

# 氧相变换热器内压力波动的混沌特性分析

刘丹阳<sup>1)</sup> 王亚伟<sup>1)</sup> 王仙<sup>2)</sup> 何昆<sup>2)</sup> 张兴娟<sup>1)</sup> 杨春信<sup>1)†</sup>

1) (北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

2) (北京航天动力研究所, 北京 100076)

(2011年12月26日收到; 2012年1月13日收到修改稿)

采用非线性分析方法对氧相变换热器的入、出口压力脉动时间序列进行分析, 提取关联维数、Kolomogrov 熵, 并对重构 10 维相空间矩阵的协方差矩阵进行最大奇异值分解. 验证了该热力学系统是具有混沌特征的非线性系统. 针对物质在临界点附近的特性, 考察了各混沌特性参数和普朗特数的关联性, 结果表明: 压力脉动信号蕴含了与系统相关的大量物理信息; 各混沌特性参数与普朗特数这一物性参数之间存在明显关联性; 说明各参数反映物质本身的物理本质, 可以作为考察物质相变物理特性的重要参数.

**关键词:** 混沌, 压力波动, 相变, 两相流

**PACS:** 05.45.Tp, 47.53.+n, 44.35.+c

## 1 引言

两相流流动和相变是在能源动力、化工、核能、制冷和石油等众多领域生产设备中较常见的物理现象. 压力波动伴随着两相流流动和相变, 表面上表现为极大的随机性, 但就其本质而言蕴含着气泡生长、运动和界面波特性等大量信息. 混沌与分形理论认为系统中的任一分量随时间的演化都是由与之相互作用着的其他分量所决定的, 因此, 这些相关分量的信息就隐含在任一分量的演化过程中. 该理论直接从复杂的非线性系统入手, 从未经简化的对象本身去认识其内在的规律性. 这一数学理论对用压力波动信号揭示两相流系统内流动和相变的本质起到良好的推动作用.

20 世纪 90 年代以来, 采用混沌与分形理论分析压力波动信号, 在两相流动系统的流型识别中应用较多, 如 Franca 等人的工作得到了水平管内空气 - 水两相流不同流型与压差波动分维数的关系<sup>[1]</sup>. Cai 和 Wambsganss 分析了水平矩形管内空气 - 水两相流的壁面静压力波动特性, 发现波动过

程的功率谱具有频率范围宽、在高频区成指数下降的特点, 证明了压力波动过程的混沌性<sup>[2]</sup>. Langford 等人计算了垂直上升管内空气 - 水两相流压力波动的 Kolomogrov 熵和关联维数, 得到了 Kolomogrov 熵随折算气速和折算液速的关系<sup>[3]</sup>. 白博峰<sup>[4,5]</sup> 以及金宁德<sup>[6]</sup> 等人应用混沌与分形理论对两相流的流型识别做了大量工作. 这些工作都表明压力波动信号分析得到的混沌特性参数与两相流系统的本质有着内在关联. 以上都是混沌与分形理论在绝热两相流系统中研究流型的应用, 管内换热两相流系统的研究中应用混沌分形理论分析压力波动的研究较少, 在物质临界点附近的研究更少.

本文氧的相变发生在临界点以上的附近区域, 换热器内压力表现出强烈的低频波动, 给工程上带来恶性影响. 并且压力波动采样信号直观上表现为平均压力越低, 越接近临界点, 波动越强烈. 本文作者认为这种现象与氧在临界点附近的物性有关, 文中将以压力波动信号为研究对象, 通过提取混沌特性参数, 并将其与物性参数建立关联, 详细分析从压力波动中表现出的物性特征. 本文首先介绍实验装置和数据采集系统; 然后, 基于

† E-mail: yangchunxin@sina.com

吸引子和相空间重构理论, 分析换热器系统的关联维数、Kolomogrov 熵; 构造相空间矩阵的协方差矩阵, 提取它的最大奇异值作为描述系统的特征参数; 最后, 将各混沌特性参数与普朗特数建立关联. 实验结果表明混沌参数与物性参数具有明显关联, 物性的变化特征蕴含在宏观压力的波动中.

## 2 实验装置与数据采集

该氧相变换热器 (见图 1) 采用四路螺旋管并联的结构. 工质液氧在进口处经过二级汇总管的一次分流, 流道数由单流道变为双流道, 然后又经过一级汇总管的分流由双流道变为 4 流道; 在螺旋管内与外界燃气进行换热汽化; 出口处首先经过一级汇总管, 由四流道变为双流道, 然后再经过二级汇总管的汇流作用, 由双流道汇总为单流道. 压力传感器分别布置在换热器二级汇总管的入口和出口处. 实验应用换热器根据螺旋管圈数不同分为 3.5 圈、4.5 圈和 7.5 圈三种结构, 其他参数均相同, 螺旋管内径 7 mm, 螺旋直径 170 mm,

螺距 48 mm. 螺旋管外侧是高温燃气, 管内液氧与外侧燃气换热发生相变. 换热器螺旋管入口处连接高压液氧罐, 出口处经过节流阀直接排放到大气.

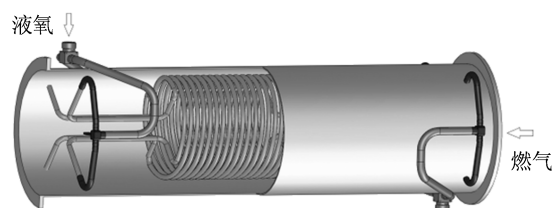


图 1 实验系统结构图

实验测量了换热器氧入/出口的压力、温度和质量流量, 10 次工况的均值见表 1.

压力传感器采样频率为 100 Hz, 总采样点数大于 50000 个. 实验中 4.5-5 和 4.5-6 工况的换热器入、出口压力采样信号见图 2, 其他工况与此类似.

表 1 换热器入/出口参数

螺旋管圈数 - 工况号	入口压力均值 $P_{in}/\text{MPa}$	入口温度均值 $T_{in}/\text{K}$	出口压力均值 $P_{out}/\text{MPa}$	出口温度均值 $T_{out}/\text{K}$	入口液氧质量流量 $m_o/\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
3.5-1	5.539	111	3.906	349	0.568
3.5-2	5.854	109	4.038	369	0.585
3.5-3	6.200	105	4.737	378	0.590
4.5-4	6.001	113	4.265	420	0.578
4.5-5	5.741	104	3.851	378	0.547
4.5-6	6.280	116	4.407	419	0.605
4.5-7	6.092	106	4.697	384	0.579
7.5-8	6.964	117	4.668	504	0.565
7.5-9	6.742	110	4.702	519	0.550
7.5-10	7.129	137	4.731	516	0.582

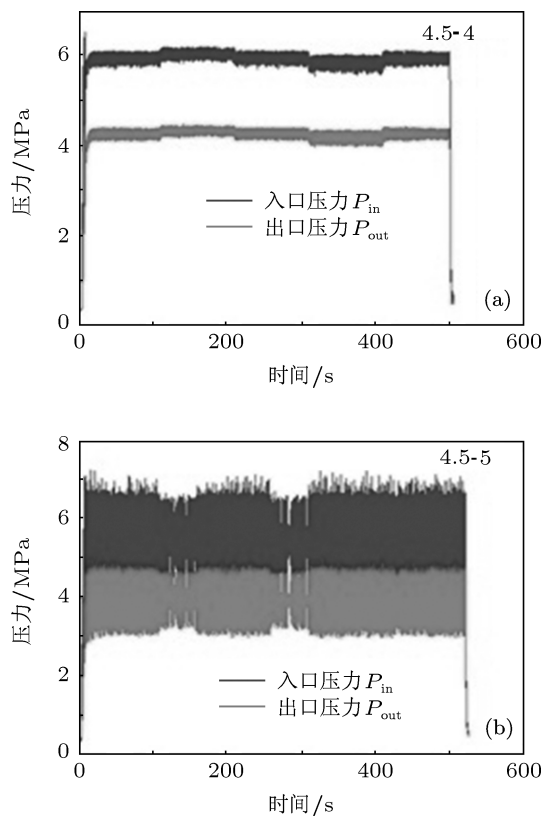


图2 压力波动时域采样信号 (a) 4.5-4 工况; (b) 4.5-5 工况

### 3 混沌特性分析

#### 3.1 吸引子和相空间重构

吸引子和相空间重构的基本思想是: 将系统某一个分量的演化过程, 嵌入到一个与原系统“等价”的状态空间中, 通过考察这个分量在嵌入空间中的向量轨迹, 分析原系统的动力学特性. 吸引子是相空间内的一个点集或一个子空间, 系统随着时间演化, 在暂态特征消亡之后, 所有的变量轨迹都趋向于它.

对于时间序列  $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$ , 数据长度为  $N$ , 采样间隔记为  $\Delta t$ , 以通过引入一个延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的  $(m, \tau)$  窗, 构造一个  $m$  维的向量

$$X_i = [x_i \quad x_{i+\tau} \quad \dots \quad x_{i+(m-1)\tau}]^T, \quad (i = 1, 2, \dots, n; n = N - (m-1)\tau), \quad (1)$$

将信号嵌入到三维空间中的向量轨迹, 即系统的吸引子, 嵌入到高于三维空间中的向量组即构成相空间矩阵. 目前已被证明重构的吸引子可以将原

系统吸引子的许多性质保存下来, 即用系统的一个观察量可以重构出原系统的非线性模型, 通过重构的吸引子即可分析系统的性质 [7].

工况 3.5-1 的入口压力波动信号重构的吸引子轨迹见图 3, 其他工况与此相似. 由图可见, 吸引子轨迹呈复杂的分形结构, 定性证明氧换热器系统是具有混沌特征的非线性系统.

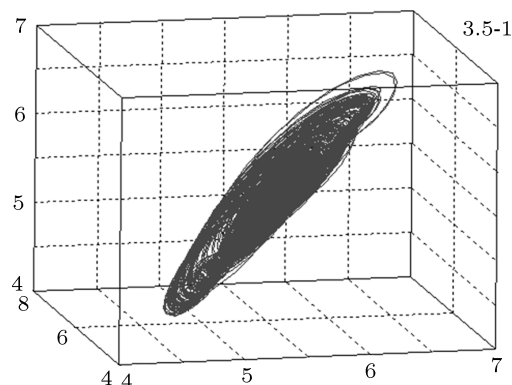


图3 重构 3.5-1 工况的吸引子轨迹

#### 3.2 关联维数

关联维数 ( $D_2$ ) 是对吸引子分形结构的分析, 是吸引子几何结构精细程度的描述. 关联维数也是对整个系统动态过程全部变量之间相关程度的描述, 也是系统自由度的估计. 对理想的动力系统,  $D_2 = 1$  时系统处于自持周期振荡;  $D_2 = 2$  时系统处于两种不可约频率的准周期振荡, 当  $D_2$  不是整数或大于 2 时, 系统表现出对初始条件敏感的混沌态.

应用 Grassberger 提出的基于关联积分的关联维数估计 [8,9] (GP 算法), 这里需要引入关联积分的概念. 关联积分  $C(r)$  的定义为

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(r - r_{i,j}), \quad (2)$$

其物理含义是吸引子空间内小于距离  $r$  的点数.  $H(x)$  是 Heaviside 阶梯函数, 表示为

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

$r_{i,j}$  表示吸引子  $i$  向量和  $j$  向量间的欧氏距离. 当  $r \rightarrow 0, N \rightarrow \infty$ , 关联积分函数逼近下式:

$$\log_2 C(r) \rightarrow \nu \log_2 r, \quad (4)$$

$N$  表示  $\log_2 C(r)$  与  $\log_2 r$  曲线的斜率. 具体做法是逐渐增大嵌入维数  $m$ , 当  $\nu$  不随  $m$  增大而增大时,  $\nu$  的极限即  $D_2$ .

图 4 是 3.5-3 工况的关联积分和关联维数计算曲线, 其他工况与此类似.

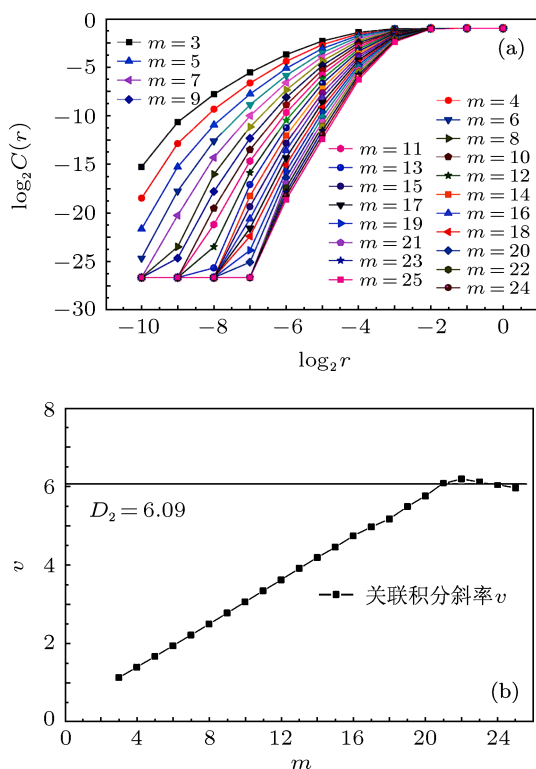


图 4 3.5-3 工况关联维数计算 (a) 关联积分对数曲线; (b) 关联维数  $D_2$

### 3.3 Kolomogrov 熵

Kolomogrov 熵 ( $K$  熵) 是对混沌运动的重要量度, 描述的是系统无规律 (随机性) 程度, 是混沌运动信息损失的量度, 单位是  $\text{bit}\cdot\text{s}^{-1}$ .  $K$  值越大, 说明运动信息损失越大, 系统也就越复杂. 当  $K = 0$  时, 说明系统是有规律的运动; 当  $K > 0$  说明系统是包含部分随机性的混沌运动; 当  $K \rightarrow \infty$  时, 系统具有完全的随机性 [7].

$K$  熵与关联积分  $C_m(r)$  的关系如下:

$$C_m(r) \approx r^{D_2} \exp(-m \cdot \tau \cdot K), \quad (5)$$

对 (5) 式等号两边取对数, 则对于充分小的  $r$ , 当  $D_2$  不随嵌入维数  $m$  的增大而改变时,  $K$  熵即可用下式计算得出:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0, m \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \ln \frac{C_m(r)}{C_{m+1}(r)}, \quad (6)$$

这里需要指出, 延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的选取对混沌参数的提取有一定影响. Fraser 和 Swinney<sup>[10]</sup> 提出了用互信息函数第一次达到最小值作为相空间的最佳延迟时间. 文献 [11] 中对 Grassberger-Procaccia 算法进行分形维数计算时对采样数据量、延迟时间和嵌入维数等参数的影响进行了详细分析, 得出他们之间是相互影响的结论, 且 GP 算法选取延迟时间和嵌入维数对离散和连续动力学系统的作用效果不同. 随后由肖方红<sup>[12]</sup> 等人提出的方法, 首先以 Fraser 和 Swinney 的方法确定延迟时间, 然后根据重构向量条件熵随向量维数的变化关系来确定嵌入维数. 张淑清等<sup>[13]</sup> 在用互信息法确定延迟时间后, 提出了用 Cao 方法确定嵌入维数的新思路. 本文采用互信息法确定最佳延迟时间  $\tau$  之后, 用文献 [12] 的条件熵方法确定了嵌入维数  $m$ .

### 3.4 最大奇异值分解

将氧换热器入口压力波动的时间序列嵌入到  $m = 10$  维的空间中相空间矩阵, 记为  $X$ . 构造  $X$  的协方差矩阵

$$A = X^T X. \quad (7)$$

对  $A$  进行奇异值分解如下:

$$A = U \cdot S \cdot V', \quad (8)$$

$U$  和  $V$  分别是两个酉矩阵,  $S$  为一个对角矩阵, 其对角线上的元素即是矩阵  $A$  的奇异值.

由于相空间矩阵  $X$  保留了系统的原信息, 那么由它构造协方差矩阵  $A$  中也一定保留了原系统的原信息,  $A$  的奇异值就可以作为描述系统的特征参数. 因此, 本文提取最大奇异值 ( $\alpha_1$ ) 作为系统的特征值.

## 4 临界点附近物性特点

在物质的  $P$ - $v$  状态图中, 饱和液线、饱和气线与临界等温线将氧的热力状态分为液相区、气相区和两相区. 研究表明, 物质在临界点表现出比热的奇异性<sup>[14]</sup>. 在临界点附近物质的气液两相性质非常接近, 黏性、密度、比热等性质也表现出与临界点类似的特性.

基于分布参数的思想, 建立螺旋管式氧相变换热器管内流动的热力学稳态分析模型, 求解出了换热器管内沿程的两相流动热力变化曲线, 这部分工作将另文发表. 计算表明, 换热器中氧的相变发生在临界点 ( $P_c = 5.043 \text{ MPa}$ ,  $T_c = 154.581 \text{ K}$ <sup>[15]</sup>) 以上的临近区域. 根据文献 [15], 可由状态方程计算氧换热器沿程的压力 ( $P$ )、温度 ( $T$ )、比容 ( $\nu$ )、比热 ( $C_p$ )、普朗特数 ( $Pr$ ) 等物性参数.

本文考察沿程  $Pr$  数最大值与混沌特性分析参数的关联, 分析由压力波动表现出物性变化的微观特性. 之所以选择  $Pr$  作为关联对象, 是因为

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} \quad (9)$$

是黏性扩散边界层与热扩散边界层之比的量度, 它是仅与物质比热 ( $C_p$ )、黏性系数 ( $\mu$ ) 和导热系数 ( $\lambda$ ) 三个物性参数相关的无量纲数.

所以  $Pr$  本身就蕴含了物质微观信息, 是能够反映物质本质的物性参数.

## 5 结果与分析

表 2 和图 5 是换热器入口压力波动信号重构吸引子的混沌特性参数以及最大奇异值分析结果. 图 5(a), (b) 分别是  $D_2$ ,  $K$  熵与  $Pr$  的关联曲线; 图 5(c) 是最大奇异值 ( $\alpha_1$ ) 与  $Pr$  的关联曲线. 图中点是实验测量压力波动值的分析结果, 细线是实验结果随  $Pr$  变化趋势的示意线, 并无数学物理意义.

表 2 实验结果

螺旋管圈数 - 工况号	$Pr$	$D_2$	$K/\text{bit}\cdot\text{s}^{-1}$	$\alpha_1$
3.5-1	95.61	5.02	9.587	16.21
3.5-2	17.47	5.23	7.112	16.86
3.5-3	8.99	6.09	5.820	18.35
4.5-4	12.18	5.07	5.971	17.52
4.5-5	63.76	4.57	9.115	15.93
4.5-6	8.49	5.33	4.559	18.17
4.5-7	9.07	5.61	5.820	18.02
7.5-8	5.41	5.32	5.952	20.55
7.5-9	6.13	5.56	5.960	20.49
7.5-10	5.34	5.53	5.992	21.03

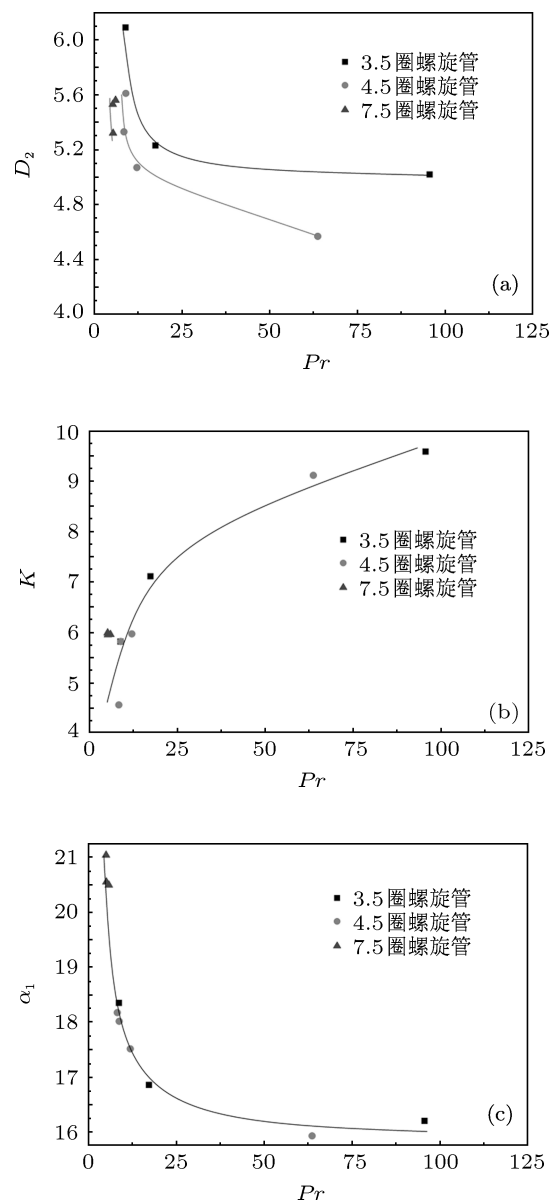


图 5 实验结果 (a)  $D_2$ - $Pr$  曲线; (b)  $K$ - $Pr$  曲线; (c)  $\alpha_1$ - $Pr$  曲线

图 5 曲线明显的规律性说明三个特性参数, 与临界点附近的物性具有明显的相关性, 图中  $Pr$  越大, 氧的相变越接近临界点, 对应于时域采样的压力波动越强烈. 本文作者认为, 这是物质在临界点附近微观特性的宏观表现.

由图 5(a) 可见, 系统的关联维数均大于 2, 说明系统表现出了对初始条件敏感的混沌态, 且  $D_2$  随  $Pr$  呈指数递减趋势, 且对于不同结构管路对应不同曲线. 说明关联维数除了与物性相关, 还是与系统结构相关的参数. 图 5(b) 中  $K$  熵为正数且随  $Pr$  近似为对数增长趋势明显, 说明相变越靠近临界点, 系统不确定性越强烈, 系统也就越复杂, 这

一现象符合临界点附近物性变化的特点. 图 5(c) 是  $\alpha_1$  随  $Pr$  的变化曲线, 由图可见参数  $\alpha_1$  与  $Pr$  也表现出明显的关联. 此外, 图中  $K$  和  $\alpha_1$  与螺旋管圈数关联不明显, 仅与管中氧的流动和相变特性相关, 说明这些参数可以很好地反映物质在临界点附近相变的本质特性. 以上混沌特性参数是从的宏观测量的压力波动信号中提取的, 与密度、比热、 $Pr$  等物性参数相比具有更易获取的特点.

## 6 结论

本文应用混沌与分形理论分析氧在临界点附近相变的压力波动信号, 以  $Pr$  作为反映物性的参数, 建立各混沌特性参数与  $Pr$  的关联, 得出结论如下:

1. 以压力波动信号重构的吸引子轨迹的分形结构, 定性地说明确换热系统是具有混沌特

征的非线性系统; 提取的混沌特性参数  $D_2 > 2$ ,  $K > 0$  也定量地证明了这一结论.

2.  $D_2$ ,  $K$  等混沌特性参数以及  $\alpha_1$ , 与物性参数  $Pr$  之间存在明显的关联性, 说明宏观易测量的压力波动信号中蕴含了物质在临界点附近发生相变的微观信息, 从中提取的混沌特性参数, 可以反映物质相变的物理本质.

3. 关联维数是与相变、流动和管路特性均相关的参数, 而  $K$  熵和最大奇异值  $\alpha_1$  与换热器的螺旋管圈数无关, 仅与相变过程物性变化和流动特性有关, 且越靠近临界点压力波动越强烈,  $K$  熵也就越大, 说明物性微观变化越复杂, 伴随着更明显的不确定性. 这与物性变化的特点也是相符合的.

综上, 本文将宏观压力波动信号提取的混沌特性参数, 与临界点附近物质的物性参数关联考虑, 并得出了与物性变化特性相符的结论, 这在相变研究中值得进一步深入和系统的实验验证.

- 
- [1] Franca F, Acikgoz M, Lahey R T 1991 *Int. J. Multiphase Flow* **17** 545
- [2] Cai Y, Wambsganss M W, Jendzejczyk J A 1996 *ASME J. Fluid Engineering* **118** 383
- [3] Langford H M, Beasley D E, Ochterbeck J M, 1998 *Third International Conference on Multiphase Flow* Lyon France, June 8—12, 1998
- [4] Bai B F, Guo L J, Chen X J 2001 *Journal of Engineering Thermophysics* **22** 359 (in Chinese) [白博峰, 郭烈锦, 陈学俊 2001 工程热物理 **22** 359]
- [5] Bai B F, Guo L J, Chen X J 2003 *Journal of Hydrodynamic* **18** 476 (in Chinese) [白博峰, 郭烈锦, 陈学俊 2003 水动力学研究与进展 **18** 476]
- [6] Zheng G B, Jin N D 2009 *Acta. Phys. Sin.* **58** 4485 (in Chinese) [郑桂波, 金宁德 2009 物理学报 **48** 4485]
- [7] Takens F 1981 *Lecture Notes in Mathematic* **898** 366
- [8] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 346
- [9] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. D* **9** 189
- [10] Fraser A M, Swinney H L 1986 *Phys. Rev. A* **33** 1134
- [11] Wang A L, Yang C X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2719 (in Chinese) [王安良, 杨春信 2002 物理学报 **51** 2719]
- [12] Xiao F H, Yan G R, Han Y H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 550 (in Chinese) [肖方红, 阎桂荣, 韩宇航 2005 物理学报 **54** 550]
- [13] Zhang S Q, Jia J, Gao M, Han X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1576 (in Chinese) [张淑清, 贾健, 高敏, 韩叙 2010 物理学报 **59** 1576]
- [14] Zemansky M W, Dittman R H (Translated by Liu G F, Chen B Q) 1987 *Heat and Thermodynamics* (Beijing: Science Press) p396 (in Chinese) [泽门斯基 M W, 迪特曼 R H 著刘皇凤, 陈秉乾译 1987 热学和热力学 (北京: 科学出版社) 第 396 页]
- [15] Schmidt R, Wagner W 1985 *Fluid Phase Equilibria.* **19** 175

# Chaotic property analysis of pressure fluctuation for oxygen phase change heat exchanger

Liu Dan-Yang<sup>1)</sup> Wang Ya-Wei<sup>1)</sup> Wang Xian<sup>2)</sup> He Kun<sup>2)</sup>  
Zhang Xing-Juan<sup>1)</sup> Yang Chun-Xin<sup>1)</sup>†

1) (*Department of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China*)

2) (*Beijing Aerospace Propulsion Institute, Beijing 100076, China*)

(Received 26 December 2011; revised manuscript received 13 January 2012)

## Abstract

Pressure fluctuation signals at the inlet/outlet of an oxygen phase-change heat exchanger are analyzed using non-linear method. Chaotic characteristic parameters such as correlation dimension, Kolomogrov entropy and the largest singular value decomposition (SVD) for the covariance matrix of an established 10-dimensional phase space are analyzed. Results prove that the heat exchanger is a non-linear system with chaotic characteristics. Correlations between these parameters and Prantl Number are also examined for the thermal behavior of oxygen in the critical region. The strong dependence of these characteristic parameters on  $Pr$  indicates that they can be used to investigate effectively the phase change behavior of pure substance.

**Keywords:** chaos, pressure fluctuation, phase transition, two-phase flow

**PACS:** 05.45.Tp, 47.53.+n, 44.35.+c

---

† E-mail: yangchunxin@sina.com