

## 尘埃粒子电势对等离子体电导率的影响\*

陈云云<sup>1)†</sup> 郑改革<sup>1)</sup> 顾芳<sup>1)</sup> 李振华<sup>2)</sup>

1) (南京信息工程大学物理与光电工程学院, 南京 210044)

2) (南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

(2011年7月4日收到; 2012年1月3日收到修改稿)

本文通过提出电势影响因子的概念描述了尘埃粒子与背景等离子体之间的电势差对等离子体电导率的影响. 电势影响因子与尘埃粒子的电荷数、数密度、半径以及背景等离子体电子数密度成正比, 而与背景等离子体电子温度成反比. 在考虑尘埃粒子电势影响下, 推导和完善了尘埃等离子体的复电导率模型. 选取火箭喷焰为典型实例, 分析比较了微波和近红外波段范围内, 考虑和不考虑电势差影响两种情况下的复电导率. 结果表明, 在给定的尘埃等离子体参数条件下, 随着入射电磁波频率的增大, 电势差对复电导率的影响在减小, 当入射频率增加至给定的近红外区域时, 电势差对复电导率虚部的影响可以忽略.

**关键词:** 等离子体, 尘埃粒子, 电导率, 电势影响因子

**PACS:** 42.25.Bs, 52.25.Mq, 52.35.Hr

## 1 引言

航空、航天、火箭和导弹等技术的飞速发展, 迫切需要将复杂流场的全场显示和关键参数的测量由低温拓展到高温区域. 有时, 真实的高温复杂流场并非单相流, 会有固体颗粒的存在, 比如, 火箭发动机燃烧室和喷焰<sup>[1]</sup>. 为此, 已有研究将火箭发动机喷焰看作一种尘埃等离子体, 研究其微波衰减特性<sup>[2]</sup>. 事实上, 尘埃粒子普遍存在于宇宙当中, 是宇宙固体物质的一种存在形式; 而宇宙空间中的气体物质常常处于电离或者部分电离的等离子体状态. 这样, 等离子体与浸没在其中的尘埃粒子就形成了一个复杂系统——尘埃等离子体. 它广泛存在于宇宙空间<sup>[3,4]</sup>, 如星际空间、地球电离层以及彗尾和行星环等; 同时, 它在聚变反应器<sup>[5,6]</sup>和等离子体加工工业装置<sup>[7]</sup>中也普遍存在. 国外, 自20世纪90年代开始, 尘埃等离子体理论被研究<sup>[8]</sup>, Tsytovich<sup>[9]</sup>明确给出了尘埃等离子体区别于普通等离子体的三个必要属性: 1) 尘埃粒子所带电荷不

是常数, 依赖于粒子本身和周围等离子体的属性; 2) 等离子体中的粒子以很强的非线性作用将尘埃粒子包围着; 3) 尘埃粒子产生的集合效应不是短暂存在的现象.

尘埃等离子体的普遍存在性和与普通等离子体之间差异性的明确阐述使得关于它的研究逐渐增多, 主要涉及纵波不稳定性<sup>[10]</sup>、尘埃粒子晶体特性<sup>[11]</sup>以及对电磁波散射的研究<sup>[12,13]</sup>等. 但是, 关于尘埃等离子体吸收衰减特性的研究很少见, 直到最近几年才有相关报道<sup>[14-16]</sup>. 从现有的尘埃等离子体吸收衰减特性的研究中不难发现, 要研究吸收特性离不开对电导率修正的基础上得到其复介电常数, 然后获得其吸收/衰减系数. 然而, 在上述推导吸收系数的过程中, 有研究常常忽略尘埃粒子与背景等离子体之间的电势差对电导率的影响; 而至今也未见明确报道表明此影响可直接忽略. 因此, 需要确定电势差对电导率的影响到底有多大, 这点能够为更好地认识和研究尘埃等离子体的吸收特性提供一定的参考.

本文围绕尘埃粒子和背景等离子体之间的电

\* 南京信息工程大学科研启动费 (批准号: 20110425) 基金资助的课题.

† E-mail: yunq321@yahoo.com.cn

势差对电导率的影响进行理论分析和讨论, 相关结果将有利于完善尘埃等离子体吸收特性的研究.

## 2 理论和推导

### 2.1 基本理论

尘埃等离子体中电子和离子对尘埃粒子的充电会使电荷附着在粒子上, 导致尘埃粒子电量会在某个值附近起伏, 记起伏电量为  $q_d$ , 它满足 [8]

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} + v_{ch} q_d = I_e + I_i, \quad (1)$$

(1) 式是 Shukla 方程, 它描述了尘埃粒子充放电的物理过程, 其中,  $I_e$  和  $I_i$  分别是电子和离子对尘埃粒子的充电电流,  $v_{ch}$  是充电频率.

引入电荷守恒定律和充电电流的欧姆定律

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_d + \frac{\partial \rho_d}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{j}_d = \sigma_{cd} \mathbf{E}, \quad (3)$$

其中,  $\rho_d = q_d N_d$ ,  $N_d$  是尘埃粒子数密度,  $\sigma_{cd}$  是与充电相对应的复电导率,  $\mathbf{E}$  为入射电磁场强.

联合 (2), (3) 式以及  $q_d = \rho_d / N_d$ , 可知

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} = -\frac{\sigma_{cd}}{N_d} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\sigma_{cd}}{N_d} i k \mathbf{E}, \quad (4)$$

其中,  $k$  是入射电磁波波数.

由 (4) 式可得

$$q_d = \frac{k \sigma_{cd}}{\omega N_d} \mathbf{E}, \quad (5)$$

其中,  $\omega$  是入射电磁波角频率.

将 (4) 和 (5) 式同时代入 (1) 式, 则有

$$\frac{\sigma_{cd}}{N_d} i k \mathbf{E} + v_{ch} \frac{k \sigma_{cd}}{\omega N_d} \mathbf{E} = I_e + I_i. \quad (6)$$

显然, 要得到与充电相对应的复电导率  $\sigma_{cd}$ , 首先应知道电子和离子对尘埃粒子的充电电流.

### 2.2 充电电流

无论是  $I_e$  还是  $I_i$  均可利用如下公式计算 [8]:

$$I_j = q_j \int_{v_j^m}^{\infty} v_j \sigma_j^d f_j d\mathbf{v}_j, \quad (7)$$

其中,  $q_j$ ,  $v_j^m$ ,  $v_j$ ,  $\sigma_j^d$ ,  $f_j$  分别表示第  $j$  种成分 (电子  $e$ 、离子  $i$ ) 电量、撞击尘埃的最小速度、速度、与尘埃粒子的碰撞截面以及速度分布函数.

以电子对尘埃粒子的充电电流  $I_e$  为例进行具体推导. 由文献 [17] 可知, 在有电场作用时, 电子的分布函数为  $f = f_0(v_e) + \frac{\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{f}_1(v_e)}{v_e}$ , 其中,  $f_0$  仅依赖于速度的大小  $v_e$ , 即是  $f$  的对称部分, 而  $I_e$  取决于  $f$  的非对称部分. 因此, 电子对尘埃粒子的充电电流应为

$$\begin{aligned} I_e &= -e \int_{v_e^m}^{\infty} v_e \sigma_e^d f d\mathbf{v}_e = -e \int_{v_e^m}^{\infty} v_e \sigma_e^d \mathbf{f}_1 d\mathbf{v}_e \\ &= -4\pi e \int_{v_e^m}^{\infty} \sigma_e^d \mathbf{f}_1 v_e^3 dv_e, \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $e$  是电荷常数,  $v_e^m$  是电子撞击尘埃粒子的最小速度,  $\sigma_e^d = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2e\phi_d}{m_e v_e^2}\right)$  是电子与尘埃粒子的碰撞截面,  $r_d$  是尘埃粒子半径,  $m_e$  是电子质量,  $\phi_d$  是尘埃粒子与背景等离子体之间的电势差.  $\mathbf{f}_1(v_e) = \frac{e N_e \mathbf{E}}{2\sqrt{2} m_e \pi^{3/2} (i\omega + v_{eff})} \left(\frac{m_e}{k_B T_e}\right)^{5/2} v_e e^{-\frac{m_e}{2k_B T_e} v_e^2}$  [14],  $N_e$  和  $T_e$  分别是电子数密度和温度,  $v_{eff}$  是等离子体有效碰撞频率,  $k_B$  是玻尔兹曼常数.

将  $\mathbf{f}_1$  代入 (8) 式, 可以得到

$$\begin{aligned} I_e &= -\frac{4\pi^2 e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{2\sqrt{2} m_e \pi^{3/2} (i\omega + v_{eff})} \left(\frac{m_e}{k_B T_e}\right)^{5/2} \\ &\quad \times \int_{v_e^m}^{\infty} \left(1 + \frac{2e\phi_d}{m_e v_e^2}\right) v_e^4 e^{-\frac{m_e}{2k_B T_e} v_e^2} dv_e \\ &= -\frac{4\pi^2 e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{2\sqrt{2} m_e \pi^{3/2} (i\omega + v_{eff})} \left(\frac{m_e}{k_B T_e}\right)^{5/2} \\ &\quad \times \left( \int_{v_e^m}^{\infty} v_e^4 e^{-\frac{m_e}{2k_B T_e} v_e^2} dv_e \right. \\ &\quad \left. + \frac{2e\phi_d}{m_e} \int_{v_e^m}^{\infty} v_e^2 e^{-\frac{m_e}{2k_B T_e} v_e^2} dv_e \right). \end{aligned} \quad (9)$$

假设电子撞击尘埃粒子的最小速度  $v_e^m = 0$ , 则上述积分可利用现有积分公式

$$\begin{aligned} I_e &= -\frac{4\pi^2 e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{2\sqrt{2} m_e \pi^{3/2} (i\omega + v_{eff})} \left(\frac{m_e}{k_B T_e}\right)^{5/2} \\ &\quad \times \left( \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \left(\frac{2k_B T_e}{m_e}\right)^{5/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{e\phi_d \sqrt{\pi}}{2m_e} \left(\frac{2k_B T_e}{m_e}\right)^{3/2} \right) \\ &= -\frac{3\pi e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{m_e (i\omega + v_{eff})} - \frac{2\pi e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{m_e (i\omega + v_{eff})} \left(\frac{e\phi_d}{k_B T_e}\right) \\ &= -\frac{3\pi e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{m_e (i\omega + v_{eff})} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{e\phi_d}{k_B T_e}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

同样, 类似的推导可得离子对尘埃粒子的充电电流  $I_i$  为

$$I_i = \frac{3\pi e^2 r_d^2 N_i \mathbf{E}}{m_i (\omega + v_{\text{eff}})} \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{e\phi_d}{k_B T_i} \right). \quad (11)$$

如果  $v_e^m \neq 0$  ( $v_e^m = \left(\frac{2e\phi_d}{m_e}\right)^{1/2[8]}$ ),  $\int_{v_e^m}^{\infty} \left(1 + \frac{2e\phi_d}{m_e v_e^2}\right) v_e^4 e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e$  不能直接基于现有积分公式, 具体推导和计算如下:

$$\begin{aligned} & \int_{v_e^m}^{\infty} v_e^4 e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \\ &= \frac{1}{2} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} x^{3/2} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} dx \\ &= -\frac{k_B T_e}{m_e} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} x^{3/2} d\left(e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}}\right) \\ &= -\frac{k_B T_e}{m_e} \left[ x^{3/2} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} \Big|_{(v_e^m)^2}^{\infty} \right. \\ & \quad \left. - \frac{3}{2} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} x^{1/2} dx \right] \\ &= \frac{k_B T_e}{m_e} \left[ (v_e^m)^3 e^{-\frac{m_e (v_e^m)^2}{2k_B T_e}} \right. \\ & \quad \left. + \frac{3}{2} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} x^{1/2} dx \right], \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{v_e^m}^{\infty} v_e^2 e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \\ &= \frac{1}{2} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} x^{1/2} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} dx. \quad (13) \end{aligned}$$

在 (12) 和 (13) 式中都出现了同样的待积分项

$$\begin{aligned} & \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} x^{1/2} dx \\ &= -\frac{2k_B T_e}{m_e} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} x^{1/2} d\left(e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}}\right) \\ &= -\frac{2k_B T_e}{m_e} \left[ -v_e^m e^{-\frac{m_e (v_e^m)^2}{2k_B T_e}} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \int_{(v_e^m)^2}^{\infty} e^{-\frac{m_e x}{2k_B T_e}} x^{-1/2} dx \right] \\ &= \frac{2k_B T_e}{m_e} \left[ v_e^m e^{-\frac{m_e (v_e^m)^2}{2k_B T_e}} \right. \\ & \quad \left. + \int_{v_e^m}^{\infty} e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

式中的待积分项可进一步推导

$$\begin{aligned} & \int_{v_e^m}^{\infty} e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e - \int_{-\infty}^{v_e^m} e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \\ &= \sqrt{\frac{2\pi k_B T_e}{m_e}} - \int_{-\infty}^{v_e^m} e^{-\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}} dv_e \\ &= \sqrt{\frac{2\pi k_B T_e}{m_e}} - \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}} \int_{-\infty}^{\sqrt{\frac{m_e}{2k_B T_e}} v_e^m} e^{-u^2} du \\ & \quad \times e^{-\left(\sqrt{\frac{m_e}{2k_B T_e}} v_e^m\right)^2} d\left(\sqrt{\frac{m_e}{2k_B T_e}} v_e\right) \\ &= \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}} (\sqrt{\pi} - \Phi(u)), \quad (15) \end{aligned}$$

其中,  $u = \sqrt{\frac{m_e}{2k_B T_e}} v_e$ ,  $\Phi(u) = \int_{-\infty}^u e^{-u^2} du$ .

最终,  $v_e^m \neq 0$  时电子的充电电流为

$$\begin{aligned} I'_e &= -\frac{2\pi^{1/2} e^2 r_d^2 N_e \mathbf{E}}{m_e (\omega + v_{\text{eff}})} \left( \left( 3 + \frac{4e\phi_d}{k_B T_e} \right) \right. \\ & \quad \times \left( \frac{e\phi_d}{k_B T_e} \right)^{1/2} e^{-\frac{e\phi_d}{k_B T_e}} \\ & \quad \left. + \left( 3 + \frac{2e\phi_d}{k_B T_e} \right) (\sqrt{\pi} - \Phi(u)) \right). \quad (16) \end{aligned}$$

(16) 式描述的充电电流不方便进行计算和分析, 本文将具体讨论  $v_e^m = 0$  时的复电导率.

### 2.3 复电导率

由于  $m_i/m_e \sim 10^4$ , 可以忽略离子对尘埃粒子的充电电流, 将  $I_e$  代入 (6) 式可得到

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cd}} &= -\frac{3\pi r_d^2 e^2 N_e N_d}{m_e (\omega + v_{\text{eff}}) (\omega + v_{\text{ch}})} \\ & \quad \times \frac{\omega}{k} \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{e\phi_d}{k_B T_e} \right). \quad (17) \end{aligned}$$

$v_e^m = 0$  时, 尘埃粒子电势为  $\phi_d = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r_d}$ , 则

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cd}} &= -\frac{3\pi r_d^2 e^2 N_e N_d}{m_e (\omega + v_{\text{eff}}) (\omega + v_{\text{ch}})} \\ & \quad \times \frac{\omega}{k} \left( 1 + \frac{Ze^2}{6\pi\epsilon_0 r_d k_B T_e} \right) \\ &= -\frac{3\pi r_d^2 e^2 N_e N_d}{m_e (\omega + v_{\text{eff}}) (\omega + v_{\text{ch}})} \frac{\omega}{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{3\pi r_d^2 e^2 N_e N_d}{m_e (i\omega + v_{\text{eff}})(i\omega + v_{\text{ch}})} \\
 & \times \frac{\omega}{k} \frac{Z e^2}{6\pi\epsilon_0 r_d k_B T_e} \\
 & = - \frac{\eta_{\text{ed}}}{(i\omega + \gamma_{\text{eff}})(i\omega + v_{\text{ch}})} \frac{\omega}{k} \\
 & - \frac{\eta_{\phi_d}}{(i\omega + v_{\text{eff}})(i\omega + v_{\text{ch}})} \frac{\omega}{k} \\
 & = \frac{(\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d})(\omega^2 - v_{\text{eff}}v_{\text{ch}})}{(\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)(\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)} \frac{\omega}{k} \\
 & + \frac{i\omega(\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d})(v_{\text{eff}} + v_{\text{ch}})}{(\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)(\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)} \frac{\omega}{k}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

仿照文献 [14] 中电子充电响应因子的定义, 本文中  $\eta_{\text{ed}} = \frac{3\pi r_d^2 e^2 N_e N_d}{m_e}$ ; 同时, 将  $\eta_{\phi_d} = \frac{e^4}{2\epsilon_0 m_e k_B} \frac{Z N_e N_d r_d}{T_e}$  定义为尘埃粒子电势影响因子. 显然, 电势影响因子与尘埃粒子的大小、数密度、电荷数以及背景等离子体的电子温度和数密度都有关. 比较充电响应因子和电势影响因子发现, 尘埃粒子大小对充电响应因子的影响比对电势影响因子的影响更明显. 最终, 同时考虑碰撞和充电, 并近似认为  $\omega/k = c$ , 尘埃等离子体复电导率可表示为

$$\begin{aligned}
 \sigma_e & = \sigma_{e(r)} + i\sigma_{e(i)} \\
 & = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 v_{\text{eff}}}{\omega^2 + v_{\text{eff}}^2} + \frac{c(\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d})(\omega^2 - v_{\text{eff}}v_{\text{ch}})}{(\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)(\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)} \\
 & + i\omega \left[ \frac{c(\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d})(v_{\text{eff}} + v_{\text{ch}})}{(\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)(\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)} \right. \\
 & \left. - \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega^2 + v_{\text{eff}}^2} \right]. \quad (19)
 \end{aligned}$$

### 3 分析和讨论

#### 3.1 电势影响因子

电势影响因子反映的是尘埃粒子与背景等离子体间电势差对电导率的影响大小, 它与尘埃粒子所带电荷数  $Z$ 、数密度  $N_d$ 、半径  $r_d$  以及背景等离子体电子数密度  $N_e$  成正比. 这是因为, 尘埃粒子电势与其所带电荷量成正比, 而尘埃粒子带电荷量取决于背景等离子体中带电粒子对其的碰撞和充电. 尘埃粒子和电子数密度越大, 碰撞概率会越高, 尘埃粒子所带电荷就会越多; 同时, 粒子半径越大, 碰撞概率也会越高, 尘埃粒子所带电荷就会越多. 但是, 电势影响因子与背景等离子体中电子温

度成反比, 这点可以从热力学角度这样理解: 在一定的压强下, 随着温度的升高, 粒子数密度减小, 使得等离子体中带电粒子与尘埃粒子的碰撞概率降低, 对尘埃充电的概率减小, 尘埃粒子所带电荷就会减少.

本文以火箭喷焰为典型实例给出尘埃粒子和背景等离子体之间电势差对电导率的影响, 因为火箭喷焰中尘埃粒子的浓度和大小都对微波衰减有重要影响 [18]. 火箭喷焰的典型参数 [8]:  $N_d = 10^8/\text{cm}^{-3}$ ,  $N_e = 10^{13}/\text{cm}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18}/\text{cm}^{-3}$ ,  $T_e = 3000 \text{ K}$ . 图 1 给出了上述典型参数条件下不同粒子半径时, 电势影响因子随尘埃粒子的电荷数  $Z$  的变化, 发现随着电荷数和半径的增大, 电势影响因子增大.

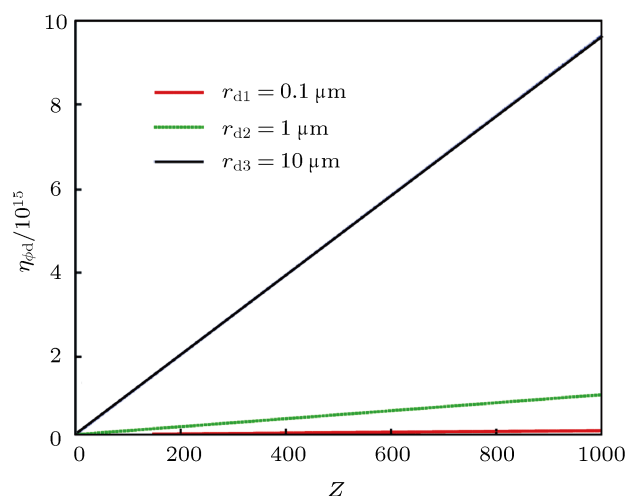


图 1 电势影响因子随电荷数  $Z$  的变化关系

定义比例因子  $\delta = \eta_{\phi_d}/\eta_{\text{ed}}$ , 它等于

$$\delta = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 k_B} \frac{Z}{T_e r_d} \approx 1.113 \times 10^{-5} \frac{Z}{T_e r_d}. \quad (20)$$

理论上讲, 当比例因子  $\delta$  满足  $\delta \leq \delta_0$  ( $\delta_0$  应该是一个远小于 1 的常数) 时, 电势影响因子相对于电子的充电响应因子可以忽略, 即

$$\frac{Z}{T_e r_d} \leq \delta_0 \frac{6\pi\epsilon_0 k_B}{e^2} = 8.988 \times 10^4 \delta_0. \quad (21)$$

假设  $\delta_0 = 1/100$ , 这就意味着当  $Z/T_e r_d \leq 898.8$  时, 电势影响因子对电导率的贡献相对于电子的充电响应因子对电导率的贡献可以忽略. 但是, 很少有尘埃等离子体能符合此条件, 这就表明了研究电势差对电导率影响的必要性.

### 3.2 对微波段复电导率的影响

当火箭喷焰的温度为 3000 K 时, 半径为 1  $\mu\text{m}$  和 10  $\mu\text{m}$  的尘埃粒子的电荷数  $Z$  分别为 570 和 5691<sup>[2]</sup>. 根据尘埃粒子的电荷数和半径之间的比值近似符合线性关系的规律<sup>[19]</sup>, 可以估算出此温度下, 半径为 0.1  $\mu\text{m}$  的尘埃粒子所带电荷数约为 57. 在实际计算时, 还需用到的参数: 有效碰撞频率  $v_{\text{eff}} \approx v_{\text{en}}$  ( $v_{\text{en}}$  是电子和中性粒子之间的碰撞频率), 等离子体频率  $\omega_p \approx \omega_{pe} = \sqrt{N_e e^2 / \epsilon_0 m_e}$ <sup>[20]</sup>, 充电频率  $v_{\text{ch}} \approx \frac{\omega_{pi}}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_d}{\lambda_D} (1 + \tau + z)$  ( $\lambda_D$  是德拜半径,  $\omega_{pi}$  是离子等离子体的频率,  $\tau = T_i / T_e$  和  $z = Ze^2 / r_d T_e$  是尘埃等离子体四个最基本参数中的两个<sup>[21]</sup>). 图 2 给出了特定尘埃粒子半径和电荷数下, 入射电磁波角频率  $\omega$  在  $10^9$ — $10^{11}$  Hz 范围内, 考虑 ( $\eta_{\phi_d} \neq 0$ ) 和不考虑 ( $\eta_{\phi_d} = 0$ ) 电势差时火箭喷焰的复电导率.

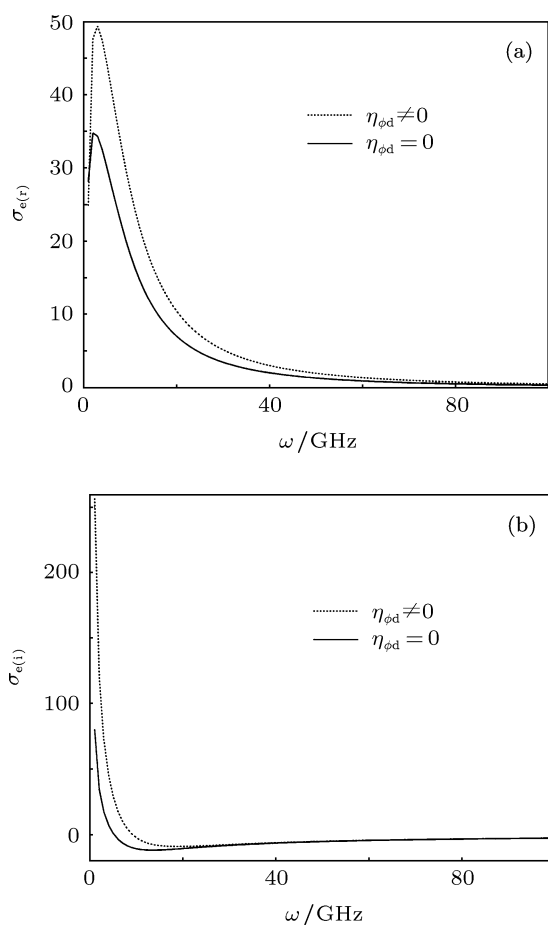


图 2 复电导率 (半径 0.1  $\mu\text{m}$ , 电荷数 57) (a) 实部; (b) 虚部

由图 2 可以看出, 随着入射电磁波频率的增加, 尘埃粒子与背景等离子体之间的电势差对复电导

率实部和虚部的影响都在减小.

### 3.3 对近红外波段复电导率的影响

图 3 是与图 2 条件一样的情况下, 探测频率  $\omega$  为  $10^{12}$ — $10^{14}$  Hz (近红外) 时的结果. 相比微波段, 能明显看出复电导率实部受电势差影响的频率范围变小了, 而虚部在考虑 ( $\eta_{\phi_d} \neq 0$ ) 和不考虑 ( $\eta_{\phi_d} = 0$ ) 电势差两种情况下的曲线完全重合. 为了证明图 3 中出现的复电导率虚部在两种情况下完全重合是合理的, 我们通过改变尘埃等离子体参数进行验证, 结果如图 4 所示.

比较图 3 和图 4 发现, 尘埃粒子半径和电荷数改变后, 虚部仍然出现了与图 3 一样的结果, 这就表明该结果决不是一种偶然. 这样来分析, 复电导率虚部由两部分组成, 它们的比值为

$$\zeta = \frac{\epsilon_0 \omega \omega_p^2 / (\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)}{c \omega (\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d}) (v_{\text{eff}} + v_{\text{ch}}) / (\omega^2 + v_{\text{eff}}^2) (\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)}$$

$$= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 (\omega^2 + v_{\text{ch}}^2)}{c (\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d}) (v_{\text{eff}} + v_{\text{ch}})}. \quad (22)$$

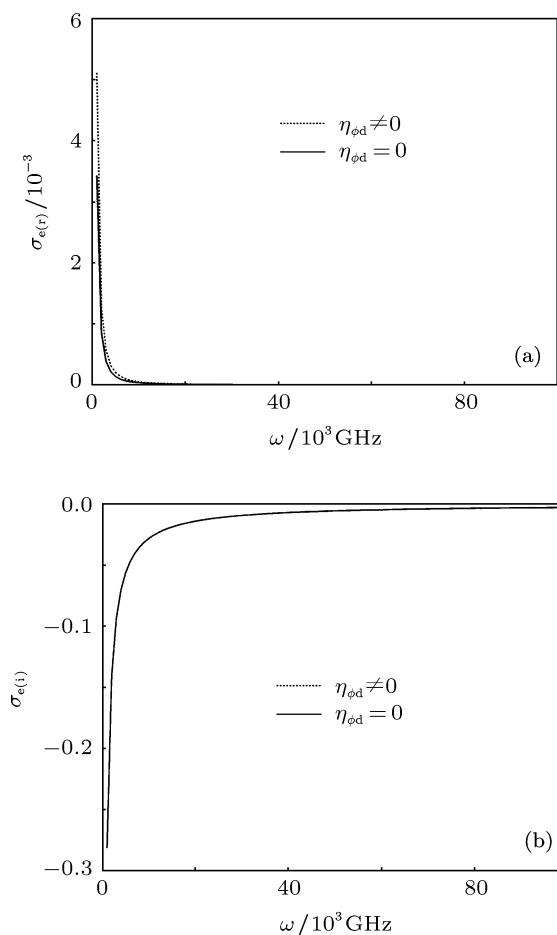
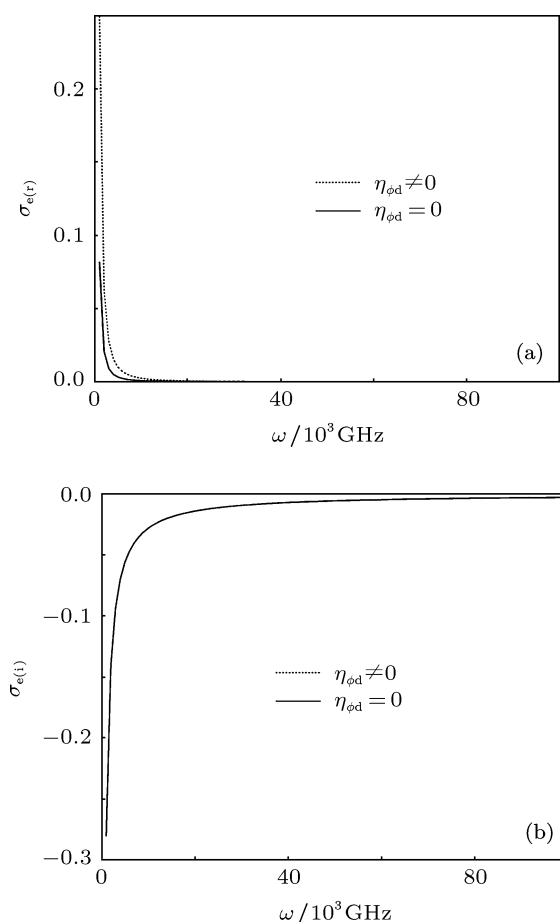


图 3 复电导率 (半径 0.1  $\mu\text{m}$ , 电荷数 57) (a) 实部; (b) 虚部


 图4 复电导率(半径  $1 \mu\text{m}$ , 电荷数 570) (a) 实部; (b) 虚部

对火箭喷焰而言, 当入射电磁波是近红外光时, 有  $v_{\text{ch}}^2 \ll \omega^2$  成立. 所以, 比值  $\zeta$  可近似为

$$\zeta \approx \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 \omega^2}{c(\eta_{\text{ed}} + \eta_{\phi_d})(v_{\text{eff}} + v_{\text{ch}})}. \quad (23)$$

将火箭喷焰的典型参数代入上式, 可知

$$\zeta \rightarrow \begin{cases} 1.1976 \times 10^{-20} \omega^2, & r_d = 0.1 \mu\text{m}, \\ 1.0704 \times 10^{-22} \omega^2, & r_d = 1 \mu\text{m}. \end{cases} \quad (24)$$

显然, 在图3和图4给定的  $\omega$  范围内  $\zeta \gg 1$ , 且随着入射频率的增大,  $\zeta$  增大. 这就意味着, 在近红外波段范围内, 复电导率虚部主要由  $-\frac{\varepsilon_0 \omega \omega_p^2}{\omega^2 + v_{\text{eff}}^2}$  这一项决定, 因而受电势影响因子的影响很小, 才会出现图3(b)和图4(b)中的结果. 图3和图4还表明, 在近红外波段内复电导率的实部比微波段内小很多, 这就充分说明与微波相比近红外光可能会是更好的通信波段.

## 4 结论

本文提出了尘埃粒子的电势是影响等离子体电导率的因素之一, 并通过定义电势影响因子描述了尘埃粒子与背景等离子体间的电势差对等离子体电导率的影响. 在考虑了电势差影响的基础上, 推导和完善了复电导率模型, 发现电势影响因子与尘埃粒子的大小、数密度、电荷数以及背景等离子体中电子的温度和数密度都有关. 以火箭喷焰为典型实例, 分别讨论了微波和近红外波段内电势差对复电导率实部和虚部的影响. 结果表明, 在火箭喷焰典型的参数条件下, 随着入射电磁波频率的增加, 电势差对复电导率的影响减小, 在近红外波段内, 电势差对复电导率虚部的影响几乎可以忽略. 总之, 推导出的复电导率模型将能为更好地研究尘埃等离子体的吸收特性提供一定的参考.

- [1] Liu J, Zhou S B, Xu C G 2008 *Numerical simulation and applications of combustion phenomena in supersonic flow* (Chang Sha: National University of Defense Technology Press) (in Chinese) [刘君, 周松柏, 徐春光 2008 超声速流动中燃烧现象的数值模拟方法及应用 (长沙: 国防科技大学出版社)]
- [2] Wang J 2006 *Master thesis* (Xidian University) (in Chinese) [王菊 2006 硕士学位论文 (西安电子科技大学)]
- [3] Whipple E C 1981 *Rep. Prog. Phys.* **44** 1197
- [4] Goertz C K 1989 *Rev. Geophys.* **27** 271
- [5] J Winter 1998 *Plasma Phys. Control. Fusion* **40** 1201
- [6] J Winter 2004 *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** B583
- [7] Roth R M, Spears K G, Stein G D, Wong D 1985 *Appl. Phys. Lett.* **46** 253
- [8] Shukla P K, Mamun A A 2002 *Introduction to dusty plasma physics*, Institute of physics publishing, London.
- [9] Tsytovich V N 1992 *Physica Scripta* **45** 521
- [10] Ma J X, Yu M Y 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2431
- [11] Thomas H, Morfill G E, Demmel V 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 652
- [12] Shukla P K, Stenflo L 1992 *Astrophys. Space Sci.* **190** 23
- [13] Vladimirov S V 1994 *Phys. Rev. E* **50** 1422
- [14] Shi Y X, Ge D B, Wu J 2007 *Chin. J. Geophys.* **50** 1005 (in Chinese) [石雁祥, 葛德彪, 吴健 2007 地球物理学报 **50** 1005]
- [15] Li F, Li L L, S Q 2004 *Science in China Series E* **34** 832 (in Chinese) [李芳, 李廉林, 隋强 2004 中国科学 E 辑 **34** 832]
- [16] Shi Y X, Wu J, Ge D B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5507 (in Chinese) [石雁祥, 吴健, 葛德彪 2009 物理学报 **58** 5507]
- [17] Ginzburg V L 1978 *The propagation of electromagnetic waves in plasma* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [电磁波在等离子体

- 中的传播,(苏)金兹堡著,钱善璿译 1978 北京:科学出版社] 物理学报 53 2829]
- [18] Abe T, Fujita K, Ogawa H, Funaki I 2000 *Am. Inst. Aeronaut. Astronaut.* 2484 [20] de Angelis U, Marmolino C, Tsytovich V N 2005 *Phys. Rev. Lett.* 95 095003
- [19] Li J T, Guo L X, Hu H Q, Zhang B C 2010 *Chin. J. Geophys.* 53 2829 (in Chinese) [李江挺, 郭立新, 胡红桥, 张北辰 2010 地球 [21] Tsytovich V N, de Angelis U 1993 *Phys. Rev. E* 48 3930

## Effect of dust particle potential on plasma conductivity\*

Chen Yun-Yun<sup>1)†</sup> Zheng Gai-Ge<sup>1)</sup> Gu Fang<sup>1)</sup> Li Zhen-Hua<sup>2)</sup>

1) (School of Physics and Optoelectronic Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

2) (Department of Information Physics and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(Received 4 July 2011; revised manuscript received 3 January 2012)

### Abstract

In this paper, the concept of electrical potential influencing factor is proposed to describe the effect of electrical potential difference between the dust particle and background plasma on conductivity, based on which the conductivity model of dusty plasma is improved. The electrical potential influencing factor is directly proportional to the charge number, number density, radius of the dust particle, and the electron number density of the background plasma. Meanwhile, it is inversely proportional to the electron temperature of the background plasma. Taking rocket exhaust plume for example, the conductivities with and without considering potential difference are given both in the microwave and near infrared regions. In the given dusty plasma parameters condition, the influence of electrical potential difference on electrical conductivity reduces as the incident frequency increases. When the frequency increases to the near-infrared light region, the influence of electrical potential difference on the imaginary part of the conductivity can be ignored.

**Keywords:** plasma, dust particle, conductivity, electrical potential impact factor

**PACS:** 42.25.Bs, 52.25.Mq, 52.35.Hr

\* Project supported by the Scientific Research Startup Foundation of Nanjing University of Information Science and Technology (Grant No. 20110425).

† E-mail: yunqq321@yahoo.com.cn