

## 上海同步辐射装置波荡器光源空间相干性的研究\*

王华<sup>†</sup> 闫帅 闫芬 蒋升 毛成文 梁东旭 杨科 李爱国 余笑寒

(中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201204)

(2011年7月14日收到; 2011年12月13日收到修改稿)

利用高斯-谢尔光源模型理论与交叉谱密度函数在自由空间传输的规律, 研究了上海同步辐射装置波荡器光源 (BL15U) 的空间相干性; 讨论了预聚焦镜、单色器对光束空间相干性的影响; 实验测量了单色光狭缝 S2 处光束的横向相干长度 ( $Z$  方向). 理论计算表明, S2 处光束的横向相干长度为  $66.5 \mu\text{m}$ , 但实验测量结果为  $27 \mu\text{m}$ . 理论与实验相差较大的原因是由于 S2 上游光学元件预聚焦镜或单色器周期性高频振动导致了光束空间相干性的退化. 实验结果表明, 上海同步辐射装置波荡器光源已有较强的空间相干性, 可以满足微米尺度的硬 X 射线相干性实验.

**关键词:** 波荡器, 高斯-谢尔光源模型, 空间相干性

**PACS:** 41.60.Ap, 42.25.Kb

## 1 引言

相干性分为时间相干性 (亦称纵向相干性) 与空间相干性 (亦称横向相干性). 时间相干性由 X 射线的单色性来表征. 单色化由单色器来实现, 这种技术已经非常成熟和完善, 并且已达到相当高的精度. 第三代同步辐射装置 (例如: ESRF, APS, Spring8, SSRF 等) 由于电子的发射度小, 使得同步辐射光的空间相干性大大提高<sup>[1]</sup>. 而波荡器 (Undulator) 等插入件的使用, 则进一步提高了同步辐射光的空间相关性, 从而使许多对空间相干性要求高的实验, 如 X 射线相关光谱学<sup>[2,3]</sup> 与 X 射线相干衍射成像<sup>[4-9]</sup> 等得以实现.

研究波荡器光源的空间相干性, 对于束线设计与实验设计都非常重要. 目前有两种理论方法研究波荡器光源的空间相干性: 其一, 基于极端相对论电子辐射理论与光场的相干理论, 研究波荡器中电子辐射出光场的空间相干性<sup>[10,11]</sup>; 其二, 基于统计光学理论研究辐射场的空间相干性<sup>[12-16]</sup>. 仅需要几个简单的参数, 统计光学方法就能描述光源之后任意位置处光场的空间相干性. 由于这一优点, 统

计光学方法得到了广泛应用<sup>[16-19]</sup>. 最初的统计光学方法假设同步辐射光源是由彼此独立的点光源组成的一个面光源<sup>[12,13]</sup>, 但是随着第三代同步辐射装置的建立, 尤其是波荡器的使用, 该假设已不再合理. 鉴于此, Coisson 和 Marchesini<sup>[14,15]</sup> 提出了部分相干的高斯-谢尔光源模型 (GSM), Vartanyants 和 Singer<sup>[16]</sup> 进一步从理论上证实了在硬 X 射线波段 ( $> 3 \text{ keV}$ ) GSM 光源的有效性. 本文首先利用高斯-谢尔光源模型理论与交叉谱密度函数在自由空间传输的规律, 理论上研究上海同步辐射装置波荡器光源 (BL15U) 的空间相干性; 其次, 讨论预聚焦镜、单色器对光束空间相干性的影响; 最后, 实验测量 slit2 处光束的横向相干长度 ( $Z$  方向), 并讨论实验与理论结果的差异.

## 2 高斯-谢尔光源模型

高斯-谢尔光源模型理论是把实际的波荡器光源等效于置于波荡器中心的 GSM 面光源. 该 GSM 面光源的交叉谱密度函数 (CSD) 为<sup>[20]</sup>

$$W(\rho_1, \rho_2) = [S(\rho_1)]^{1/2} [S(\rho_2)]^{1/2} \mu(\rho_2 - \rho_1), \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11075200) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2010CB934501) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wanghua@sinap.ac.cn

其中

$$S(\boldsymbol{\rho}) = S_x S_z \exp \left[ -\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2} \right], \quad (2)$$

$$\mu(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) = \exp \left[ -\frac{(x_2 - x_1)^2}{2\xi_x^2} - \frac{(z_2 - z_1)^2}{2\xi_z^2} \right], \quad (3)$$

分别代表 GSM 光源平面内的谱密度与谱相干度,  $\sigma_{x,z}$  分别代表  $x$  与  $z$  方向光源的大小 (方均根, RMS),  $\xi_{x,z}$  代表相应方向上的横向相干长度,  $\boldsymbol{\rho}_{1,2}(x_{1,2}, z_{1,2})$  为光源平面内的横向坐标矢量. 当光源大小  $\sigma$  与横向相干长度  $\xi$  满足以下的不等式时, GSM 光源发出的光被限制在一个很小的锥形立体角之内<sup>[20]</sup>, 即形成光束:

$$\frac{1}{\delta_{x,z}^2} \ll \frac{2\pi^2}{\lambda^2}, \quad (4)$$

其中

$$\frac{1}{\delta_{x,z}^2} = \frac{1}{4\sigma_{x,z}^2} + \frac{1}{\xi_{x,z}^2}, \quad (5)$$

$\lambda$  为光的波长. 第三代同步辐射装置上的波荡器光源  $\delta_{x,z}$  通常在微米量级, 所以在硬 X 射线波段 ( $\lambda < 1 \text{ nm}$ ) (4) 式成立.

### 3 高斯 - 谢尔光束在自由空间的传输

设光束沿  $y$  轴从  $y = 0$  处平面 (光源平面) 向  $y > 0$  半空间传输, 则  $y$  处平面内 GSM 光束的交叉谱密度函数为<sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned} W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, y) &= \left( \frac{k}{2\pi y} \right)^2 \iint d\boldsymbol{\rho}'_1 \iint d\boldsymbol{\rho}'_2 W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, 0) \\ &\times \exp \left( -ik \frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2}{2y} \right), \quad (6) \end{aligned}$$

式中  $W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, 0)$  为 GSM 光束在  $y = 0$  处平面 (即光源所在平面) 内的交叉谱密度函数,  $\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2$  为  $y = 0$  处平面内的横向坐标矢量,  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$  为  $y$  处平面内的横向坐标矢量,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数.

将 (1)–(5) 式代入 (6) 式并完成积分得<sup>[20]</sup> (为简单起见, 此处仅给出  $x$  方向的表达式,  $z$  方向仅需要改变下标即可):

$$\begin{aligned} W(x_1, x_2, y) &= \frac{I_{0x}}{\Delta_x(y)} e^{i\psi_x(y)} \exp \left( -\frac{(x_1 + x_2)^2}{8\sigma_x^2 \Delta_x^2(y)} \right) \\ &\times \exp \left( -\frac{(x_2 - x_1)^2}{2\delta_x^2 \Delta_x^2(y)} \right), \quad (7) \end{aligned}$$

式中

$$\Delta_x(y) = \left[ 1 + \left( \frac{y}{y_x^{\text{eff}}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

为光束扩展系数,

$$\begin{aligned} \psi_x(y) &= \frac{k(x_2^2 - x_1^2)}{2R_x(y)}, \\ R_x(y) &= y \left[ 1 + \left( \frac{y_x^{\text{eff}}}{y} \right)^2 \right] \quad (9) \end{aligned}$$

分别为高斯光束的相位函数与等相面的曲率半径函数.  $y_x^{\text{eff}} = k\sigma_x\delta_x$  为有效距离, 即光束传输到该距离时, 光束扩展系数  $\Delta_x(y_x^{\text{eff}}) = \sqrt{2}$ .

(7) 式中, 令  $x_1 = x_2 = x$ , 得到光束的谱相干度

$$S(x, y) = \frac{I_{0x}}{\Delta_x(y)} \exp \left( -\frac{x^2}{2\Sigma_x^2(y)} \right), \quad (10)$$

式中

$$\Sigma_x(y) = \sigma_x \Delta_x(y) = (\sigma_x^2 + \theta_{\Sigma_x}^2 y^2)^{1/2}, \quad (11)$$

$$\theta_{\Sigma_x} = \frac{1}{2k\xi_x} \left( 4 + \left( \frac{\xi_x}{\sigma_x} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (12)$$

分别是光束传输到  $y$  处时光束的大小 (RMS) 与光束的发散角.

由 (1), (6), (10) 式得

$$\mu(x_1, x_2, y) = e^{i\psi_x(y)} \exp \left[ -\frac{(x_2 - x_1)^2}{2\Xi_x^2(y)} \right], \quad (13)$$

式中

$$\Xi_x(y) = \xi_x \Delta_x(y) = (\xi_x^2 + \theta_{\Xi_x}^2 y^2)^{1/2}, \quad (14)$$

$$\theta_{\Xi_x} = \frac{1}{2k\sigma_x} \left( 4 + \left( \frac{\xi_x}{\sigma_x} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (15)$$

$\Xi_x(y)$  为光束传输到  $y$  处时光束的横向相干长度. 由 (11) 和 (14) 式得

$$q_0 = \frac{\Xi_x(y)}{\Sigma_x(y)} = \frac{\xi_x}{\sigma_x}, \quad (16)$$

即距离光源任何位置, 光束的横向相干长度与光束大小的比值为常数.

### 4 上海同步辐射装置波荡器光源空间相干性

在同步辐射装置中, 加速器部门通常给出的光源参数为光源的大小  $\sigma_S$  与光源的发散角  $\sigma'_S$  (即 (11) 式中的  $\theta_{\Sigma}$ ). 由 (12) 式即可得到光源平

面内的横向相干长度  $\xi_S$ . 上海同步辐射装置储存环电子束参数为: 电子能量 3.5 GeV, 水平发射度  $3.9 \text{ nm}\cdot\text{rad}^{-1}$ , 耦合系数 0.01. BL15U 波荡器安装在低  $\beta$  的直线段, 波荡器周期长度为 2.7 cm, 总长度为 2 m, 在磁隙为 7 mm 时, 峰值磁场强度为 0.8 T. 光源参数为 (光子能量 10 keV):  $\sigma_x = 158 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_z = 10 \mu\text{m}$ ,  $\sigma'_x = 33.4 \mu\text{rad}$ ,  $\sigma'_z = 8.85 \mu\text{rad}$  (数据由上海同步辐射装置加速器物理组提供).

表 1 中计算了光束传输至距离光源点 33.7 m 处 (slit2 处) 时, 光束的横向相干长度 (尚未计入

聚焦镜、单色器的影响).  $x$  方向的横向相干长度为  $4.25 \mu\text{m}$ ,  $z$  方向的横向相干长度为  $66.55 \mu\text{m}$ .

表 1 上海同步辐射装置波荡器光源的参数 (光子能量 10 keV)

方向	$x$	$z$
光源尺寸 $\sigma/\mu\text{m}$	158	10
光源发散角 $\sigma'/\mu\text{rad}$	33.4	8.85
光源处横向相干长度 $\xi/\mu\text{m}$	0.59	2.23
距离光源 $z = 33.7 \text{ m}$ 处, 光束尺寸 $\Sigma(z)/\text{mm}$	1.14	0.30
距离光源 $z = 33.7 \text{ m}$ , 光束的横向相干长度 $\Xi(z)/\mu\text{m}$	4.25	66.55

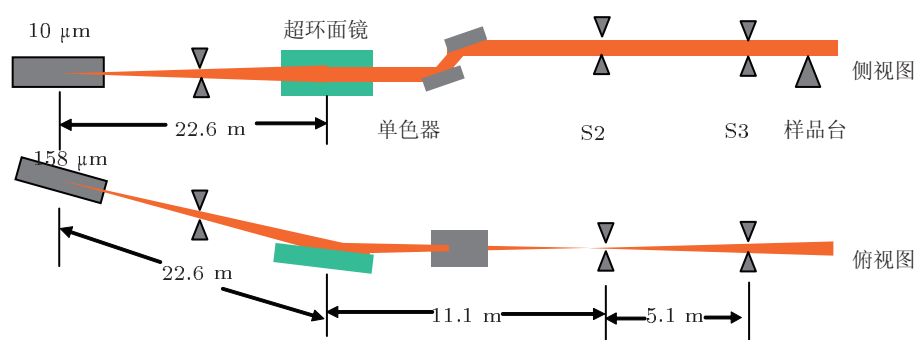


图 1 上海同步辐射装置 BL15U 光束线布局示意图 (S2 为单色光狭缝 2, S3 为单色光狭缝 3)

图 1 为上海同步辐射装置 BL15U 光束线布局示意图, 单色光狭缝 S2 距离光源点 33.7 m, 样品台距离 S2 5.8 m. S2 前与光束发生相互作用的光学元件仅有聚焦镜与单色器. 光学元件对光束空间相干性的影响主要有两方面: 表面面型误差和表面粗糙度 [21,22]. 单色器晶体 Si (111) 对光束的单色化过程是基于布拉格衍射, 所以表面面型误差与表面粗糙度对光束的空间相干性的影响可以忽略. 量子光学的观点认为 [23,24] 光束的横向相干性由光子动量不确定度的横向分量  $\Delta v_z$  决定, 而  $\Delta v_z$  与光束的发散角程线性关系. 反射光学元件的表面面型误差主要影响光束的发散角. BL15U 的聚焦镜由于竖直放置, 所以对光束  $Z$  方向发散角的影响可以忽略. Kewish 等 [22] 与 van Dijk 等 [25] 的研究表明反射镜表面粗糙度 (聚焦镜与非聚焦镜相同) 造成光束等相面的扭曲, 导致了光束的空间相干性的退化. 图 2 为镜面粗糙度对光束位相调制示意图.

设  $O$  点处高于理想镜面  $d$ , 则有、无粗糙度之间的光程差为 [21]

$$\Delta = OA - OB \approx 2n_0d \sin \theta, \quad (17)$$

式中  $n_0$  为真空中的折射率. 计入粗糙度引入的相

位调制后, (6) 式变为 (为与稍后的实验对应, 仅讨论  $Z$  方向)[26]

$$W(z_1, z_2, y) = \left( \frac{k}{2\pi y} \right)^2 \int dz'_1 \int dz'_2 W^{(0)}(z'_1, z'_2) \times \exp \left( -ik \frac{(z_1 - z'_1)^2 - (z_2 - z'_2)^2}{2y} \right) \times \exp(ik(\text{rand1}(d) - \text{rand2}(d))), \quad (18)$$

式中  $\text{rand}(d)$  为随机函数. 数值计算结果表明, 0.3 nm 的粗糙度 (BL15U 预聚焦镜的测量值), 对下游光束空间相干性的影响可以忽略.

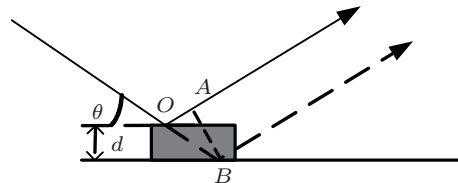


图 2 镜面粗糙度对光束位相调制示意图

单色光狭缝 S2 后距离  $y$  处探测平面上  $z$  点附近菲涅耳衍射图案的可见度为

$$V(z) = \frac{S_{\max}(z) - S_{\min}(z)}{S_{\max}(z) + S_{\min}(z)}, \quad (19)$$

式中  $S_{\max}(z)$  和  $S_{\min}(z)$  分别为  $z$  点附近菲涅耳衍射图案的最大值与最小值.

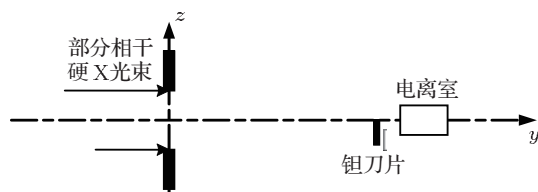


图 3 实验装置 单色光狭缝与扫描刀片距离 5.8 m, 即 S2 与样品台之间的距离; 狭缝开口  $62 \mu\text{m}$ , 入射部分相干硬 X 光束光子能量为 10 keV

图 3 为实验装置示意图. 光子能量为 10 keV 的部分相干硬 X 光束垂直入射到单色光狭缝 S2 上, 狭缝开口  $62 \mu\text{m}$ ; 钽刀片置于狭缝后 5.8 m 处的样品台上, 电离室置于刀片之后; 样品台在  $Z$  方向的运动精度可达  $0.2 \mu\text{m}$ , 通过扫描刀片得到狭缝的菲涅耳衍射图案. 图 4 即为实验中得到的菲涅耳衍射图案: 扫描步长为  $4 \mu\text{m}$ , 每个点的采集时间为 0.2 s. 我们得到了 5 幅衍射图案, 通过 (19) 式计算出可见度为  $0.103 \pm 0.016$ . 图 5 为菲涅耳衍射图案可见度随单色光狭缝 S2 处横向相干长度变化的关系. 从图中可以看出, 可见度为  $0.103 \pm 0.016$  对应的横向相干长度为  $27 \pm 2.5 \mu\text{m}$  (光子能量 10 keV). 比较表 1 中的理论值发现, 光束的空间相干性发生了较大退化. 主要原因为: 通过在样品台上放置 X 光荧光片, 我们发现光斑在  $Z$  方向有高频抖动 (振动频率越 42 Hz). 将 S2 全开时, 抖动依然存在, 所以是 S2

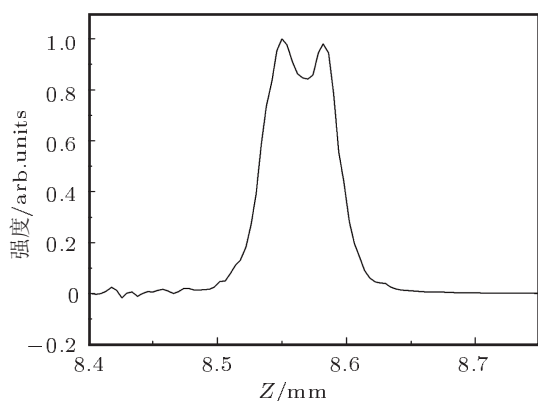


图 4 实验中得到的一幅菲涅耳衍射图案 扫描步长为  $4 \mu\text{m}$ , 每个点的采集时间为 0.2 s

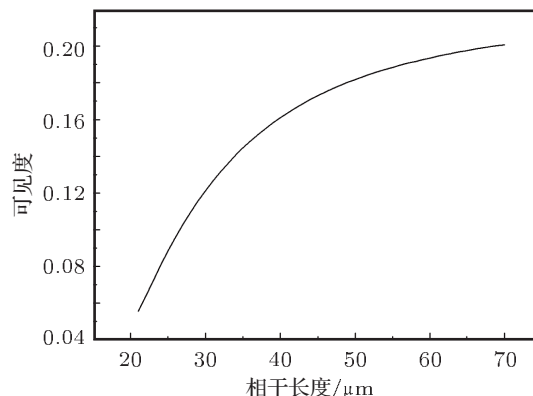


图 5 菲涅耳衍射图案可见度随单色光狭缝 S2 处横向相干长度变化的关系 狭缝开口  $62 \mu\text{m}$ , 菲涅耳衍射距离为 5.8 m, 光子能量 10 keV

上游光学元件预聚焦镜或单色器导致. 该抖动从两方面导致了测量的空间相干性发生较大退化: 其一, 由于采用刀片扫描的方式得到菲涅耳衍射图案, 所以高频抖动会降低测量得到菲涅耳衍射图案的可见度; 其二, 光学元件高频振动可直接导致光束空间相干性的退化, 进而使菲涅耳衍射图案可见度降低 [27].

## 5 结论

本文利用高斯 - 谢尔光源模型理论与交叉谱密度函数在自由空间传输的规律, 从理论上研究了上海同步辐射装置波荡器光源 (BL15U) 的空间相干性, 讨论了预聚焦镜、单色器对光束空间相干性的影响, 实验测量了单色光狭缝 S2 处光束的横向相干长度 ( $Z$  方向). 理论计算表明, S2 处光束的横向相干长度为  $66.5 \mu\text{m}$ , 但实验测量结果显示为  $27 \mu\text{m}$ . 理论与实验相差较大的原因是由于 S2 上游光学元件预聚焦镜或单色器周期性高频振动导致. 虽然上海同步辐射装置波荡器光源空间相干性不如 PETRA III (由于其水平发射度更小, 只有  $1 \text{ nm}\cdot\text{rad}^{-1}$  [16]), 但已有较强的空间相干性, 可以满足微米尺度的硬 X 射线相干性实验. 后续的工作将采用高分辨 X 光荧光片与高分辨可见光学显微镜, 组成高分辨的成像系统, 以更深入研究 S2 菲涅耳衍射图案, 从而判断高频振动的确切位置; 消除该振动对光束空间相干性的影响, 以进一步提高光束的空间相干性.

- [1] Xue Y L, Xiao T Q, Wu L H, Chen C, Guo R Y, Du G H, Xie H L, Deng B, Ren Y Q, Xu H J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5496 (in Chinese) [薛艳玲, 肖体乔, 吴立宏, 陈灿, 郭荣怡, 杜国浩, 谢红兰, 邓彪, 任玉琦, 徐洪杰 2010 物理学报 **59** 5496]
- [2] Grübel G, Zontone F 2004 *J. Alloys Compd.* **362** 3
- [3] Livet F 2007 *Acta Crystallogr. A* **63** 87
- [4] Miao J W, Charalambous P, Kirz J, Sayre D 1999 *Nature* **400** 342
- [5] Pfeifer M, Williams G, Vartanyants I, Harder R, Robinson I K 2006 *Nature* **442** 63
- [6] Chapman H N, Barty A, Marchesini S, Noy A, Hau-Riege S R, Cui C, Howells M R, Rosen R, He H, Spence J C H, Weierstall U, Beetz T, Jacobsen C, Shapiro D 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 1179
- [7] Abbey B, Nugent K A, Williams G J, Clark J N, Peele A G, Pfeifer M A, De Jonge M, McNulty I 2008 *Nat. Phys.* **4** 394
- [8] Thibault P, Dierolf M, Menzel A, Bunk O, David C, Pfeiffer F 2008 *Science* **321** 379
- [9] Robinson I, Harder R 2009 *Nat. Materials* **4** 291
- [10] Takayama Y, Hatano T, Miyakawa T, Okamoto W 1998 *J. Synchrotron Rad.* **5** 1187
- [11] Geloni G, Saldin E, Schneidmiller E, Yurkov M 2008 *Nucl. Instrum. Methods A* **588** 463
- [12] Kim K J 1986 *Nucl. Instrum. Methods A* **246** 71
- [13] Kim K J 1986 *SPIE Proc.* **582** 2
- [14] Coisson R 1995 *Appl. Opt.* **34** 904
- [15] Coisson R, Marchesini S 1997 *J. Synchrotron Rad.* **4** 263
- [16] Vartanyants I A, Singer A 2010 *New J. Phys.* **12** 035004
- [17] Daniele P, Andrei Y N, Herbert O M, Keith A N 2011 *Opt. Express* **19** 8073
- [18] Takahashi Y, Nishino Y, Mimura H 2009 *J. Appl. Phys.* **105** 083106
- [19] Takahashi Y, Nishino Y, Tsutsumi R 2009 *Phys. Rev. B* **80** 054103
- [20] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [21] Wang Y, Xiao T Q, Xu H J, Chen M, Chen J W, Xu Z Z 2000 *Acta Opt. Sin.* **20** 553 (in Chinese) [王云, 肖体乔, 徐洪杰, 陈敏, 陈建文, 徐至展 2000 光学学报 **20** 553]
- [22] Kewish C M, Assoufid L, Macrander A T, Qian J 2007 *Appl. Opt.* **44** 2010
- [23] Zhu P P, Tang E S, Cui Q M 1998 *Acta Opt. Sin.* **18** 46 (in Chinese) [朱佩平, 唐鄂生, 崔明启 1998 光学学报 **18** 46]
- [24] Tang E S, Zhu P P, Cui Q M 1998 *Acta Opt. Sin.* **18** 46 (in Chinese) [唐鄂生, 朱佩平, 崔明启 1998 光学学报 **18** 1640]
- [25] van Dijk T, Gbur G, Visser T D 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 575
- [26] Lu W, Liu L R, Sun J F, Yang Q G, Zhu Y J 2007 *Opt. Comm.* **271** 1
- [27] Yabashi M, Tamasaku K, Goto S, Ishikawa T 2005 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38** 11

# Research on spatial coherence of undulator source in Shanghai synchrotron radiation facility\*

Wang Hua<sup>†</sup> Yan Shuai Yan Fen Jiang Sheng Mao Cheng-Wen Liang Dong-Xu  
Yang Ke Li Ai-Guo Yu Xiao-Han

(Shanghai Institute of Applied Physics, Shanghai Synchrotron Radiation Facility, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201204, China)

(Received 14 July 2011; revised manuscript received 13 December 2011)

## Abstract

Firstly, based on the Gaussian-schell model source theory and the propagation of cross-spectral density function in free space, the spatial coherence of undulator source (BL15U) in Shanghai Synchrotron Radiation Facility is studied. Secondly, the influences of pre-focusing mirror and the monochromator on the beam spatial coherence are discussed. Finally, the spatial coherent length at mono slit S2 is measured. The spatial coherent length at S2 theoretically is 66.5  $\mu\text{m}$ , but experimentally is 27  $\mu\text{m}$ . This difference is due to the high frequency vibration of pre-focusing mirror or monochromator. Nevertheless, high coherent hard X ray beams can be obtained at the location of experimental sample and many coherent experiments can be fulfilled on this beamline.

**Keywords:** undulator, Gaussian-schell model source, spatial coherence

**PACS:** 41.60.Ap, 42.25.Kb

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11075200) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB934501).

<sup>†</sup> E-mail: wanghua@sinap.ac.cn