

非匹配不确定交叉严反馈超混沌系统 神经网络反演同步*

李海燕 胡云安[†] 任建存 朱敏 刘亮

(海军航空工程学院控制工程系, 烟台 264001)

(2011年10月31日收到; 2011年12月13日收到修改稿)

针对一类具有非匹配不确定性的交叉严反馈超混沌系统, 提出一种基于多层前向神经网络的反演自适应同步设计方法. 利用神经网络估计系统中的不确定性, 运用滑模控制和交叉自适应反演控制处理系统中的非匹配不确定性及神经网络的逼近误差, 当虚拟控制项系数不过零时可保证系统的同步误差趋向于零, 过零时可保证同步误差有界. 数值仿真证明了提出的控制方案的有效性.

关键词: 超混沌同步, 交叉严反馈系统, 反演, 多层前向神经网络

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Xt

1 引言

在诸如光学系统、电子电路、安全通信等许多科学和工程领域都有混沌现象^[1-3]. 对混沌系统的同步控制一直是混沌研究领域的重要研究内容之一. 自从 Pecora 和 Carroll^[4] 于 1990 年提出了使具有不同初始状态的两个同样的混沌系统同步的方法以来, 近二十年来混沌同步控制引起了不同领域研究人员的重视^[5]. Boccaletti 等^[6] 综述了混沌系统同步控制领域的一些主要方法, 详细讨论了几种同步控制特点. 不同的同步控制方法, 如线性和非线性反馈控制^[7,8], 自适应控制^[9-11], 反演^[12-17], 时延反馈控制^[18], LMI (linear matrix inequality) 技术^[19], 滑模控制方法^[20-25] 和神经网络控制^[26-29] 等都已经成功应用到混沌同步控制之中.

为了解决具有未知参数和外部干扰的混沌系统的同步问题, 近几年进行了大量滑模问题的研究工作. Roopaei 等^[22] 为一系列具有不确定混沌系统提出了一种鲁棒自适应滑模控制方法, 其中时变滑

模面是确定的, 而且不确定性和干扰的界是未知的. Yau^[23] 提出了一种鲁棒模糊滑模控制方法 (FSMC) 来解决两个具有不确定性和外部干扰的混沌非线性陀螺系统同步. 为了实现具有不确定性或干扰的混沌系统的快速收敛, Wang 等^[24] 提出了非奇异终端滑模控制方法, 该方法能够使混沌系统在有限的时间内达到稳定. 上述大多数研究只考虑了不确定性满足匹配条件的混沌系统.

除了利用滑模本身的鲁棒性研究有不确定性和外扰情况下的混沌控制问题以外, 利用神经网络来处理不确定性的问题也引起了广泛的关注^[26-29]. Guo 等^[26] 针对 Lorenz 混沌系统, 提出了基于自适应高斯基非匹配不确定性 (NN) 的混沌控制方法, 可以处理匹配不确定性. Lu 等^[27] 的方法提出了利用回归 NN 来辨识和控制含不确定性的混沌系统, 但未能直接考虑逼近系统和真实系统的误差. 张袅娜等^[28] 对于非匹配不确定混沌系统, 提出一种径向基函数 (RBF) 神经滑模同步方法, 对参数不确定性及外干扰具有较好的鲁棒性, 但该方法鲁棒性依赖于系统自身的特性且难以用到本文考虑的系统. 郭会军等^[29] 针对受外扰影响的统

* 国家自然科学基金 (批准号: 60674090) 资助的课题.

[†] E-mail: hya507@sina.com

一混沌系统,提出一种基于 RBF 神经网络的主动滑模自适应控制方法,该方法完全依赖神经网络的逼近能力.

反演方法是非线性控制系统设计的重大突破,成为此领域重要和通用的方法^[30]. Li 等^[31]用主动控制实现两个不同混沌系统的同步. Yu 和 Zhang^[14]提出了自适应反演设计实现了两个不确定混沌系统的同步. Wang 和 Ge^[16]利用具有调节函数的自适应反演实现了两个不确定混沌系统的自适应同步,在主系统和子系统之间达到了全局稳定和渐近同步.然而,一般的反演技术只能控制严反馈系统,这严重制约了反演技术在混沌系统同步控制中的应用. Wang 等^[12]提出了用交叉主动反演控制方法实现参数已知的交叉严反馈系统同步,该方法用 n 个控制输入,将反演设计和主动控制技术相融合,扩展了反演技术的应用领域,但是它不能应用于控制输入小于 n 的系统. Li 和 Hu^[32]在文献^[12]的基础上提出了一种鲁棒反演同步控制方法,允许系统的控制输入个数小于 n ,但需要已知不确定性的上界.

本文针对上述过于依赖神经网络、要求控制输入个数为系统阶数和非匹配不确定性难以处理等问题,提出了一种新的同步控制方法.在交叉主动反演控制方法^[12,32]的基础上,通过反演控制方法处理系统中的非匹配不确定性;在充分利用名义系统信息的同时引入神经网络来逼近外部扰动和不确定参数,再利用自适应控制方法处理神经网络的逼近误差,这样放松了大多数文献需要已知不确定性上界的问题;针对虚拟控制系数有可能过零使得常规方法难以有效控制的问题,提出了改进的 Songtag 公式,解决了目前需根据具体情况设计特殊过零控制器的问题;综合上述方法并利用鲁棒控制技术,实现了在有外部扰动、参数不确定性和系统的控制输入个数小于 n 的情况下保证大多数误差状态渐近趋于零.

2 系统描述

超混沌 Chen 系统描述如下^[33]:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + w, \\ \dot{y} = dx - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{w} = yz + rw, \end{cases} \quad (1)$$

式中, x, y, z, w 是系统变量, a, b, c, d, r 是实常数. 假设方程 (1) 是源系统.

当 $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, 0 \leq r \leq 0.085$ 时,系统 (1) 是混沌的;当 $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, 0.085 \leq r \leq 0.789$ 时,系统 (1) 是超混沌的;当 $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, 0.789 \leq r \leq 0.90$ 时,系统 (1) 是周期性的^[7].而且,当 $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, 0.085 \leq r \leq 0.789$ 时,超混沌 Chen 系统 (1) 只有一个平衡点 $O(0, 0, 0, 0)$,是强迫耗散系统^[34],即系统的解在 $t \rightarrow \infty$ 时有界.

显然,超混沌系统 (1) 不是严反馈系统,一般的反演技术无法应用.但经过仔细研究后发现该系统由如下两个耦合子系统组成:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + w, \\ \dot{w} = yz + rw, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{y} = dx - xz + cy, \end{cases} \quad (2)$$

每个子系统都是严反馈的.这种形式的系统称为交叉严反馈系统^[12].因为每一个子系统都是严反馈的,反演技术即可被应用到每个子系统.下面的设计过程基于此想法.

3 两个相同的交叉严反馈超混沌系统的同步

考虑如下多层前向神经网络:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}(\mathbf{V}^T \mathbf{X}), \quad (3)$$

式中, $\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_l]^T \in \mathbf{R}^l$, $\mathbf{V} = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_l]^T \in \mathbf{R}^{m \times l}$ 为输入层到隐层和隐层到输出层的权值. $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^T, 1]^T$ 为神经网络的输入向量,其维数为 m , $l > 1$ 为隐层节点数, $\mathbf{S}(\mathbf{V}^T \mathbf{X}) = [s_v(\mathbf{v}_1^T \mathbf{x}) \ s_v(\mathbf{v}_2^T \mathbf{x}) \ \dots \ s_v(\mathbf{v}_{l-1}^T \mathbf{x}) \ 1]^T$,其元素的形式为 $s_v(x_a) = 1/(1 + e^{-\gamma x_a})$ 且 $\gamma > 0$ 为常数.根据文献^[29]的引理,我们可做如下假设.

假设 1 对函数向量 $\mathbf{h}: \Omega \mapsto \mathbf{R}^p$,任给 $\sigma > 0$,总存在高斯函数向量 $\mathbf{S}: \mathbf{R}^m \mapsto \mathbf{R}^l$ 和最优权值矩阵 \mathbf{W}^* 和 \mathbf{V}^* 使得 $\|\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{W}^{*T} \mathbf{S}(\mathbf{V}^{*T} \mathbf{X})\| \leq \sigma, \forall \mathbf{x} \in \Omega$,其中 Ω 是 \mathbf{R}^{m-1} 的一个紧集.定义

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{W}^{*T} \mathbf{S}(\mathbf{V}^{*T} \mathbf{X}) = \varepsilon$$

为重构误差.定义权值误差矩阵为 $\tilde{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}^*$,

$\tilde{V} = \hat{V} - V^*$, 其中 \hat{W} 是 W^* 的估计, \hat{V} 是 V^* 的估计.

引理 1^[35] 对上述神经网络, 逼近误差可由下式描述

$$\begin{aligned} & \hat{W}^T S(\hat{V}^T X) - W^{*T} S(V^{*T} X) \\ &= \tilde{W}^T (\hat{S} - \hat{S}' \hat{V}^T X) + \hat{W}^T \hat{S}' \tilde{V}^T X + d_u, \end{aligned}$$

其中, $\hat{S} = S(\hat{V}^T X)$, $\hat{S}' = \text{diag}\{\hat{s}'_{v1}, \hat{s}'_{v2}, \dots, \hat{s}'_{vl}\}$, $\hat{s}'_{vi} = s'_v(\hat{v}_i^T X) = d[s_v(x_a)]/dx_a|_{x_a=\hat{v}_i^T X}$, 余项 d_u 满足下列不等式

$$\begin{aligned} |d_u| \leq & \|V^*\|_F \|\hat{W}^T \hat{S}'\|_F \|X\| + \|W^*\|_F \|\hat{S}' \hat{V}^T X\|_F \\ & + \|W^*\|_F \sqrt{l}. \end{aligned}$$

考虑两个具有不同初始状态的交叉反馈超混沌系统, 源系统 (1) 如方程所述. 响应系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(y_1 - x_1) + w_1 + p_1, \\ \dot{y}_1 = dx_1 - x_1 z_1 + cy_1 + u_2 + p_2, \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - bz_1 + p_3, \\ \dot{w}_1 = y_1 z_1 + rw_1 + u_4 + p_4, \end{cases} \quad (4)$$

式中, u_2, u_4 是要设计的控制律, p_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 是外部干扰和参数不确定性的集成项, p_1 和 p_3 是非匹配干扰, p_2 和 p_4 是匹配干扰. 控制器设计的目的是寻找合适的 u_2 和 u_4 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0} = 0, i = 1, 2, 3, 4, \quad (5)$$

式中, $e_{10} = x_1 - x$, $e_{20} = y_1 - y$, $e_{30} = z_1 - z$, $e_{40} = w_1 - w$.

方程 (4) 减去方程 (1) 得到误差动态系统如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_{10} = a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1, \\ \dot{e}_{20} = (d - z)e_{10} + ce_{20} \\ \quad - x_1 e_{30} + u_2 + p_2, \\ \dot{e}_{30} = -be_{30} + y_1 e_{10} + x e_{20} + p_3, \\ \dot{e}_{40} = z_1 e_{20} + y e_{30} + r e_{40} + u_4 + p_4. \end{cases} \quad (6)$$

下面, 我们将利用交叉反演技术设计主动控制器 u_2 和 u_4 . 正如方程 (2) 所述, 误差系统 (6) 由如下两个联合反馈子系统组成:

$$\begin{cases} \dot{e}_{10} = a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1, \\ \dot{e}_{40} = z_1 e_{20} + y e_{30} + r e_{40} + u_4 + p_4, \\ \dot{e}_{30} = -be_{30} + y_1 e_{10} + x e_{20} + p_3, \\ \dot{e}_{20} = (d - z)e_{10} + ce_{20} \\ \quad - x_1 e_{30} + u_2 + p_2. \end{cases} \quad (7)$$

注 1: 文献 [12] 中利用 4 个控制输入量, 本文只采用 2 个控制输入量来实现交叉反馈超混沌系统的同步控制, 这比利用 4 个控制输入量要难得多.

现在, 我们给出设计步骤.

步骤 1 令 $e_1 = e_{10}$. 它的导数为

$$\dot{e}_1 = a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1. \quad (8)$$

令 $e_4 = e_{40} - \alpha_1$, α_1 为待设计的虚拟控制量. 定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V_{1S} = & \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2\Gamma_{d1}} \tilde{\varepsilon}_{d1}^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{W}_1^T \tilde{W}_1 \\ & + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{V}_1^T \tilde{V}_1 \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\tilde{\varepsilon}_{d1} = \hat{\varepsilon}_{d1} - \varepsilon_{d1}$, $\varepsilon_{d1} = \varepsilon_1 - d_{u1}$ 为神经网络逼近引起的误差, $\hat{\varepsilon}_{d1}$ 为 ε_{d1} 的估计值, $\Gamma_{W1} > 0$, $\Gamma_{V1} > 0$ 是常数. 下文中 $\tilde{\varepsilon}_{di}$, $\hat{\varepsilon}_{di}$, ε_{di} , $\Gamma_{Wi} > 0$ 和 $\Gamma_{Vi} > 0$ ($i = 2, 3, 4$) 的含义与 $i = 1$ 时相似, 不再说明. 求取方程 (9) 随时间的导数得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1S} = & e_1 \dot{e}_1 + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{W}_1^T \dot{\tilde{W}}_1 \\ & + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{V}_1^T \dot{\tilde{V}}_1 \right\} \\ = & e_1 [a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1] \\ & + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{W}_1^T \dot{\tilde{W}}_1 \\ & + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{V}_1^T \dot{\tilde{V}}_1 \right\} \\ = & e_1 [a(e_{20} - e_{10}) - c_1 e_1 + e_4 \\ & + c_1 e_1 + \alpha_1 + p_1] \\ & + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{W}_1^T \dot{\tilde{W}}_1 \\ & + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{V}_1^T \dot{\tilde{V}}_1 \right\} \\ = & e_1 [a(e_{20} - e_{10}) - c_1 e_1 + s_1 + \alpha_1 + p_1] \\ & + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{W}_1^T \dot{\tilde{W}}_1 \\ & + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{V}_1^T \dot{\tilde{V}}_1 \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中, 切换面 s_1 定义为 $s_1 = e_4 + c_1 e_1$, $c_1 > 0$ 是常数. 由假设 1, 不确定性 p_1 可以表示为

$$p_1 = W_1^{*T} S_1 (V_1^{*T} X_1) + \varepsilon_1, \quad (11)$$

其中, $X_1 = [x \ x_1 \ y \ y_1 \ 1]^T$. 选择虚拟控制律

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & -a(e_{20} - e_{10}) - b_1 e_1 + c_1 e_1 \\ & - \hat{W}_1^T S_1 (\hat{V}_1^T X_1) \\ & - \frac{\hat{\varepsilon}_{d1}^2 e_1}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $b_1 > 0$ 是一个可设计的常数, $\eta_1 > 0$ 是一个小常数, $\eta > 0$ 为常数.

将 (11) 和 (12) 式代入 (10) 式并由引理 1 可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{1S} &= -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + e_1 \left[\mathbf{W}_1^{\text{T}*} \mathbf{S}_1 (\mathbf{V}_1^* \mathbf{X}_1) \right. \\
 &\quad \left. - \hat{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \mathbf{S}_1 \left(\hat{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 \right) + \varepsilon_1 \right] - \frac{\hat{\varepsilon}_{d1}^2 e_1^2}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}} \\
 &\quad + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\hat{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 \\
 &\quad + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_1 \right\} \\
 &= -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + e_1 \left[-\tilde{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \left(\hat{\mathbf{S}}_1 - \hat{\mathbf{S}}_1' \hat{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 \right) \right. \\
 &\quad \left. - \hat{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \hat{\mathbf{S}}_1' \tilde{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 + \varepsilon_{d1} \right] - \frac{\hat{\varepsilon}_{d1}^2 e_1^2}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}} \\
 &\quad + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\hat{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 \\
 &\quad + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_1 \right\} \\
 &= -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + e_1 \left[-\tilde{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \left(\hat{\mathbf{S}}_1 - \hat{\mathbf{S}}_1' \hat{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 \right) \right. \\
 &\quad \left. - \hat{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \hat{\mathbf{S}}_1' \tilde{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 \right] + e_1 (\hat{\varepsilon}_{d1} - \tilde{\varepsilon}_{d1}) \\
 &\quad - \frac{\hat{\varepsilon}_{d1}^2 e_1^2}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}} \\
 &\quad + \Gamma_{d1}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d1} \dot{\hat{\varepsilon}}_{d1} + \Gamma_{W1}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 \\
 &\quad + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V1}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_1 \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

令

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 = \Gamma_{W1} e_1 \left(\hat{\mathbf{S}}_1 - \hat{\mathbf{S}}_1' \hat{\mathbf{V}}_1^{\text{T}} \mathbf{X}_1 \right), \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}}_1 = \Gamma_{V1} e_1 \mathbf{X}_1 \hat{\mathbf{W}}_1^{\text{T}} \hat{\mathbf{S}}_1', \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{d1} = \Gamma_{d1} e_1. \quad (16)$$

将 (14)—(16) 式代入 (13) 式并利用性质 $\text{tr} \{ yx^{\text{T}} \} = x^{\text{T}} y$ 可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{1S} &\leq -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + |e_1| \hat{\varepsilon}_{d1} - \frac{\hat{\varepsilon}_{d1}^2 e_1^2}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}} \\
 &= -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + \frac{|e_1| \hat{\varepsilon}_{d1} \eta_1 e^{-\eta t}}{\hat{\varepsilon}_{d1} |e_1| + \eta_1 e^{-\eta t}} \\
 &\leq -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + \eta_1 e^{-\eta t}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

步骤 2 求 s_1 的导数得:

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_1 &= c_1 [a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1] \\
 &\quad + z_1 e_{20} + y e_{30} + r e_{40} + p_4 + u_4 - \dot{\alpha}_1. \quad (18)
 \end{aligned}$$

选择 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}
 V_{4S} &= V_{1S} + \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2\Gamma_{d4}} \tilde{\varepsilon}_{d4}^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \Gamma_{W4}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \tilde{\mathbf{W}}_4 + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \Gamma_{V4}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \tilde{\mathbf{V}}_4 \right\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

求取方程 (19) 随时间的导数得到:

$$\dot{V}_{4S} \leq -b_1 e_1^2 + e_1 s_1 + \eta_1 e^{-\eta t}$$

$$\begin{aligned}
 &+ s_1 c_1 [a(e_{20} - e_{10}) + e_{40} + p_1] \\
 &+ \Gamma_{d4}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d4} \dot{\hat{\varepsilon}}_{d4} + \Gamma_{W4}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_4 \\
 &+ \text{tr} \left\{ \Gamma_{V4}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_4 \right\} + s_1 (z_1 e_{20} + y e_{30} \\
 &+ r e_{40} + p_4 + u_4 - \dot{\alpha}_1). \quad (20)
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 u_4 &= -c_1 [a(e_{20} - e_{10}) + e_{40}] \\
 &\quad - z_1 e_{20} - y e_{30} - r e_{40} \\
 &\quad + \dot{\alpha}_1 - e_1 - b_4 s_1 - \hat{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \mathbf{S}_4 \left(\hat{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \mathbf{X}_4 \right) \\
 &\quad - \frac{\hat{\varepsilon}_{d4}^2 s_1}{\hat{\varepsilon}_{d4} |s_1| + \eta_4 e^{-\eta t}}, \quad (21)
 \end{aligned}$$

式中, $b_4 > 0$ 是一个可设计的常数. $\eta_4 > 0$ 是一个小常数.

将 (21) 式代入 (20) 式得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{4S} &\leq -b_1 e_1^2 - b_4 s_1^2 + \eta_1 e^{-\eta t} + s_1 c_1 p_1 \\
 &\quad + s_1 p_4 - s_1 \hat{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \mathbf{S}_4 \left(\hat{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \mathbf{X}_4 \right) \\
 &\quad - \frac{\hat{\varepsilon}_{d4}^2 s_1^2}{\hat{\varepsilon}_{d4} |s_1| + \eta_4 e^{-\eta t}} + \Gamma_{d4}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d4} \dot{\hat{\varepsilon}}_{d4} \\
 &\quad + \Gamma_{W4}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_4 + \text{tr} \left\{ \Gamma_{V4}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_4 \right\} \quad (22)
 \end{aligned}$$

不确定性 $c_1 p_1 + p_4$ 可以表示为

$$c_1 p_1 + p_4 = \mathbf{W}_4^{*\text{T}} \mathbf{S}_4 (\mathbf{V}_4^{*\text{T}} \mathbf{X}_4) + \varepsilon_4, \quad (23)$$

其中, $\mathbf{X}_4 = [z \quad z_1 \quad w \quad w_1 \quad 1]^{\text{T}}$.

令

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_4 = \Gamma_{W4} s_1 \left(\hat{\mathbf{S}}_4 - \hat{\mathbf{S}}_4' \hat{\mathbf{V}}_4^{\text{T}} \mathbf{X}_4 \right), \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}}_4 = \Gamma_{V4} s_1 \mathbf{X}_4 \hat{\mathbf{W}}_4^{\text{T}} \hat{\mathbf{S}}_4' \quad (25)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{d4} = \Gamma_{d4} s_1. \quad (26)$$

将 (21), (23)—(26) 式代入 (22) 式, 利用引理 1, 类似于步骤 1 的推导可得:

$$\dot{V}_{4S} \leq -b_1 e_1^2 - b_4 s_1^2 + (\eta_1 + \eta_4) e^{-\eta t}. \quad (27)$$

根据 Lemma 1^[36], 当 $t \rightarrow \infty$ 时, e_1 和 s_1 指数级趋向于零, 这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_4 \rightarrow 0$.

步骤 3 令 $s_3 = e_{30}$. 它的导数为

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_3 &= -b e_{30} + y_1 e_{10} + x e_{20} + p_3 \\
 &= -b e_{30} + y_1 e_{10} - x c_2 \int_0^t e_2 d\tau \\
 &\quad + x e_2 + x \alpha_2 + x c_2 \int_0^t e_2 d\tau + p_3 \\
 &= -b e_{30} + y_1 e_{10} - x c_2 \int_0^t e_2 d\tau
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+x\alpha_2 + xs_2 + p_3 \\
 &= f + g\alpha_2 + gs_2 + p_3, \tag{28}
 \end{aligned}$$

式中, $e_2 = e_{20} - \alpha_2$, α_2 为待设计的虚拟控制量, $s_2 = e_2 + c_2 \int_0^t e_2 d\tau$, $c_2 > 0$, $f = -be_{30} + y_1 e_{10} - xc_2 \int_0^t e_2 d\tau$, $g = x$. 定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}
 V_{3S} = &\frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2\Gamma_{d3}}\tilde{\varepsilon}_{d3}^2 + \frac{1}{2}\Gamma_{W3}^{-1}\tilde{W}_3^T\tilde{W}_3 \\
 &+ \frac{1}{2}\text{tr}\left\{\Gamma_{V3}^{-1}\tilde{V}_3^T\tilde{V}_3\right\}. \tag{29}
 \end{aligned}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} \frac{s_3 \left(f + \hat{W}_3^T S_3 \left(\hat{V}_3^T X_3 \right) \right) + \sqrt{k_f (s_3 f)^2 + k_g (s_3 g)^4 + (b_3 s_3)^4} + \frac{\tilde{\varepsilon}_{d3}^2 s_3^2}{\tilde{\varepsilon}_{d3} |s_3| + \eta_3 e^{-\eta t}}}{s_3 g}, & \text{if } s_3 g \neq 0 \\ 0, & \text{if } s_3 g = 0 \end{cases} \tag{32}$$

式中, $b_3 > 0$, $k_f > 0$ 和 $k_g > 0$ 是常数, $\eta_3 > 0$ 是一个小常数.

选择调节律如下:

$$\dot{W}_3 = \Gamma_{W3} s_3 \left(\hat{S}_3 - \hat{S}_3' \hat{V}_3^T X_3 \right), \tag{33}$$

$$\dot{V}_3 = \Gamma_{V3} s_3 X_3 \hat{W}_3^T \hat{S}_3', \tag{34}$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_{d3} = \Gamma_{d3} s_3. \tag{35}$$

下面分三种情况分析系统的稳定性.

情况 1 $s_3 g \neq 0$

将 (31)—(35) 式代入 (30) 式, 利用引理 1, 类似于步骤 1 的推导可得

$$\dot{V}_{3S} \leq -b_3^2 s_3^2 + s_3 x s_2 + \eta_3 e^{-\eta t}. \tag{36}$$

情况 2 $s_3 = 0$. 当 $s_3 = 0$, $\dot{V}_{3S} = 0$.

情况 3 $g = 0$, 即 $x = 0$. 这种情况下, 控制信号无法施加到 (28) 式描述的系统上. 既然 e_1 指数趋向于零, 可以认为在某一时刻 t_1 以后, e_1 近似为零, 于是 e_{30} 的动态方程可写为

$$\dot{e}_{30} = -be_{30} + p_3. \tag{37}$$

对 (37) 式在 $t \geq t_1$ 时进行求解得

$$\begin{aligned}
 e_{30}(t) &= e_{30}(t_1) e^{-b(t-t_1)} \\
 &+ \int_0^{t-t_1} e^{-b(t-t_1-\tau)} p_3 d\tau \\
 &\leq |e_{30}(t_1)| e^{-b(t-t_1)}
 \end{aligned}$$

求 (29) 式的时间导数得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{3S} = &s_3 (f + g\alpha_2 + gs_2 + p_3) \\
 &+ \Gamma_{d3}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d3} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d3} + \Gamma_{W3}^{-1} \tilde{W}_3^T \dot{\tilde{W}}_3 \\
 &+ \text{tr} \left\{ \Gamma_{V3}^{-1} \tilde{V}_3^T \dot{\tilde{V}}_3 \right\}. \tag{30}
 \end{aligned}$$

由假设 1, 不确定性 p_3 可以表示为

$$p_3 = W_3^{*T} S_3 (V_3^{*T} X_3) + \varepsilon_3, \tag{31}$$

其中, $X_3 = [x \ x_1 \ z \ z_1 \ 1]^T$. 因为 g 有可能过零, 常规方法难以有效控制, 故此对 Songtag 公式进行改进, 设计虚拟控制量 α_2 为

$$\begin{aligned}
 &+ \max |p_3| \times \left| e^{-b(t-t_1)} \int_0^{t-t_1} e^{b\tau} d\tau \right| \\
 &= |e_{30}(t_1)| e^{-b(t-t_1)} \\
 &+ \rho_3 \times \left| \frac{1 - e^{-b(t-t_1)}}{b} \right|, \tag{38}
 \end{aligned}$$

其中, $\rho_3 = \max |p_3|$. 由 (38) 式可知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_{30}(t)| = \frac{\rho_3}{b}. \tag{39}$$

注 2: 事实上, x 不可能一直为零. 即使 $x = 0$, $e_{30}(t)$ 也有界.

步骤 4 求 s_2 的导数得

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_2 = &c_2 e_2 + (d - z) e_{10} + c e_{20} \\
 &- x_1 e_{30} + u_2 - \dot{\alpha}_2 + p_2. \tag{40}
 \end{aligned}$$

选择 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}
 V_{2S} = &V_{3S} + \frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2\Gamma_{d2}}\tilde{\varepsilon}_{d2}^2 \\
 &+ \frac{1}{2}\Gamma_{W2}^{-1}\tilde{W}_2^T\tilde{W}_2 \\
 &+ \frac{1}{2}\text{tr}\left\{\Gamma_{V2}^{-1}\tilde{V}_2^T\tilde{V}_2\right\}. \tag{41}
 \end{aligned}$$

求它的导数得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{2S} = &\dot{V}_{3S} + s_2 [c_2 e_2 + (d - z) e_{10} \\
 &+ c e_{20} - x_1 e_{30} + u_2 - \dot{\alpha}_2 + p_2] \\
 &+ \Gamma_{d2}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{d2} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{d2} + \Gamma_{W2}^{-1} \tilde{W}_2^T \dot{\tilde{W}}_2 \\
 &+ \text{tr} \left\{ \Gamma_{V2}^{-1} \tilde{V}_2^T \dot{\tilde{V}}_2 \right\}. \tag{42}
 \end{aligned}$$

由假设 1, 不确定性 p_2 可以表示为

$$p_2 = \mathbf{W}_2^{*T} \mathbf{S}_2 (\mathbf{V}_2^{*T} \mathbf{X}_2) + \varepsilon_2, \quad (43)$$

其中, $\mathbf{X}_2 = [e_{10} \ e_{20} \ e_{30} \ z \ 1]^T$.

设计调节律为

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = \Gamma_{W_2} s_2 (\hat{\mathbf{S}}_2 - \hat{\mathbf{S}}_2' \hat{\mathbf{V}}_2^T \mathbf{X}_2), \quad (44)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}}_2 = \Gamma_{V_2} s_2 \mathbf{X}_2 \hat{\mathbf{W}}_2^T \hat{\mathbf{S}}_2', \quad (45)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{d2} = \Gamma_{d2} s_2. \quad (46)$$

设计控制规律为

$$\begin{aligned} u_2 = & -c_2 e_2 - (d - z) e_{10} - c e_{20} \\ & + x_1 e_{30} - b_2 s_2 - x s_3 + \dot{\alpha}_2 \\ & - \hat{\mathbf{W}}_3^T \mathbf{S}_3 (\hat{\mathbf{V}}_3^T \mathbf{X}_3) \\ & - \frac{\hat{\varepsilon}_{d2}^2 s_2}{\hat{\varepsilon}_{d2} |s_2| + \eta_2 e^{-\eta t}}, \end{aligned} \quad (47)$$

式中, $b_2 > 0$ 是要设计的常数, $\eta_2 > 0$ 是一个小常数.

将 (43)—(47) 式代入到 (42) 式得

$$\dot{V}_{2S} \leq \dot{V}_{3S} - b_2 s_2^2 - x s_2 s_3 + \eta_2 e^{-\eta t}. \quad (48)$$

在情况 1 下, (48) 式变为

$$\dot{V}_2 \leq -b_2 s_2^2 - b_3^2 s_3^2 + (\eta_2 + \eta_3) e^{-\eta t}. \quad (49)$$

根据 Lemma 1^[36], 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_2 \rightarrow 0, s_3 \rightarrow 0$, 这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0, e_{30} \rightarrow 0$.

在情况 2 下, (48) 式变为

$$\dot{V}_2 \leq -b_2 s_2^2 + \eta_2 e^{-\eta t}, \quad (50)$$

易见当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_2 \rightarrow 0, s_3 = 0$, 这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0, e_{30} = 0$.

在情况 3 下, 令 $V_2 = \frac{1}{2} s_2^2$, 求其导数可以得到

$$\dot{V}_2 \leq -b_2 s_2^2 + \eta_2 e^{-\eta t}. \quad (51)$$

所以可以得出结论: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_2 \rightarrow 0$. 这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0$. 同时, 根据 (38) 式可知, $e_{30}(t)$ 有界.

根据上述讨论, 得到如下结论.

定理 1 对于系统 (1) 和 (4), 在假设 1 的条件下, 如果虚拟控制律按照 (12) 式和 (32) 式选取, 控制律按照 (21) 式和 (47) 式选取, 则

i) 当 $x \neq 0$ 时, e_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 将渐近趋向于零.

ii) 当 $x = 0$ 时, e_i ($i = 1, 2, 4$) 将渐近趋向于零, 而且根据 (39) 式知, $e_3(t)$ 有界.

定理 1 并没有说明系统 (1) 和 (4) 是否同步, 但是易得如下推论.

推论 1 在定理 1 的条件下, 如下结论成立.

i) 当 $x \neq 0$ 时, e_{i0} ($i = 1, 2, 3, 4$) 将渐近趋向于零, 即系统 (1) 和 (4) 是渐近同步的.

ii) 当 $x = 0$ 时, e_{i0} ($i = 1, 2, 4$) 将渐近趋向于零, 而且根据 (39) 式知, $e_{30}(t)$ 有界.

证明 由于 $e_1 = e_{10}, e_1 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 所以 $e_{10} \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$.

在情况 1 下: $x \neq 0, s_3 \neq 0$, 不等式 (49) 意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_2 \rightarrow 0, s_3 \rightarrow 0$. 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0, e_{30} \rightarrow 0$. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_3 \rightarrow 0$ 意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\alpha_2 \rightarrow 0$, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{20} \rightarrow e_2$. 所以可得当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{20} \rightarrow 0$.

情况 2 类似于情况 1, 此处略去.

在情况 3 下: $g = 0$, 根据 (32) 式得 $\alpha_2 = 0$, 则 $e_{20} = e_2$. 根据不等式 (51), 可以看出当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_2 \rightarrow 0$, 这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时, e_2 指数级趋向于零, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, e_{20} 指数级趋向于零 $e_{20} \rightarrow 0$. 所以无论何种情况下, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{20} \rightarrow 0$.

根据 (12) 式, 既然当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{10} \rightarrow 0, e_{20} \rightarrow 0$, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\alpha_1 \rightarrow 0$. 所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{40} \rightarrow e_4$. 根据定理 1 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_{40} \rightarrow 0$.

另外, 当 $x = 0$ 时, 根据定理 1, (39) 式成立.

证明结束.

推论 2 在定理 1 的条件下, 如果 $p_i = 0, i = 1, 2, 3, 4$, 则系统 (1) 和 (4) 是渐近同步.

由定理 1 可以直接推导出推论 2, 不再证明.

4 数值仿真

下面我们通过数值仿真证明提出的同步控制方法的有效性.

我们研究同时有参数不确定性和外部干扰的情况, 即 $p_1 = 0.05 \sin(t) - 5(y_1 - x_1), p_2 = 0.2 \sin(2t) + 1.2x_1 - 1.3y_1, p_3 = 0.01 \sin(t) + 1.5z_1, p_4 = 0.2 \cos(t) + 0.2w_1$.

设置源系统 (1) 的初始条件为 $x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 3, w(0) = 4$; 响应系统 (4) 的初始条件为 $x_1(0) = -2, y_1(0) = -3, z_1(0) = 8, w_1(0) = 10$.

控制参数选为 $b_1 = 25.0, b_2 = 30.8, b_3 = 0.6, b_4 = 25.8, c_1 = 0.5, c_2 = 0, \hat{\varepsilon}_{d1}(0) = 0.01, \hat{\varepsilon}_{d2}(0) = 0.01, \hat{\varepsilon}_{d3}(0) = 0.01, \hat{\varepsilon}_{d4}(0) = 0.01, \eta = 0.1, \eta_1 = 0.1, \eta_2 = 0.1, \eta_3 = 0.1, \eta_4 = 0.1, k_f = 1, k_g = 0.1$,

$\Gamma_{W1} = 0.001, \Gamma_{W2} = 0.01, \Gamma_{W3} = 0.00001, \Gamma_{W4} = 0.01, \Gamma_{V1} = 5.1, \Gamma_{V2} = 1.1, \Gamma_{V3} = 3.1, \Gamma_{V4} = 1.5, \Gamma_{di} = 0.001, \hat{W}_i = [0]_{41 \times 1}, \hat{V}_i = [0]_{41 \times 5}, i = 1, 2, 3, 4.$

控制信号在 $t \geq 5$ 时施加. 仿真结果如图 1—4 所示. 图 1 为 x 和 x_1 的同步误差曲线, 图 2 为 y 和 y_1 的同步误差曲线, 图 3 为 z 和 z_1 的同步误差曲线, 图 4 为 w 和 w_1 的同步误差曲线. 系统中的参数不确定性和外部扰动如上述 $p_1—p_4$ 所示. 从图 1—4 可以看出, 除 e_{30} 外其他同步误差曲线均

渐近收敛到零, 而 e_{30} 也收敛到零的一个很小的邻域里, 利用两个控制输入实现了两个 4 阶超混沌系统 3 个状态的完全同步. 另外, 由于控制器中有效利用了名义系统的信息, 神经网络主要用于逼近外部扰动和参数不确定性的影响, 使得系统的同步效果在同时具有参数不确定性和有外部干扰时仍然令人满意, 仿真结果与理论分析结果完全一致, 有效克服了现有基于神经网络的同步研究中完全依赖神经网络的问题, 显示了本文方法的优越性.

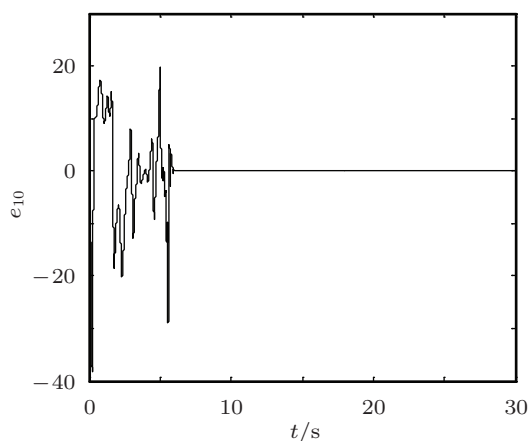


图 1 同步误差 e_{10} 曲线

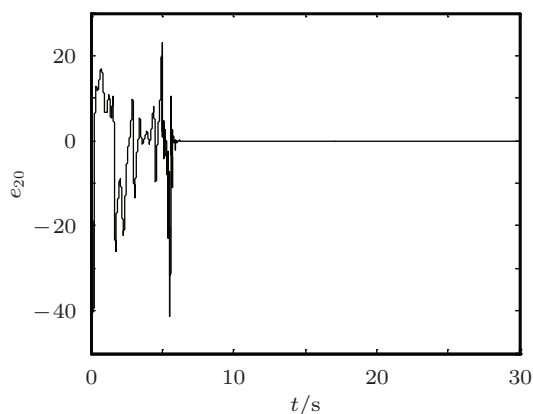


图 2 同步误差 e_{20} 曲线

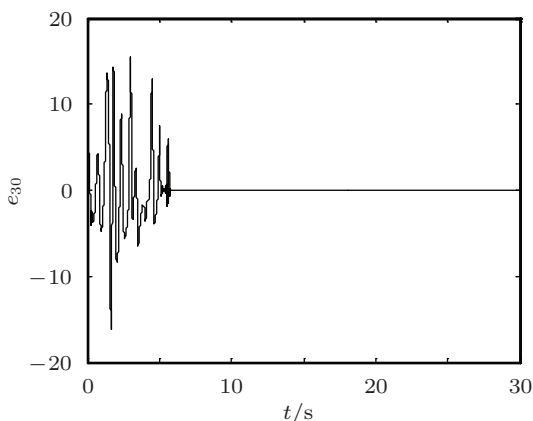


图 3 同步误差 e_{30} 曲线

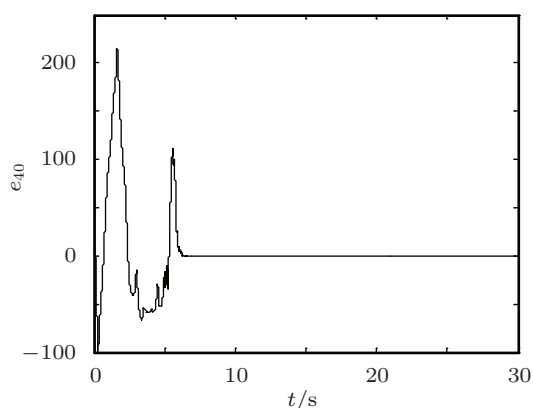


图 4 同步误差 e_{40} 曲线

5 结论

本文提出了一种基于神经网络的自适应反演控制器设计方法, 实现具有匹配和非匹配不确定性超混沌 Chen 系统同步. 该方法可以应用到不同的具有交叉严反馈形式的混沌系统中. 需要指出的是,

提出的方法只需采用两个控制器即可实现混沌同步, 无需已知不确定性的上界, 在控制系数不过零时保证同步误差趋向于零, 过零时保证其有界. 具有时变不确定性的超混沌系统的同步是需要进一步研究的问题.

- [1] Wu T, Chen M S 2002 *Physica D* **164** 53
- [2] Harb A, Abedl-Jabbar N 2003 *Chaos, Solitons and Fractals* **18** 1055
- [3] Chen G 1999 *Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems* (1st Ed.) (Boca Raton: CRC Press) p10
- [4] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [5] Zhu C X 2009 *Appl. Math. Comput.* **215** 557
- [6] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares D L, Zhou C S 2002 *Phys. Rep.* **366** 1
- [7] Yan Z 2005 *Appl. Math. Comput.* **168** 1239
- [8] Wang F, Liu C 2006 *Phys. Lett. A* **360** 274
- [9] Wu X Y, Zhang H M 2009 *Chaos, Solitons and Fractals* **39** 2268
- [10] Jia Q 2007 *Phys. Lett. A* **362** 424
- [11] Zhou X B, Wu Y, Li Y, Xue H Q 2009 *Chaos, Solitons and Fractals* **39** 2477
- [12] Wang J, Gao J F, Ma X K 2007 *Phys. Lett. A* **369** 452
- [13] Zhang H, Ma X K, Li M, Zou J L 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **26** 353
- [14] Yu Y G, Zhang S C 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **21** 643
- [15] Tan X H, Zhang J Y, Yang Y R 2003 *Chaos, Solitons and Fractals* **16** 37
- [16] Wang C, Ge S S 2001 *Int. J. Bifur. Chaos* **11** 1743
- [17] Bowong S, Kakmeni F M M 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **21** 999
- [18] Kittel A, Parisi J, Pyragas K 1995 *Phys. Lett. A* **198** 433
- [19] Chen F X, Wang W, Chen L, Zhang W D 2007 *Phys. Scr.* **75** 285
- [20] Haeri M, Emadzadeh A A 2007 *Chaos, Solitons and Fractals* **31** 119
- [21] Yan J J, Hung M L, Chiang T Y, Yang Y S 2006 *Phys. Lett. A* **356** 220
- [22] Roopaei M, Sahraei B R, Lin T C 2010 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **15** 4158
- [23] Yau H T 2008 *Mech. Syst. Signal Process* **22** 408
- [24] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **14** 2728
- [25] Xiang W, Huangpu Y G 2010 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **15** 3241
- [26] Guo H J, Lin S F, Liu J H 2006 *Phys. Lett. A* **351** 257
- [27] Lu Z, Shieh L S, Chen G R, Coleman N P 2006 *Inf. Sci.* **176** 2337
- [28] Zhang N N, Zhang D J, Feng Y 2007 *Control and Decis.* **22** 1143 (in Chinese) [张袅娜, 张德江, 冯勇 2007 控制与决策 **22** 1143]
- [29] Guo H J, Liu D, Zhao G Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010510 (in Chinese) [郭会军, 刘丁, 赵光宙 2011 物理学报 **60** 010510]
- [30] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P 1995 *Nonlinear and Adaptive Control Design* (New York: Wiley) p1
- [31] Li G H, Zhou S P, Yang K 2006 *Phys. Lett. A* **355** 326
- [32] Li H Y, Hu Y A 2011 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **16** 3904
- [33] Li Y, Tang W K S, Chen G R 2005 *Int. J. Bifur. Chaos* **15** 3367
- [34] Wu X Y, Guan Z H, Wu Z P 2008 *Nonlinear Anal.* **68** 1346
- [35] Zhang T, Ge S S, Hang C C 1999 *Automatica* **35** 1809
- [36] Sun Y J, Lien C H, Hsieh J G 1998 *IEEE Trans. Autom. Control.* **43** 674

Neural network-based backstepping design for the synchronization of cross-strict feedback hyperchaotic systems with unmatched uncertainties*

Li Hai-Yan Hu Yun-An[†] Ren Jian-Cun Zhu Min Liu Liang

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

(Received 31 October 2011; revised manuscript received 13 December 2011)

Abstract

For a class of cross-strict feedback hyperchaotic systems with unmatched uncertainties, a multilayer neural network (MNN) based adaptive backstepping design method is proposed. An MNN is introduced to estimate the uncertainties in systems. Sliding mode and adaptive backstepping control are used to deal with the unmatched uncertainties and the MNN approximation errors. If the virtual control coefficients do not pass through zeros, the proposed method guarantees that the synchronization errors of the systems approach zeros. If the virtual control coefficients pass through zeros, the proposed method guarantees that the synchronization errors of the systems are bounded. Numerical simulations are given to demonstrate the efficiency of the proposed control scheme.

Keywords: hyper-chaos synchronization, cross-strict feedback system, backstepping, MNN

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Xt

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60674090).

[†] E-mail: hya507@sina.com