), (8) 和 (9), 我们很容易得到直流液膜马达转动的线速度^[16]:

$$u_{\text{DC}}(r, t) = \Delta(t) \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_1\left(\frac{\kappa_n r}{R}\right) (1 - e^{-a_n t}), \quad (11)$$

其中

$$C_n = \frac{2R(1 - J_0(\kappa_n))}{\mu \kappa_n^3 J_0^2(\kappa_n)}, \quad a_n = \frac{\mu \kappa_n^2}{\rho R^2}. \quad (12)$$

方程 (3) 和 (11) 能够描述直流液膜马达的三种可能的运动状态: 静止, 逆时针转动和顺时针转动.

3.2 方波电泳电场驱动下液膜的电致流动特征

将液膜放置在均匀恒定外场 \mathbf{E}_{ext} 中, 假如施加在液膜上的方波电泳电场 $\mathbf{E}_{\text{el}}(t)$ 如图 1(a) 所示, 则 $\mathbf{E}_{\text{el}}(t)$ 在一个周期内的表达式有如下形式

$$E_{\text{el}}(t) = \begin{cases} E_{\text{el}}, & (0 < t \leq T/2) \\ -E_{\text{el}}, & (T/2 < t \leq T) \end{cases}. \quad (13)$$

将 $E_{\text{ext}}(t) = E_{\text{ext}}$ 和 (13) 式代入 (3) 式可知: 如果 $\Delta(t) \neq 0$, $\Delta(t)$ 也是周期为 T 的函数, 如图 1(b) 所示, 则 $\Delta(t)$ 在一个周期内的表达式为

$$\Delta(t) = \begin{cases} A_{\text{d}}, & (0 < t \leq T/2) \\ -A_{\text{d}}, & (T/2 < t \leq T) \end{cases}, \quad (14)$$

其中 $A_{\text{d}} = \varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon_r)E_{\text{ext}}E_{\text{el}}\sin\theta_{\text{EJ}} - 2\tau_0$. $E_{\text{el}}(t)$ 符号的改变代表电泳电场 $\mathbf{E}_{\text{el}}(t)$ 方向的翻转, 同理 $\Delta(t)$ 符号的改变代表了施加在液膜上的合力矩方向的翻转. (14) 式和图 1(b) 表明液膜会在周期为 T 的方波驱动源的作用下运动. 利用前面提到的判据 (4) 式, 令 $A_{\text{d}} = 0$, 我们就得到了在方波电泳电场的驱动下液膜中出现电致流动时阈值电场满足的关系式, 它和 (10) 式相同. 读者很容易理解这一点, 在此不再赘述.

$\Delta(t)$ 是以 $T (T = 2\pi/\omega)$ 为周期的奇函数, 它的傅里叶展开式如下:

$$\Delta(t) = \sum_{m=1}^{\infty} D_m \sin(m\omega t), \quad (15)$$

其中系数

$$D_m = 2A_{\text{d}}[1 - (-1)^m]/m\pi, \quad m = 1, 2, \dots \quad (16)$$

利用 (7), (8), (9) 和 (15) 式, 我们得到液膜转动线速度随时空变化的规律

$$u(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n D_m}{1 + (m\omega)^2/a_n^2} J_1\left(\frac{\kappa_n r}{R}\right) \times \left[\sin(m\omega t) - \frac{m\omega}{a_n} \left(\cos(m\omega t) - e^{-a_n t} \right) \right], \quad (17)$$

其中 C_n, a_n 和 D_m 分别由 (12) 和 (16) 式给出. 从 (17) 式可以看出液膜转动线速度的空间分布由一系列的一阶 Bessel 函数 $J_1(\kappa_n \chi)$ ($\chi \in [0, 1]$, $n = 1, 2, \dots$) 给出, 而 $J_1(\kappa_n \chi)$ 除 $J_1(\kappa_1 \chi)$ 外均为 χ 的减函数, 这样我们就可以从数学角度理解为

什么液膜中心附近的粒子要比周边粒子运动得快的原因.

为了更深入地理解方波电泳电场驱动下液膜的电致流动特征, 我们以水膜马达为例研究了在不同周期 (或频率) 的电泳电场中液膜电致流动的动力学特征. 结合实验中使用的参数, 令 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, $\varepsilon_r = 80$, $E_{\text{ext}}U_{\text{el}}\sin\theta_{\text{EJ}} = 1.44 \times 10^7 \text{ V}^2/\text{m}$, $l = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}$, $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 和 $\tau_0 = 6.77 \times 10^{-5} \text{ Pa}$, 其中 τ_0 的值是通过 (10) 式拟合实验结果得到的^[16]. 四种不同方波电泳电场的周期分别为: $T = 2.00 \text{ s}$, $T = 0.01 \text{ s}$, $T = 10^{-4} \text{ s}$ 和 $T = 10^{-6} \text{ s}$. 利用这些参数和 (17) 式, 我们在图 2 中画出了液膜转动的线速度在 9 个典型时刻的剖面图, 其中 (a) $T = 2.00 \text{ s}$, (b) $T = 0.01 \text{ s}$, (c) $T = 10^{-4} \text{ s}$ 和 (d) $T = 10^{-6} \text{ s}$. 图 2 中标签 1-9 对应的时刻分别为 $T/2, T, 3T/2, m_1T, (m_1 + 1/2)T, m_2T, (m_2 + 1/2)T, m_3T, (m_3 + 1/2)T$. 对图 (a) 来说, $m_1 = 2, m_2 = 10, m_3 = 100$; 对图 (b), (c), (d) 来说, $m_1 = 2/T, m_2 = 4/T, m_3 = 20/T$. 我们这样选择参数是因为在这些时刻液膜的线速度会取最大值, 相应的曲线能够勾勒出液膜转动随时间变化的整体特征. 图 2(c) 和 (d) 给出了液膜转动线速度从液膜中心到 $r = 0.1R$ 范围内的分布情况, 其中的插图分别给出这两种情况下液膜转动线速度分布的整体轮廓, 横坐标 r 以液膜的半径 R 为单位.

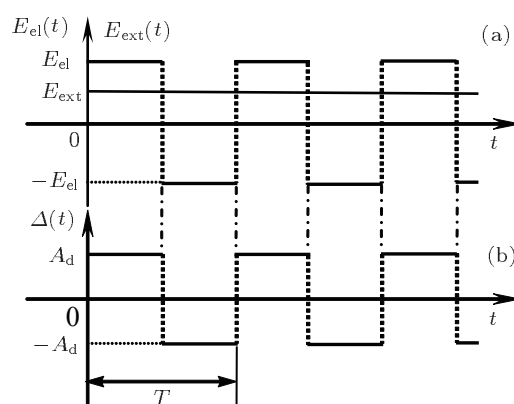


图 1 外加电场和驱动源随时间 t 变化的示意图 (a) 恒定外场 $E_{\text{ext}}(t)$ 和方波电泳电场 $E_{\text{el}}(t)$ 随时间 t 变化的示意图; (b) 驱动源 $\Delta(t)$ 随时间 t 变化的示意图. E_{el} 和 A_{d} 分别代表 $E_{\text{el}}(t)$ 和 $\Delta(t)$ 的幅值, T 为 $E_{\text{el}}(t)$ 和 $\Delta(t)$ 的周期

从图 2(a) 可知, 当方波电场 (或驱动源) 的周期较大时 (例如 $T = 2.00 \text{ s}$), 液膜会表现出从逆时针转动到顺时针转动再到逆时针转动的周期性反向

转动. 从液膜开始转动到 $t = T/2$ 的半周期内液膜逆时针转动, 靠近液膜中心处的粒子总是比周边粒子转动得快, 在 $t = T/2$ 时刻, 液膜的转动速率会到达最大值 (见图 2 曲线 1). 在接下来的半个周期内, 施加在液膜上合力矩的方向会随电泳电场方向的翻转而翻转, 进而驱使液膜也作反向转动 (即顺时针转动), 在 $t = T$ 时刻液膜顺时针转动的速率会到

达最大值 (见图 2 曲线 2). 在 $t = T$ 到 $t = 3T/2$ 的时间段内, 液膜会再次反向转动. 如此反复, 随着时间的推移, 暂态过程逐渐消失, 液膜就会随方波电泳电场 E_{el} 方向的周期性变化而作对称性往复转动, 这种对称性往复转动就使得液膜在方波电泳电场的驱动下可以成为理想的液膜搅拌机.

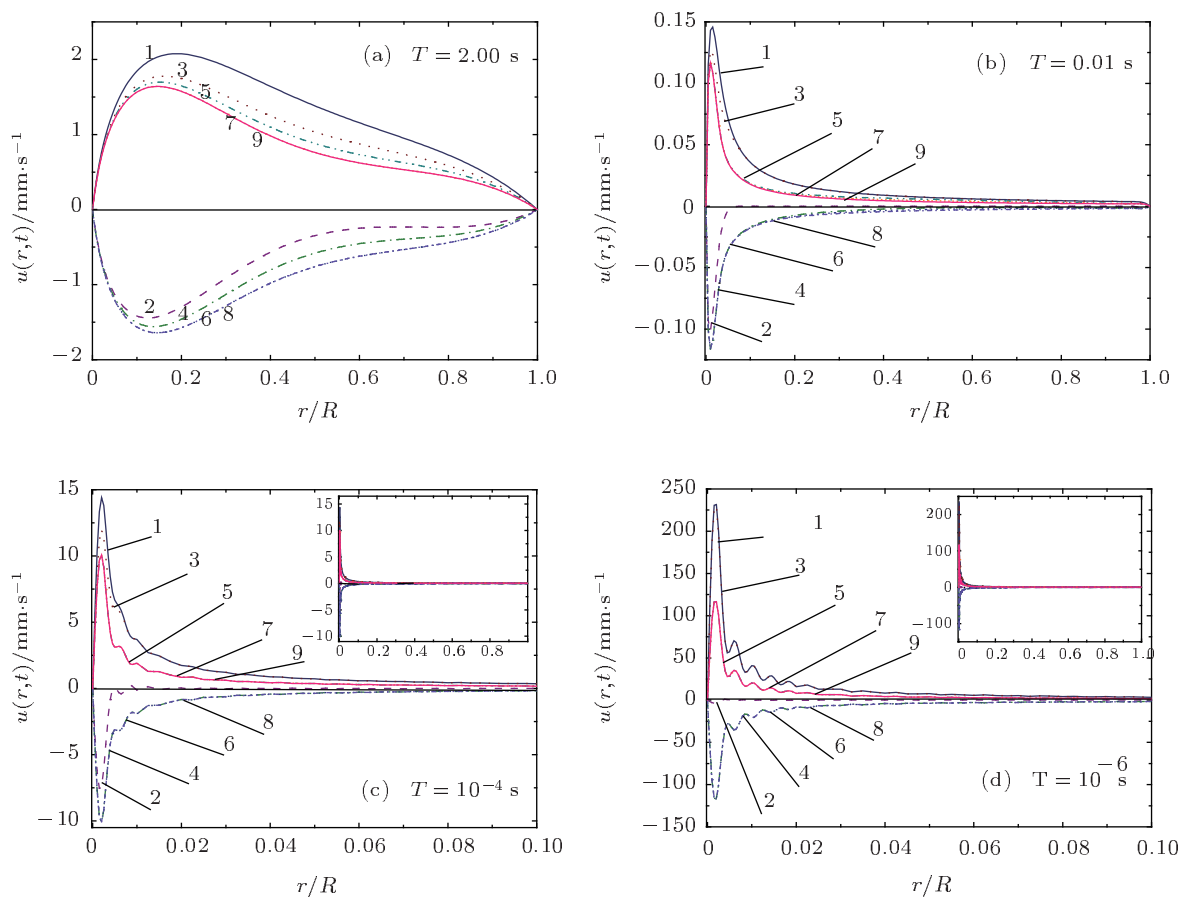


图 2 四种电泳电场驱动下液膜转动线速度在 9 个典型时刻的剖面图 (a) $T = 2.00$ s; (b) $T = 0.01$ s; (c) $T = 10^{-4}$ s; (d) $T = 10^{-6}$ s

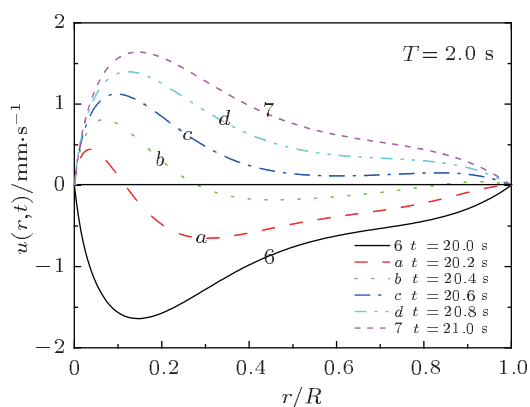


图 3 液膜转动线速度在 $t = 20.0$ s 至 $t = 21.0$ s 半个周期内不同时刻的剖面图

我们发现在液膜对称性往复转动的背后隐藏了一个非常有趣的现象. 图 3 给出了图 2(a) 中第 6 条和第 7 条曲线之间对应半个周期内液膜转动线速度随时间变化的规律. 从图 3 可知液膜在反向转动的过程中液膜中心附近的粒子会首先反向转动 (见曲线 a) 进而再带动远离液膜中心的粒子作反向转动 (见曲线 b), 最终整个液膜作反向转动 (见曲线 c, d 和 7). 实验录像 2^[48] 表明在接通反向电泳电压的瞬间, 液膜转动的方向也随之改变, 并且液膜中心处颜色的变化会明显地快于液膜其它区域颜色的变化. 实验录像 8^[48] 表明在接通电泳电压的

瞬间液膜中心区域清晰的螺旋线状彩色条纹表明液膜开始转动时中心附近的粒子首先转动, 随着时间的推移螺旋线状彩色条纹会逐渐向外扩展, 不久后螺旋线状彩色条纹渐渐消失, 液膜呈现出环状彩色条纹, 在接通反向电压后液膜反向转动也会表现出类似的现象. 以上讨论表明实验观测结果和我们的理论结果是一致的.

图 2(b), (c), (d) 依次给出了在另外三种频率的方波电泳电场驱动下液膜转动线速度的剖面图. 通过比较我们发现随着方波电场 (或驱动源) 频率的增大, 液膜的转动也会表现出和图 2(a) 类似的转动特征, 但是液膜转动的线速度大小会随着电场频率的增大而迅速减小 (从每秒几 mm 锐减到每秒数百 nm), 并且只有液膜中心附近的粒子能够随着外场的翻转而作反向转动, 其它区域的液膜基本上处于静止状态. 这让我们想起了实验中发现液膜在交叉的余弦交变电场中振动的现象, 我们推断实验上

发现的液膜振动现象实质上是液膜高频的往复转动, 液膜的中心区域相当于振源, 这一推断还有待实验的进一步证实.

4 结论

本文研究了处于均匀恒定外电场中的悬浮水膜在方波电泳电场的驱动下电致流动的动力学特征, 解析地给出了液膜转动的线速度随时空变化的规律. 理论结果表明, 当电泳电场的频率较小时, 液膜会表现出对称性往复转动现象, 液膜中心附近的粒子对外场的响应速度总是快于周边粒子的响应速度, 这和实验的观测结果完全吻合. 当方波电场的频率较高时, 理论结果预言液膜会表现出振动现象, 其振动的本质是液膜中心区域的高频往复转动, 这一预言还有待于实验的进一步证实.

感谢 Yinnon T A 博士的热心支持和富有成果的讨论.

-
- [1] Gennes P G D, Prost J 1995 *The Physics of Liquid Crystals* (2nd Ed.) (New York: Oxford University) pp230–244
- [2] Chandrasekhar S 1992 *Liquid Crystals* (2nd Ed.) (New York: Cambridge University) pp177–213
- [3] Xu Z D, Liu Y F, Xiang Y, Yang J, You S J, She W L 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2283 (in Chinese) [徐则达, 刘焰发, 项颖, 杨杰, 游石基, 余卫龙 1999 物理学报 **48** 2283]
- [4] Sonin A A 1998 *Freely Suspended Liquid Crystalline Films* (1st Ed.) (New York: John Wiley & Sons) pp113–131
- [5] Faetti S, Fronzoni L, Rolla P A 1983 *J. Chem. Phys.* **79** 5054
- [6] Faetti S, Fronzoni L, Rolla P A 1983 *J. Chem. Phys.* **79** 1427
- [7] Morris S W, de Bruyn J R, May A D 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2378
- [8] Daya Z A, Morris S W, de Bruyn J R 1997 *Phys. Rev. E* **55** 2682
- [9] Ramos A, Morgan H, Green N G, Castellanos A 1998 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **31** 2338
- [10] Shirsavar R, Amjadi A, Radja N H, Niry M D, Tabar M R R, Ejtehadi M R 2006 arXiv:condmat/0605029 [cond-mat.soft]
- [11] Amjadi A, Shirsavar R, Radja N H, Ejtehadi M R 2008 arXiv:0805.0490 [cond-mat.soft]
- [12] Amjadi A, Shirsavar R, Radja N H, Ejtehadi M R 2009 *Microfluid Nanofluid* **6** 711
- [13] Shirsavar R, Amjadi A, Tonddast-Navaei A, Ejtehadi M R 2011 *Exp. Fluids* **50** 419
- [14] Shiryayeva E V, Vladimirov V A, Zhukov M Y 2009 *Phys. Rev. E* **80** 041603
- [15] Grosu F P, Bologa M K 2010 *Surf. Eng. Appl. Electrochem.* **46** 43
- [16] Liu Z Q, Li Y J, Zhang G C, Jiang S R 2011 *Phys. Rev. E* **83** 026303
- [17] Liu Z Q, Zhang G C, Li Y J, Jiang S R 2012 *Phys. Rev. E* **85** 036314
- [18] Del Giudice E, Preparata G, Vitiello G 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 1085
- [19] Sivasubramanian S, Widom A, Srivastava Y N 2005 *Physica A* **345** 356
- [20] Del Giudice E, Vitiello G 2006 *Phys. Rev. A* **74** 022105
- [21] Preparata G 1995 *QED Coherence in Matter* (1st Ed.) (Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific) pp195–219
- [22] Preparata G 1988 *Phys. Rev. A* **38** 233
- [23] Arani R, Bono I, Del Giudice E, Preparata G 1995 *Int. J. Mod. Phys. B* **9** 1813
- [24] Del Giudice E, Preparata G 1998 *Macroscopic Quantum Coherence* (1st Ed.) (Singapore: World Scientific) pp49–64
- [25] Del Giudice E 2007 *J. Phys.: Conf. Ser.* **67** 012006
- [26] Buzzacchi M, Del Giudice E, Preparata G 2002 *Int. J. Mod. Phys. B* **16** 3771
- [27] Del Giudice E, Galimberti A, Gamberale L, Preparata G 1995 *Mod. Phys. Lett.* **9** 953
- [28] Del Giudice E, Fleischmann M, Preparata G, Talpo G 2002 *Bioelectromagnetics* **23** 522
- [29] Del Giudice E, Preparata G, Fleischmann M 2000 *J. Elec. Chem.* **482** 110
- [30] Sivasubramanian S, Widom A, Srivastava Y N 2001 *Physica A* **301** 241
- [31] Sivasubramanian S, Widom A, Srivastava Y N 2001 *Int. J. Mod. Phys. B* **15** 537
- [32] Sivasubramanian S, Widom A, Srivastava Y N 2002 *Mod. Phys. Lett. B* **16** 1201
- [33] Sivasubramanian S, Widom A, Srivastava Y N 2003 *J. Phys. Con-*

- dens. Matter* **15** 1109
- [34] Emary C, Brandes T 2003 *Phys. Rev. E* **67** 066203
- [35] Apostol M 2009 *Phys. Lett. A* **373** 379
- [36] Yinnon C A, Yinnon T A 2009 *Mod. Phys. Lett. B* **23** 1959
- [37] Huang C, Wikfeldt K T, Tokushima T, Nordlund D, Harada Y, Bergmann U, Niebuhr M, Weiss T M, Horikawa Y, Leetmaa M, Ljungberg M P, Takahashi O, Lenz A, Ojamäe L, Lyubartsev A P, Shin S, Pettersson L G M, Nilsson A 2009 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **106** 15214
- [38] Del Giudice E, Spinetti P R, Tedeschi A 2010 *Water* **2** 566
- [39] Zheng J M, Chin W C, Khijniak E, Khijniak J E, Pollack G H 2006 *Adv. Coll. Inter. Sci.* **23** 19
- [40] Widom A, Swain J, Silverberg J, Sivasubramanian S, Srivastava Y N 2009 *Phys. Rev. E* **80** 016301
- [41] Luo L, Klapp S H L, Chen X S 2011 *J. Chem. Phys.* **135** 134701
- [42] Luo L, Chen X S 2011 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **54** 1555
- [43] Fuchs E C, Baroni P, Bitschnau B, Noirez L 2010 *J. Phys. D* **43** 105502
- [44] Gandhi M V, Thompson B S 1992 *Smart Materials and Structures* (1st Ed.) (London, New York, Tokyo, Victoria, Madras: Chapman & Hall) pp137–158
- [45] Wang Z W, Lin Z F, Tao R B 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 0640 (in Chinese) [王作维, 林志方, 陶瑞宝 1996 物理学报 **45** 0640]
- [46] Bingham E C 1916 *Bulletin US Bureau of Standards* **13** 309
- [47] Steffe J F 1996 *Rheological Methods in Food Process Engineering* (2nd Ed.) (East Lansing, Mich.: Freeman Press) pp20–26
- [48] 实验录像见 <http://www.softmatter.cscm.ir/FilmMotor/>

Electrohydrodynamical characteristics of liquid film motor driven by a square-wave electrophoresis electric field*

Liu Zhong-Qiang¹⁾ Gan Kong-Yin¹⁾ Li Ying-Jun^{1)†} Jiang Su-Rong²⁾

1) (State Key Laboratory for GeoMechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

2) (Qindao College, Qingdao Technological University, Qingdao 266106, China)

(Received 9 January 2012; revised manuscript received 12 March 2012)

Abstract

Liquid film motor as a novel experimental device will play an important role in basic research and technology applications. In-depth theoretical studies on its electro-hydrodynamics (EHD) motions under various conditions are of great significance. In current paper, the dynamical characteristics of the liquid film motor driven by a square-wave electrophoresis electric field perpendicular to a uniform constant external electric field are investigated. Space-time dependence of the film's rotation linear velocity is derived analytically. The theoretical results indicate that a symmetrical reciprocating rotation in the film gradually converts to a vibration as the frequency of the electrophoresis electric field increases. This not only helps us understand the physical origin of the vibration of the liquid film motor, but also provides a new option to design a liquid film mixer in the application.

Keywords: electrohydrodynamical motions, liquid thin film, square-wave electric field, rotation of liquid film

PACS: 47.65.-d, 68.15.+e, 83.60.La, 77.22.Ej

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11074300).

† E-mail: lyj@aphy.iphy.ac.cn