

# 循环跃迁的 $\Delta$ 型三能级系统中的无反转激光\*

高强 宋同强<sup>†</sup>

(宁波大学物理系, 宁波 315211)

(2011年12月1日收到; 2011年12月26日收到修改稿)

研究了在引入非相干抽运的情况下, 循环跃迁的  $\Delta$  型共振三能级系统中产生的无反转激光. 利用主方程的方法, 导出了缀饰态中强相干场极限下布居数项和相干项的稳态近似解析解以及产生无反转激光所需要满足的条件; 并利用数值模拟的方法讨论了布居数分布、系统增益对探测场和相干场拉比频率的依赖性以及时随时间的演化规律. 结果表明: 无论各个参量取何值, 共振  $\Delta$  型三能级系统总是处于无粒子数反转的状态; 只要探测场或相干场之中有一个为强场, 便可产生无反转激光; 当其中任意一个场远强于另一个场时, 系统的无反转增益将不再依赖于任何一个场的拉比频率.

**关键词:** 量子光学, 无反转激光, 循环跃迁, 非相干抽运

**PACS:** 42.50.Ct, 42.50.Gy

## 1 引言

近年来, 由于利用无粒子数反转激光的理论可能使激光发射器产生的激光频率范围拓展, 关于无反转激光和无反转放大的研究引起了人们的广泛关注. 在三能级和四能级系统中实现无反转激光的理论研究以及实验上的验证<sup>[1-21]</sup>逐步完善. 因为广泛地使用电偶极近似, 传统的自然原子系统的研究不可避免地受到选择定则的制约, 并非所有的能级间都能产生跃迁. 在宇称破缺的系统<sup>[20]</sup>中, 人们通过在自然原子中利用弱微波场驱动电偶极禁戒跃迁<sup>[13,21,22]</sup>, 实现循环跃迁的  $\Delta$  型三能级结构. 在此结构中, 任意两个能级间都可跃迁, 从而增加产生无反转激光的可能性.

人造原子是一类尺寸极小、且拥有类似于原子的不连续能级结构的物质的通称, 如量子点、超导量子电路等. 随着超导量子电路在芯片上的高度集成化, 其量子效应愈发明显, 常借鉴量子光学中的概念和理论来在实验上验证无反转激光等量子光学现象. 相对于利用弱微波场驱动电偶极禁戒跃迁实现的  $\Delta$  型三能级结构, 人造原子中的  $\Delta$  型三能级结构<sup>[23,24]</sup>能级间隔可调, 能级分离明显, 三

个跃迁的强度相似, 已在实验上实现<sup>[25]</sup>. 利用含循环跃迁结构的模型, 人们已经对许多量子现象进行了深入研究, 如单或双光子吸收<sup>[26]</sup>、无反转激光<sup>[20,21]</sup>和电磁感应透明<sup>[22,23,27,28]</sup>等.

在循环跃迁的模型中, 许多对无反转激光的研究都采用半经典的方法<sup>[13,20,21]</sup>, 即将外场作为经典场处理, 主要讨论系统布居分布和增益对相位和失谐等的依赖. 本文将讨论引入非相干抽运的  $\Delta$  型三能级系统在缀饰态表象中产生无反转激光的可能性. 利用全量子方法计算布居数分布和系统增益的稳态近似解析解, 以及探测场和相干场拉比频率变化对系统产生的影响. 通过对光场的量子化处理, 可以解释原子与场相互作用系统中的许多非经典的量子效应, 例如系统布居演化的周期性崩塌和回复效应. 尽管在缀饰态表象中分析问题会使系统运动方程更加复杂, 但是相对于裸态表象, 缀饰态表象可以提供更恰当的系统动力学描述, 有利于理解原子光谱.

## 2 系统模型

考虑一个  $\Delta$  型循环跃迁的三能级系统, 如图 1

\* 宁波大学王宽成幸福基金资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: songtongqiang@nbu.edu.cn

所示. 能级  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  之间的跃迁频率为  $\omega_{ab}$ , 并与一个频率为  $\omega_L$  的单模强驱动场耦合, 量子化光场的光子数为  $N$ . 能级  $|a\rangle$  和  $|c\rangle$  之间的跃迁频率为  $\omega_{ac}$ , 并与一个频率为  $\omega_p$  的单模探测场耦合, 量子化光场的光子数为  $N'$ . 另外, 能级  $|b\rangle$  和  $|c\rangle$  之间存在着非相干抽运率为  $\Lambda$  的非相干抽运.

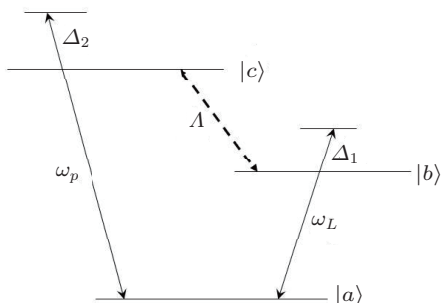


图 1  $\Delta$  型三能级系统模型

在偶极近似和旋波近似下, 系统的哈密顿量为

$$H = H_0 + H_1, \quad (1a)$$

$$H_0 = \hbar\omega_{ab}|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_{ac}|c\rangle\langle c| + \hbar\omega_L a_L^\dagger a_L + \hbar\omega_p a_p^\dagger a_p, \quad (1b)$$

$$H_1 = g_L [s_+^{(1)} a_L + s_-^{(1)} a_L^\dagger] + g_p [s_+^{(2)} a_p + s_-^{(2)} a_p^\dagger], \quad (1c)$$

其中,  $H_0$  表示原子和场的哈密顿量,  $H_1$  表示原子与场相互作用的哈密顿量,  $s_+^{(1)} = |b\rangle\langle a|$ ,  $s_+^{(2)} = |c\rangle\langle a|$ ,  $s_-^{(i)} = [s_+^{(i)}]^\dagger$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为  $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$  和  $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$  的上升算符和下降算符,  $g_L$  和  $g_p$  是耦合常数. 取  $|a, N+1, N'+1\rangle$ ,  $|b, N, N'+1\rangle$  和  $|c, N+1, N'\rangle$  为基, 系统的哈密顿量的矩阵形式可写为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} E_{N,N'} & \hbar\Omega & \hbar G \\ \hbar\Omega & E_{N,N'} - \hbar\Delta_1 & 0 \\ \hbar G & 0 & E_{N,N'} - \hbar\Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hbar\Omega & \hbar G \\ \hbar\Omega & -\hbar\Delta_1 & 0 \\ \hbar G & 0 & -\hbar\Delta_2 \end{bmatrix} + E_{N,N'} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中  $E_{N,N'} = \hbar\omega_L(N+1) + \hbar\omega_p(N'+1)$  是态  $|a, N, N'\rangle$  的能量,  $\Omega = \frac{g_L}{\hbar}\sqrt{N+1}$ ,  $G = \frac{g_p}{\hbar}\sqrt{N'+1}$  分别表示耦合场与探测场的拉比频率,  $N$  和  $N'$  即两个量子化相干场的光子数,  $\Delta_1 = \omega_L - \omega_{ab}$ ,  $\Delta_2 = \omega_p - \omega_{ac}$  分别表示两个场与原子能级之间的失谐.

### 3 缀饰态与主方程

在共振的情况下 (即  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ ), 取哈密顿量的本征态作为缀饰态基.

$$|\alpha\rangle = -\frac{G}{R}|b, N, N'+1\rangle + \frac{\Omega}{R}|c, N+1, N'\rangle, \quad (3a)$$

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|a, N+1, N'+1\rangle - \frac{\Omega}{\sqrt{2}R}|b, N, N'+1\rangle - \frac{G}{\sqrt{2}R}|c, N+1, N'\rangle, \quad (3b)$$

$$|\gamma\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|a, N+1, N'+1\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}R}|b, N, N'+1\rangle + \frac{G}{\sqrt{2}R}|c, N+1, N'\rangle, \quad (3c)$$

其中  $R = \sqrt{\Omega^2 + G^2}$  是广义的拉比频率. 由 (3a)—(3c) 可以发现, 在强相干场极限下, 即  $\Omega \gg \gamma_{ab}, \gamma_{ac}, \gamma_{bc}, \Lambda, G$ , 态  $|\alpha\rangle$  拥有激发态  $|c\rangle$  的性质, 而  $|\beta\rangle$  和  $|\gamma\rangle$  拥有基态的性质, 从而应该拥有较大的布居数.

为了得到密度矩阵元的运动方程, 我们引入主方程:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{\gamma_{ab}}{2} [s_+^{(1)} s_-^{(1)} \rho + \rho s_+^{(1)} s_-^{(1)}] \\ & + \gamma_{ab} s_-^{(1)} \rho s_+^{(1)} - \frac{\gamma_{ac}}{2} [s_+^{(2)} s_-^{(2)} \rho + \rho s_+^{(2)} s_-^{(2)}] \\ & + \gamma_{ac} s_-^{(2)} \rho s_+^{(2)} - \frac{\gamma_{bc}}{2} [s_+^{(3)} s_-^{(3)} \rho + \rho s_+^{(3)} s_-^{(3)}] \\ & + \gamma_{bc} s_-^{(3)} \rho s_+^{(3)} - \frac{\Lambda}{2} [s_-^{(3)} s_+^{(3)} \rho + \rho s_-^{(3)} s_+^{(3)}] \\ & + \Lambda s_+^{(3)} \rho s_-^{(3)} - \frac{\Lambda}{2} [s_+^{(3)} s_-^{(3)} \rho + \rho s_+^{(3)} s_-^{(3)}] \\ & + \Lambda s_-^{(3)} \rho s_+^{(3)}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\gamma_{ij}$  ( $i, j = a, b, c$ ) 分别为从能级  $|j\rangle$  到能级  $|i\rangle$  的自发衰减率. 通过计算可以得到系统的运动方程 (见附录). 为了简化计算, 我们取强相干场极限, 即令  $\Omega \gg \gamma_{ab}, \gamma_{ac}, \gamma_{bc}, \Lambda, G$ , 并令  $\eta = \frac{G}{\Omega}$ , 系统的运动方程可化为

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\alpha\alpha} = & -(\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda)\rho_{\alpha\alpha} + \frac{\Lambda}{2}(\rho_{\beta\beta} \\ & + \rho_{\gamma\gamma}) + \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc} + 2\Lambda}{2\sqrt{2}} \\ & \eta(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha} - \rho_{\alpha\gamma} - \rho_{\gamma\alpha}) - \frac{\Lambda}{2}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\dot{\rho}_{\beta\beta} = -\frac{2\Lambda + \gamma_{ab}}{4}\rho_{\beta\beta} + \frac{\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2}\rho_{\alpha\alpha}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\gamma_{ab}}{4}\rho_{\gamma\gamma} - \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha}) \\
 & + \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2\sqrt{2}}\eta(\rho_{\alpha\gamma} + \rho_{\gamma\alpha}) \\
 & + \frac{\Lambda}{4}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \quad (5b) \\
 \dot{\rho}_{\gamma\gamma} = & -\frac{2\Lambda + \gamma_{ab}}{4}\rho_{\gamma\gamma} + \frac{\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2}\rho_{\alpha\alpha} \\
 & + \frac{\gamma_{ab}}{4}\rho_{\beta\beta} \\
 & - \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2\sqrt{2}}\eta(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha}) \\
 & + \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}(\rho_{\alpha\gamma} + \rho_{\gamma\alpha}) + \frac{\Lambda}{4}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \quad (5c) \\
 \dot{\rho}_{\alpha\beta} = & \left( iR - \frac{\gamma_{ab} + 2\gamma_{ac} + 3\Lambda + 2\gamma_{bc}}{4} \right) \rho_{\alpha\beta} \\
 & + \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + 2\Lambda + 3\gamma_{bc}}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\alpha\alpha} \\
 & + \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} - \Lambda + \gamma_{bc}}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\beta\beta} \\
 & - \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}\rho_{\gamma\gamma} - \frac{(2\Lambda + \gamma_{bc})\eta^2}{2}\rho_{\beta\alpha} \\
 & + \frac{\Lambda + \gamma_{ab}}{4}\rho_{\alpha\gamma} + \frac{(2\Lambda + \gamma_{bc})\eta^2}{2}\rho_{\gamma\alpha} \\
 & + \frac{\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \Lambda - \gamma_{bc}}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\gamma\beta} + \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}\rho_{\beta\gamma}, \quad (5d) \\
 \dot{\rho}_{\alpha\gamma} = & \left( -iR - \frac{\gamma_{ab} + 2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda}{4} \right) \rho_{\alpha\gamma} \\
 & - \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + 3\gamma_{bc} + 2\Lambda}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\alpha\alpha} \\
 & + \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}\rho_{\beta\beta} - \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc} - \Lambda}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\gamma\gamma} \\
 & + \frac{\Lambda + \gamma_{ab}}{4}\rho_{\alpha\beta} + \frac{(2\Lambda + \gamma_{bc})\eta^2}{2}(\rho_{\beta\alpha} - \rho_{\gamma\alpha}) \\
 & - \frac{\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \Lambda - \gamma_{bc}}{2\sqrt{2}}\eta\rho_{\beta\gamma} - \frac{\Lambda\eta}{2\sqrt{2}}\rho_{\gamma\beta}, \quad (5e) \\
 \dot{\rho}_{\beta\gamma} = & \left( -2iR - \frac{3\gamma_{ab} + 2\Lambda}{4} \right) \rho_{\beta\gamma} \\
 & + \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{bc} - \Lambda}{2}\rho_{\alpha\alpha} \\
 & + \frac{2\gamma_{ab} + \Lambda}{4}(\rho_{\beta\beta} + \rho_{\gamma\gamma}) \\
 & + \frac{2\gamma_{ac} - 2\gamma_{ab} - \Lambda}{2\sqrt{2}}\eta(\rho_{\alpha\gamma} - \rho_{\beta\alpha}) \\
 & - \frac{\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2\sqrt{2}}\eta(\rho_{\gamma\alpha} - \rho_{\alpha\beta}) \\
 & - \frac{\gamma_{ab}}{4}v_{\gamma\beta}. \quad (5f)
 \end{aligned}$$

在方程 (5a)—(5c) 中,  $\dot{\rho}_{\alpha\alpha} + \dot{\rho}_{\beta\beta} + \dot{\rho}_{\gamma\gamma} = 0$ , 近似后的方程仍然满足布居数守恒. (5a) 中处于态  $|\alpha\rangle$  的概率以  $(\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda)$  的速率衰减, 而在 (5b) 和 (5c) 中以  $\frac{\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2}$  的速率增加. 同时, 态  $|\alpha\rangle$  的概率通过  $|\beta\rangle$  和  $|\gamma\rangle$  以  $\frac{\Lambda}{2}$  的速率增加, 而在 (5b) 和 (5c) 中  $|\beta\rangle$  ( $|\gamma\rangle$ ) 以  $\frac{\gamma_{ab} + 2\Lambda}{4}$  速度衰减并且通过  $|\gamma\rangle$  ( $|\beta\rangle$ ) 以  $\frac{\gamma_{ab}}{4}$  的速率增加.

#### 4 稳态解析解

为了方便地求得系统的近似稳态解析解, 考虑强相干场极限近似, 即  $\Omega \gg \gamma_{ab}, \gamma_{ac}, \gamma_{bc}, \Lambda, G$ , 令  $\eta = 0$ , 并注意布居数守恒  $\rho_{\alpha\alpha} + \rho_{\beta\beta} + \rho_{\gamma\gamma} = 1$ , 解方程组 (5a)—(5f) 可得:

$$\rho_{\alpha\alpha}^{\text{st}} = \frac{4R^2\Lambda}{4R^2(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda) + (\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}, \quad (6a)$$

$$\rho_{\beta\beta}^{\text{st}} = \rho_{\gamma\gamma}^{\text{st}} = \frac{8R^2(\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda) + (\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}{8R^2(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda) + 2(\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}, \quad (6b)$$

$$\rho_{\alpha\beta}^{\text{st}} = \rho_{\alpha\gamma}^{\text{st}} = 0, \quad (6c)$$

$$\rho_{\beta\gamma}^{\text{st}} = \frac{(\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}{8R^2(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda) + 2(\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)} - i \frac{4R(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}{8R^2(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda) + 2(\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}, \quad (6d)$$

由于在计算中令  $\eta = 0$ , 使得  $\rho_{\alpha\beta}^{\text{st}}$  和  $\rho_{\alpha\gamma}^{\text{st}}$  的零阶近似值为 0. 对方程 (6a)—(6d) 取强相干场极限近似, 并令  $R \approx \Omega$ , 可以得到:

$$\rho_{\alpha\alpha}^{\text{st}} = \frac{\Lambda}{2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda}, \quad (7a)$$

$$\rho_{\beta\beta}^{\text{st}} = \rho_{\gamma\gamma}^{\text{st}} = \frac{\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda}{2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda}, \quad (7b)$$

$$\rho_{\beta\gamma}^{\text{st}} = \frac{(\gamma_{ab} + \Lambda)(\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda)}{8R^2(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda)} - i \frac{\gamma_{ab}\gamma_{ac} + \gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{ab}\Lambda + \gamma_{ac}\Lambda}{2R(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda)}. \quad (7c)$$

通过对方程组 (5) 做数值解并与 (7a)—(7c) 做比较, 可以得到布居数项的误差大约在 0.014%.

为了得到  $\rho_{\alpha\beta}^{\text{st}}$  和  $\rho_{\alpha\gamma}^{\text{st}}$  的近似解析解, 将密度矩阵元按照幂级数展开为  $\rho_{ij} = \rho_{ij}^{(0)} + \eta\rho_{ij}^{(1)} + O(\eta^2)$ , 其中  $\rho_{ij}^{(0)}$  为零阶近似  $\rho_{ij}^{\text{st}}$ ,  $\rho_{ij}^{(1)}$  为一阶近似, 将其带入方程组 (5) 中得到:

$$\rho_{\alpha\gamma}^{(1)} = -[\rho_{\alpha\beta}^{(1)}]^*; \quad (8a)$$

在强相干场极限条件下

$$\begin{aligned} \text{Im}\rho_{\alpha\beta} &= \text{Im}\rho_{\alpha\gamma} \\ &= -\frac{(\gamma_{ac} + \gamma_{bc})(\gamma_{ab} - \gamma_{ac} - \gamma_{bc}) + 2\Lambda(\gamma_{ab} - \gamma_{bc})}{2\sqrt{2}\Omega(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda)} \\ &\quad \times \eta. \end{aligned} \quad (8b)$$

## 5 参量对系统的影响

通过方程 (7a) 和 (7b), 可知系统的稳态布居数差为

$$\rho_{\beta\beta}^{\text{st}} - \rho_{\alpha\alpha}^{\text{st}} = \frac{\gamma_{ac} + \gamma_{bc}}{2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda}, \quad (9)$$

恒大于零, 无论系统参数怎么变化, 系统稳态始终处于无粒子数反转的状态. 要使系统呈现无反转增益, 只要保证:

$$\begin{aligned} \text{Im}\rho_{\beta\alpha} &= \frac{(\gamma_{ac} + \gamma_{bc})(\gamma_{ab} - \gamma_{ac} - \gamma_{bc}) + 2\Lambda(\gamma_{ab} - \gamma_{bc})}{2\sqrt{2}\Omega(2\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc} + 3\Lambda)} \\ &\quad \times \eta > 0. \end{aligned}$$

对系统密度矩阵的精确的运动方程 (见附录 (A1)—(A6)) 求稳态数值解, 可以得出系列不同的探测或相干光场拉比频率  $G$  或  $\Omega$  对系统的影响.

## 5.1 $\Omega$ 值对系统的影响

首先, 我们来探讨相干光场拉比频率  $\Omega$  的变化对系统造成的影响.

图 2 描述了当  $G = 0.1\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{ab} = 5\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{bc} = \gamma_{ac}$ ,  $\Lambda = \gamma_{ac}$  时, 布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$  和  $\rho_{\beta\beta}$  随  $\Omega/\gamma_{ac}$  变化的演化规律. 从图中可以看出, 当  $\Omega$  足够大以至于可以看做强相干场极限时,  $\rho_{\alpha\alpha}$  和  $\rho_{\beta\beta}$  将不再随着  $\Omega$  的变化而变化. 同时, 在任何时刻  $\rho_{\beta\beta}$  的值都大于  $\rho_{\alpha\alpha}$  的值, 这与 (7a), (7b), (9) 式中的结果相吻合.

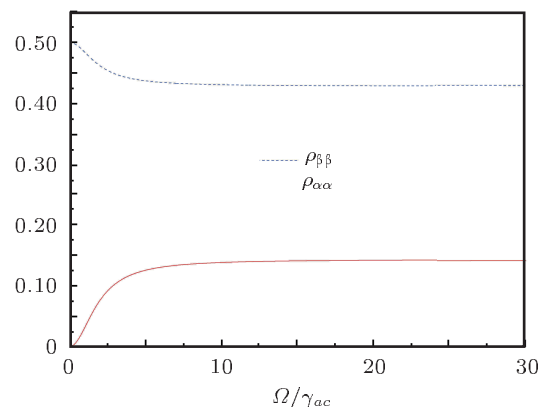


图 2 稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$  和  $\rho_{\beta\beta}$  随  $\Omega/\gamma_{ac}$  的演化规律

在不同拉比频率  $G$  的探测光场作用下, 系统随着相干光场拉比频率  $\Omega$  演化得到一组渐变的曲线, 如图 3 所示.

图 3(a) 和 (b) 描述了稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  分别在  $G = 0.1\gamma_{ac}$ ,  $3\gamma_{ac}$ ,  $20\gamma_{ac}$ ,  $50\gamma_{ac}$ ,  $100\gamma_{ac}$  时随  $\Omega/\gamma_{ac}$  演化的曲线. 从图中可以清楚地看出,  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  分别拥有最小值和最大值, 这个最大/小值所对应的  $\Omega$  值将会随着  $G$  值的增大而增大, 但最大/小值本身并未随着  $G$  值变化而有明显的起伏. 随着  $G$  的增大, 曲线在度过最大/小值点后下降的斜率逐渐变得平缓.  $G$  值远小于  $\Omega$  值以至于可以看做强相干场极限的曲线, 如  $G = 0.1\gamma_{ac}$ ,  $3\gamma_{ac}$ ,  $\rho_{\alpha\alpha}$  ( $\rho_{\beta\beta}$ ) 的值会很快度过其最大/小值, 然后迅速地增大 (减小) 并最终达到一个稳定状态. 这个稳定状态不再依赖于  $G$  值或者  $\Omega$  值, 这与 (7a), (7b) 式中计算所得结果相吻合.

图 3(c) 描述了稳态布居数差  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  随  $\Omega/\gamma_{ac}$  的变化曲线. 受  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  的变化曲线影响,  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  也存在一个最大值.  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  在变化规律等方面与  $\rho_{\beta\beta}$  的变化曲线类似, 但由于  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  会同时达到各自的最小值和最大值, 所以  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  的峰更加尖锐.

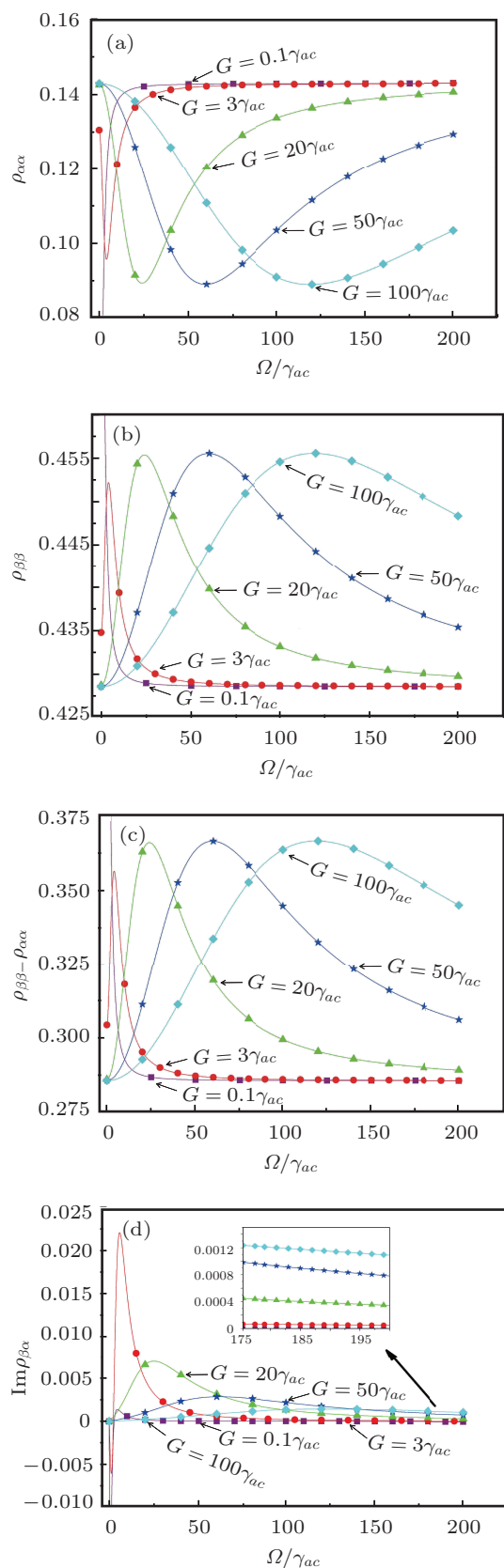


图3 不同  $G$  值时稳态布居数项和稳态相干项随  $\Omega/\gamma_{ac}$  的演化 (a), (b), (c) 分别描述了稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  和布居数差  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  随  $\Omega$  的演化; (d) 描述了稳态相干项  $\rho_{\beta\alpha}$  的虚部随  $\Omega$  的演化; 参量为  $\gamma_{ab} = 5\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{bc} = \gamma_{ac}$ ,  $\Lambda = \gamma_{ac}$

图 3(d) 描述了稳态相干项  $\rho_{\beta\alpha}$  的虚部随  $\Omega/\gamma_{ac}$  的变化曲线. 从图中可以看出, 当  $G$  值比较小时 ( $G = 0.1\gamma_{ac}, 3\gamma_{ac}$ ),  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  迅速地减小到负值, 并达到一个最小值; 之后又迅速地增大回到正值, 并达到其最大值. 在此阶段中最大值随  $G$  值增加而增大, 然后  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  逐渐减小, 此时减小的速度比之前的变化速度略显和缓, 最终达到稳定状态. 随着  $G$  值的增大,  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  仍然存在最大值但不存在最小值, 变化的曲率逐渐平缓, 最大值的绝对值减小. 当  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  的变化曲线趋于稳定之后, 其稳定值对  $G$  值有依赖性, 这与 (8b) 式所得到的近似解析解是一致的.

由此可得出结论, 对于任何  $G$  和  $\Omega$ , 系统始终处于无粒子数反转的状态; 当  $G$  和  $\Omega$  不同时非常小时, 系统将呈现无反转增益.

## 5.2 $G$ 值对系统的影响

除了相干光场外, 探测光场的引入也会对系统造成一定的影响. 通过对精确运动方程 (附录 (A1)—(A6)) 在取不同的探测光场拉比频率  $G$  值时求稳态数值解, 可以得到如下一组曲线图 (如图 4).

图 4(a), (b) 和 (c) 分别描述了稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  和稳态布居数差  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  分别在  $\Omega = 0.1\gamma_{ac}, 3\gamma_{ac}, 20\gamma_{ac}, 50\gamma_{ac}, 100\gamma_{ac}$  时随  $G/\gamma_{ac}$  演化的曲线.

当  $\Omega$  取值非常小时 (如  $\Omega = 0.1\gamma_{ac}$ ), 稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  和稳态布居数差  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  的行为与图 3(a)—(c) 相似. 随着  $\Omega$  继续增大 (如  $\Omega = 3\gamma_{ac}, 20\gamma_{ac}$ ),  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  和  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  会随着  $G$  的增加迅速减小或增大, 并在  $G \gg \Omega$  时不再依赖于  $G$  和  $\Omega$  的值而逐步达到稳定状态. 对于  $\Omega$  取值较大的曲线 (如  $\Omega = 50\gamma_{ac}, 100\gamma_{ac}$ ), 在曲线开始的部分并未随  $G$  和  $\Omega$  变化而变化, 这是由于此时系统可以近似地看做处于强相干场极限.

图 4(d) 描述了稳态相干项  $\rho_{\beta\alpha}$  的虚部随  $G/\gamma_{ac}$  的变化曲线. 当  $G$  和  $\Omega$  取值都很小时 (如  $\Omega = 0.1\gamma_{ac}$  曲线的开始部分), 系统会呈现负增益. 当  $\Omega$  取值较大而  $G$  取值较小时 (如  $\Omega = 50\gamma_{ac}, 100\gamma_{ac}$  曲线的开始部分),  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  与  $G$  值呈线性依赖关系, 这与强相干场极限中得到的方程 8(b) 相一致. 任意一条对应于某个  $\Omega$  值的曲线, 在随  $G$  演化的过程中都有一个最大值, 这个最大值代表着当探测光场拉比频率  $G$  取对应值时, 系统由  $|\alpha\rangle$  态向  $|\beta\rangle$  跃迁会得到最大的增益.

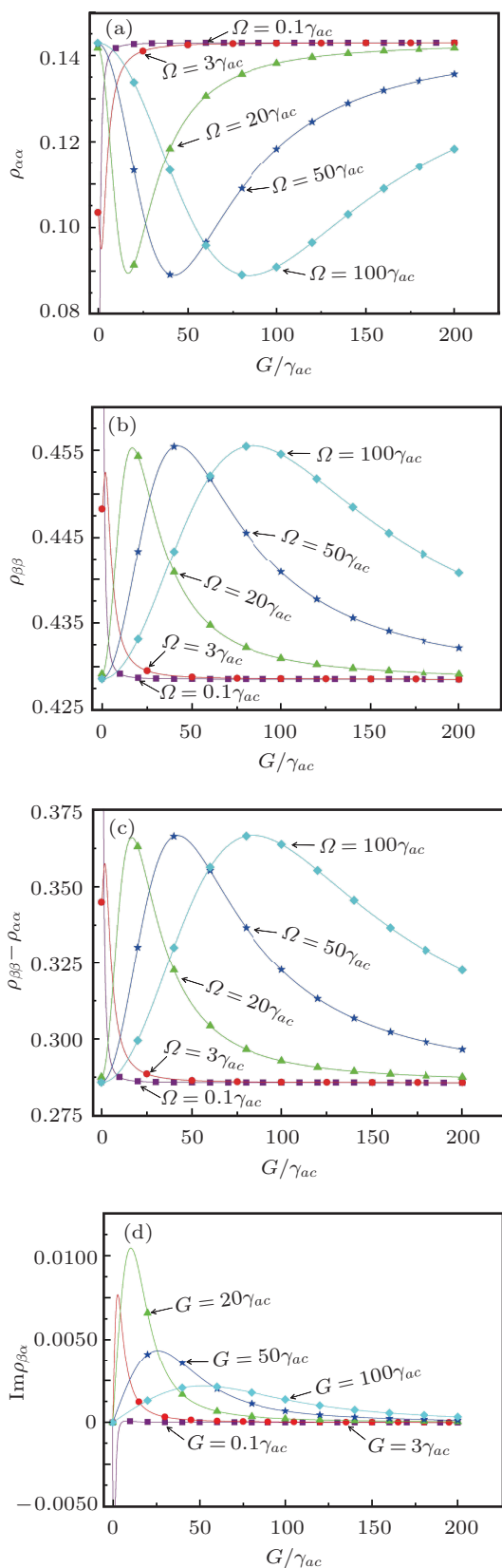


图4 不同  $\Omega$  值时稳态布居数项和稳态相干项随  $G/\gamma_{ac}$  的演化 (a), (b), (c) 分别描述了稳态布居数项  $\rho_{\alpha\alpha}$ ,  $\rho_{\beta\beta}$  和布居数差  $\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}$  随  $G$  的演化; (d) 描述了稳态相干项  $\rho_{\beta\alpha}$  的虚部随  $G$  的演化; 参量为  $\gamma_{ab} = 5\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{bc} = \gamma_{ac}$ ,  $\Lambda = \gamma_{ac}$

## 6 时间演化分析

通过对密度矩阵元的运动方程 (5) 在初态为  $\rho_{ij} = 0.5 (i, j = \beta, \gamma)$  的前提下求数值解, 得到了系统的布居数项和相干项的时间演化 (图 5).

从图 5(a) 和 (b) 中可以清楚地看到,  $\rho_{\alpha\alpha}$  随着时间发展单调增加, 并最终达到稳态值  $\rho_{\alpha\alpha} = 0.142$ ; 类似地,  $\rho_{\beta\beta}$  随着时间发展单调减小, 并最终达到稳态值  $\rho_{\beta\beta} = 0.429$ . 这与方程 (8a), (8b) 所计算的近似解相一致.

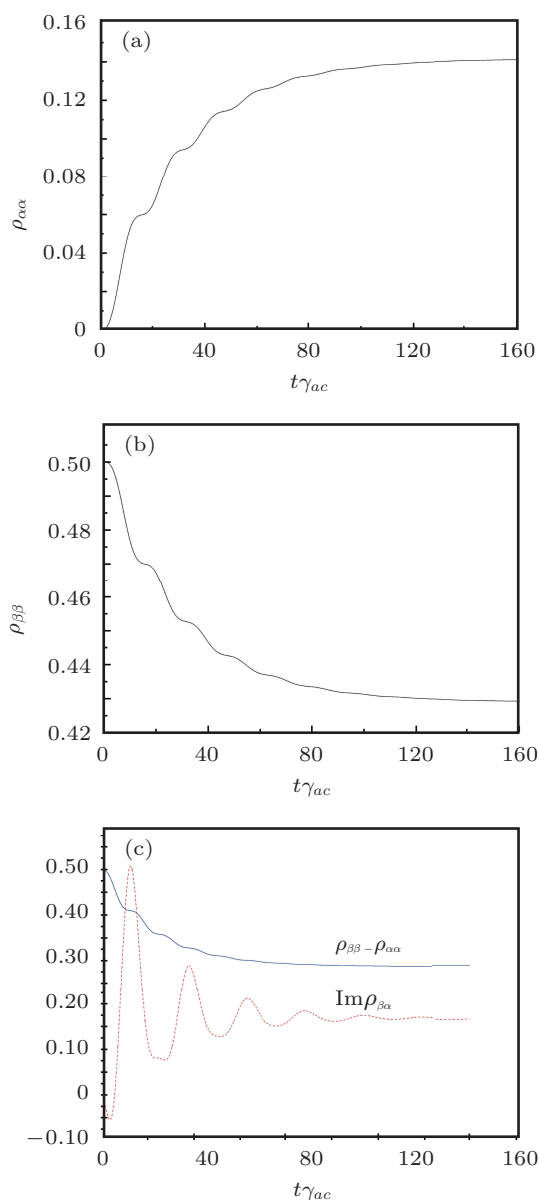


图5 稳态布居数项和相干项随时间演化的数值模拟 (a)  $\rho_{\alpha\alpha}$  随时间演化; (b)  $\rho_{\beta\beta}$  随时间演化; (c) 布居数差与系统增益随时间演化; 参量设定为  $\gamma_{ab} = 5\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{bc} = \gamma_{ac}$ ,  $\Lambda = \gamma_{ac}$ ,  $G = 0.1\gamma_{ac}$ ,  $\Omega = 20\gamma_{ac}$

此外, 图 5(c) 还直观地描述了低能级  $|\beta\rangle$  的布

居数始终大于高能级  $|\alpha\rangle$  的布居数, 即系统始终处于无粒子数反转的状态; 同时  $\text{Im}\rho_{\beta\alpha}$  除演化初期极短时间内外恒大于零, 说明系统呈现增益, 即系统始终处于无反转增益状态.

## 7 结论

本文研究了在引入非相干抽运的情况下, 循环跃迁的  $\Delta$  型共振三能级系统产生无反转激光的增益情况. 通过在缀饰态表象中对相干光场的量子化处理, 利用主方程的方法, 导出了强相干场极限下布居数项和相干项的稳态近似解析解以及产生无反转激光所需要满足的条件; 并利用数值模拟

的方法讨论了布居数分布、系统增益对探测场和相干场拉比频率的依赖性以及随时间的演化规律. 我们发现, 在非相干抽运的影响下, 无论各个参量取何值, 系统始终处于无粒子数反转的状态; 在共振的情况下, 当系统参量取  $\gamma_{ab} = 5\gamma_{ac}$ ,  $\gamma_{bc} = \gamma_{ac}$ ,  $\Lambda = \gamma_{ac}$  时, 探测场和相干场拉比频率  $G$  和  $\Omega$  不同时取非常小的值即可使系统产生无反转激光; 当探测场和相干场中任何一个远强于另一个场时, 系统布居数分布都将不依赖于  $G$  和  $\Omega$  的值. 综上分析, 我们可以通过选择适当的驱动场拉比频率和非相干抽运率来得到最大化的系统无反转增益.

附录: 系统的精确运动方程

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\alpha\alpha} = & \frac{-(\Lambda + \gamma_{ab})R^2G^2 - (\Lambda + \gamma_{ac} + \gamma_{bc})R^2\Omega^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})\Omega^2G^2}{R^4}\rho_{\alpha\alpha} + \frac{(\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}G^4}{2R^4}(\rho_{\beta\beta} + \rho_{\gamma\gamma}) \\ & + \frac{\Omega G[R^2(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc}) + 2\Lambda(\Omega^2 - G^2) - 2\gamma_{bc}G^2]}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha} - \rho_{\alpha\gamma} - \rho_{\gamma\alpha}) \\ & - \frac{(\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}G^4}{2R^4}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\beta\beta} = & \frac{-2\Lambda R^4 - \gamma_{ab}R^2\Omega^2 - (\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc})R^2G^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})\Omega^2G^2}{4R^4}\rho_{\beta\beta} \\ & + \frac{(\gamma_{ab}G^2 + \gamma_{ac}\Omega^2)R^2 + (\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}\Omega^4}{2R^4}\rho_{\alpha\alpha} \\ & + \frac{(\gamma_{ab}\Omega^2 + \gamma_{ac}G^2)R^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})\Omega^2G^2}{4R^4}\rho_{\gamma\gamma} + \frac{-\Lambda\Omega G(\Omega^2 - G^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha}) \\ & + \frac{\Omega G R^2(\gamma_{ac} - \gamma_{ab}) + \Omega G \Lambda(\Omega^2 - G^2) + \gamma_{bc}\Omega^3 G}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\gamma} + \rho_{\gamma\alpha}) + \frac{(\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}G^4}{4R^4}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\gamma\gamma} = & \frac{-2\Lambda R^4 - \gamma_{ab}R^2\Omega^2 - (\gamma_{ac} + 2\gamma_{bc})R^2G^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})\Omega^2G^2}{4R^4}\rho_{\gamma\gamma} \\ & + \frac{(\gamma_{ab}G^2 + \gamma_{ac}\Omega^2)R^2 + (\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}\Omega^4}{2R^4}\rho_{\alpha\alpha} \\ & + \frac{(\gamma_{ab}\Omega^2 + \gamma_{ac}G^2)R^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})\Omega^2G^2}{4R^4}\rho_{\beta\beta} \\ & - \frac{\Omega G R^2(\gamma_{ac} - \gamma_{ab}) + \Omega G \Lambda(\Omega^2 - G^2) + \gamma_{bc}\Omega^3 G}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\beta} + \rho_{\beta\alpha}) \\ & + \frac{\Lambda\Omega G(\Omega^2 - G^2) - \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\gamma} + \rho_{\gamma\alpha}) + \frac{(\Omega^4 + G^4)\Lambda + \gamma_{bc}G^4}{4R^4}(\rho_{\beta\gamma} + \rho_{\gamma\beta}), \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\alpha\beta} = & \frac{(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc})\Omega G R^2 + 2\Lambda\Omega G(\Omega^2 - G^2) + 2\gamma_{bc}\Omega^3 G}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\alpha\alpha} \\ & + \frac{(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc})\Omega G R^2 + \Omega G \Lambda(G^2 - \Omega^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\beta\beta} \\ & + \frac{\Omega G \Lambda(G^2 - \Omega^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\gamma\gamma} \\ & + \frac{4iR^5 - (\gamma_{ab} + 2\gamma_{ac} + 3\Lambda + 2\gamma_{bc})R^4 - (\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + 4\Lambda)G^2R^2 + (4\Lambda + 2\gamma_{bc})G^4}{4R^4}\rho_{\alpha\beta} \\ & - \frac{\Omega^2G^2(2\Lambda + \gamma_{bc})}{2R^4}\rho_{\beta\alpha} + \frac{(\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda)R^4 + (\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + 4\Lambda)\Omega^2R^2 - (4\Lambda + 2\gamma_{bc})\Omega^4}{4R^4}\rho_{\alpha\gamma} \\ & + \frac{\Omega^2G^2(2\Lambda + \gamma_{bc})}{2R^4}\rho_{\gamma\alpha} + \frac{(\gamma_{ab} - \gamma_{ac} - \gamma_{bc})\Omega G R^2 - \Omega G \Lambda(G^2 - \Omega^2) - \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\gamma\beta} \\ & + \frac{\Omega G \Lambda(\Omega^2 - G^2) - \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\beta\gamma}, \end{aligned} \quad (\text{A4})$$



$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{\alpha\gamma} = & -\frac{(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc})\Omega GR^2 + 2\Lambda\Omega G(\Omega^2 - G^2) + 2\gamma_{bc}\Omega^3 G}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\alpha\alpha} - \frac{\Omega G\Lambda(G^2 - \Omega^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\beta\beta} \\
 & - \frac{(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} + \gamma_{bc})\Omega GR^2 + \Omega G\Lambda(G^2 - \Omega^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\gamma\gamma} \\
 & + \frac{(\gamma_{ac} + \gamma_{bc} + \Lambda)R^4 + (\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + 4\Lambda)\Omega^2 R^2 - (4\Lambda + 2\gamma_{bc})\Omega^4}{4R^4}\rho_{\alpha\beta} + \frac{\Omega^2 G^2(2\Lambda + \gamma_{bc})}{2R^4}\rho_{\beta\alpha} \\
 & + \frac{-4iR^5 - (\gamma_{ab} + 2\gamma_{ac} + 3\Lambda + 2\gamma_{bc})R^4 - (\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + 4\Lambda)G^2 R^2 + (4\Lambda + 2\gamma_{bc})G^4}{4R^4}\rho_{\alpha\gamma} \\
 & - \frac{\Omega^2 G^2(2\Lambda + \gamma_{bc})}{2R^4}\rho_{\gamma\alpha} - \frac{(\gamma_{ab} - \gamma_{ac} - \gamma_{bc})\Omega GR^2 - \Omega G\Lambda(G^2 - \Omega^2) - \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\beta\gamma} \\
 & + \frac{\Omega G\Lambda(G^2 - \Omega^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}\rho_{\gamma\beta}, \tag{A5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{\beta\gamma} = & \frac{-8iR^5 - (3\gamma_{ab} + 2\Lambda)R^4 + (3\gamma_{ab} - 3\gamma_{ac} + 2\Lambda - \gamma_{bc})G^2 R^2 - (2\Lambda + \gamma_{bc})G^4}{4R^4}\rho_{\beta\gamma} \\
 & + \frac{(\gamma_{ab}G^2 + \gamma_{ac}\Omega^2)R^2 - \Lambda(\Omega^4 + G^4) - \gamma_{bc}\Omega^4}{2R^4}\rho_{\alpha\alpha} \\
 & + \frac{(2\gamma_{ab} + \Lambda)R^4 + 2(\gamma_{ac} - \gamma_{ab} - \Lambda)R^2 G^2 + (2\Lambda + \gamma_{bc})G^4}{4R^4}(\rho_{\beta\beta} + \rho_{\gamma\gamma}) \\
 & + \frac{2(\gamma_{ac} - \gamma_{ab})\Omega GR^2 - \Omega G\Lambda(\Omega^2 - G^2) + \gamma_{bc}\Omega G^3}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\alpha\gamma} - \rho_{\beta\alpha}) \\
 & - \frac{\Omega GR^2(\gamma_{ab} - \gamma_{ac}) + \Omega G\Lambda(\Omega^2 - G^2) + \gamma_{bc}\Omega^3 G}{2\sqrt{2}R^4}(\rho_{\gamma\alpha} - \rho_{\alpha\beta}) \\
 & + \frac{-\gamma_{ab}R^4 + (\gamma_{ab} - \gamma_{ac} + \gamma_{bc} + 2\Lambda)R^2 G^2 - (2\Lambda + \gamma_{bc})G^4}{4R^4}\rho_{\gamma\beta}. \tag{A6}
 \end{aligned}$$

- [1] Braunstein D, Shuker R 2001 *Phys. Rev. A* **64** 053812
- [2] Fan X J, Cui N, Ma H, Li A Y, Li H 2006 *Eur. Phys. J. D* **37** 129
- [3] Braunstein D, Shuker R 2009 *J. Phys. B* **42** 125401
- [4] Wang Z H, Hu X M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2569 (in Chinese) [王振华, 胡响明 2004 物理学报 **53** 2569]
- [5] Hu X M, Xu Z Z 2001 *J. Phys. B* **34** 2927
- [6] Ma H, Bu F G, Qiao H X, Tong D M, Fan X J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 206 (in Chinese) [马慧, 卜凡阁, 乔红霞, 全殿民, 樊锡君 2008 物理学报 **57** 206]
- [7] Yang Y L, Wang L, Liu Z B, Lu H W, Fan X J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3161 (in Chinese) [杨艳玲, 王蕾, 刘中波, 卢洪武, 樊锡君 2009 物理学报 **58** 3161]
- [8] Qiao H X, Yang Y L, Tan X, Tong D M, Fan X J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3734
- [9] Yang Y L, Liu Z B, Wang L, Tong D M, Fan X J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1054
- [10] Fan X J, Ma H, Liu Z B, Tong D M 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5342
- [11] Sun W F, Li M C, Zhao L C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6185 (in Chinese) [孙伟峰, 李美成, 赵连城 2010 物理学报 **59** 6185]
- [12] Chang Z G, Liu J C, Yan K Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4927 (in Chinese) [常增光, 刘建成, 闫珂柱 2008 物理学报 **57** 4927]
- [13] Xu W H, Wu J H, Gao J Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 441
- [14] Cui N, Fan X J, Li A Y, Liu C P, Gong S Q, Xu Z Z 2007 *Chin. Phys.* **16** 718
- [15] Fan X J, Li J J, Tong D M, Liu C P, Gong S Q, Xu Z Z 2005 *J. Mod. Opt.* **52** 2127
- [16] Fan X J, Cui N, Tian S F, Ma H, Gong S Q, Xu Z Z 2005 *J. Mod. Opt.* **52** 2759
- [17] Zhu M Z, Zhao C R, Fan X J, Gong S Q, Xu Z Z 2006 *J. Mod. Opt.* **53** 2101
- [18] Zibrov A S, Lukin M D, Nikonov D E, Hollberg L, Scully M O, Velichansky V L, Robinson H G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1499
- [19] Padmabandu G G, Welch G R, Shubin I N, Fry E S, Nikonov D E, Lukin M D, Scully M O 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 2053
- [20] Jia W Z, Wei L F 2010 *Phys. Rev. A* **82** 013808
- [21] Xu W H, Wu J H, Gao J Y 2003 *Opt. Commun.* **223** 367
- [22] Li H, Sautenkov V A, Rostovtsev Y V, Wrlch G R, Hemmer P R, Scully M O 2009 *Phys. Rev. A* **80** 023820
- [23] Joo J, Bourassa J, Blais A, Sanders B C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 073601
- [24] Liu Y X, You J Q, Wei L F, Sun C P, Nori F 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 087001
- [25] Deppe F, Mariantoni M, Menzel E P, Marx A, Saito S, Kakuyanagi K, Tanaka H, Meno T, Semba K, Takayanagi H, Solano E, Gross R 2008 *Nat. Phys.* **4** 686
- [26] Hou B P, Wang S J, Yu W L, Sun W L 2005 *J. Phys. B* **38** 1419
- [27] Ian H, Liu Y, Nori F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 063823
- [28] Wilson E A, Manson N B, Wei C, Yang L J 2005 *Phys. Rev. A* **72** 063813



# Laser without inversion in a $\Delta$ -configuration three-level system with cyclic transition\*

Gao Qiang Song Tong-Qiang<sup>†</sup>

(Department of Physics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

(Received 1 December 2011; revised manuscript received 26 December 2011)

## Abstract

In the case of incoherent pumping, laser without population inversion in a resonant three-level  $\Delta$ -configuration system is investigated. By taking the strong coupling field limit, we obtain the approximate steady-state analytical solution of populations and imaginary part of coherences within the dressed-state regime, and discuss the condition of the generating of laser without inversion and the dependences of population distribution and system gain on Rabi frequency of the probe and coherence fields. The results show that the resonant three-level  $\Delta$ -configuration system is always in the state of no population inversion, and laser without inversion occurs if one of the two fields is strong. When one of the two fields is much stronger than the other one, the gain without inversion is independent of the two Rabi frequencies.

**Keywords:** quantum optics, laser without inversion, cyclic transition, incoherent pumping

**PACS:** 42.50.Ct, 42.50.Gy

---

\* Project supported by the K. C. Wong Magna Foundation of Ningbo University, China.

<sup>†</sup> E-mail: songtongqiang@nbu.edu.cn