

非局域非线性介质中多极表面光孤子的解析解及其稳定性分析*

蔡善勇 梅磊 彭虎庆 陆大全 胡巍[†]

(华南师范大学信息光子技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

(2011年11月18日收到; 2012年1月4日收到修改稿)

本文主要对非局域非线性介质中存在的多极表面亮孤子进行了研究. 理论研究表明多极表面孤子也可以被看做是具有反对称振幅分布的体孤子的一半, 由此我们可以给出多极表面孤子的解析解. 其次, 用数值计算的方法给出了它的数值解, 比较结果表明数值解与解析解基本符合. 最后, 研究了本模型下的多极表面孤子的稳定性, 发现二极表面孤子的不稳定区间比四极体孤子的不稳定区间小, 另外, 二极以上的表面孤子皆不稳定.

关键词: 非局域非线性, 多极表面孤子, 稳定性

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

1 引言

在特定条件下, 某些介质的非线性响应表现出非局域的特征, 即介质中空间某点的非线性折射率不仅与该点的光强有关, 而且还与该点附近的光强有关. 目前发现的具有这种非局域非线性特性的物理系统包括光折变晶体模型^[1], 向列相液晶模型^[2-5], 铅玻璃模型^[6-10]等. 非局域特性会对孤子相互作用产生影响, 导致具有 π 相位差的双亮孤子之间相互吸引^[5,11], 双暗孤子之间相互吸引^[12], 非局域特性还可以压制调制不稳定性, 避免二维孤子和涡旋孤子的塌陷或不稳定, 目前在非局域非线性介质中, 已经有很多种孤子解从实验上和理论上得到了证实, 例如, 涡旋孤子^[13,14], 多极孤子^[7], 拉盖尔高斯和厄米-高斯孤子^[15-17]等.

最近, 非局域表面波成为研究热点, 包括非局域表面孤子, 多极表面孤子, 涡旋孤子, 非相干表面孤子和环形表面孤子等^[18-22]都有文献对其进行了研究. 非局域表面孤子发生在线性材料与非局域非线性材料的界面上, 对其解析解的形式在文献^[23]中给予了研究, 本文在此基础上给出了非局域多极表面孤子解析解的表达式. 另外, 孤子稳定

性作为孤子的基本属性, 已经有很多文献对包括铅玻璃中的非局域多极表面孤子^[18], 体孤子^[24]和涡旋孤子^[13]等的稳定性进行了研究, 因此, 有必要对本模型下的多极表面孤子做稳定性分析.

在本文中, 基于假定表面孤子的能量都集中在非局域介质一侧, 通过比较体孤子和表面孤子各自的传输方程和边界条件, 我们发现多极表面孤子可以被看做是具有反对称振幅分布的体孤子的一半, 由此我们给出了多极表面孤子的解析解. 同时, 我们用数值计算的方法给出了他的数值解, 比较的结果表明数值解与解析解基本符合. 最后, 我们还研究了本模型下的多极表面孤子的稳定性, 发现二极表面孤子的不稳定区间比四极体孤子的不稳定区间要小, 另外, 二极以上的表面孤子皆不稳定.

2 多极表面孤子与体孤子的比较

我们考虑这样一个(1+1)-D模型(如图1(a)), 界面左边是非局域非线性介质, 右边是线性介质, 一个TE表面波(包络为 A)按照 Z 方向沿着界面传输. 表面波的传输满足下面的非局域非线性薛定谔方程^[23]:

* 国家自然科学基金(批准号: 10804033, 11174090)资助的课题.

[†] E-mail: huwei@scnu.edu.cn

1) 界面左边的非局域非线性介质中, $X \leq 0$ ($X = 0$ 是界面),

$$2in_0k_0\frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + 2n_0\Delta Nk_0^2A = 0, \quad (1)$$

$$\Delta N - W_m^2\frac{\partial^2 \Delta N}{\partial X^2} - n_2|A|^2 = 0. \quad (2)$$

2) 界面右边的线性介质中, $X > 0$,

$$2in_0k_0\frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{\partial^2 A}{\partial X^2} - (n_0^2 - n_L^2)k_0^2A = 0, \quad (3)$$

其中, X, Z 分别表示横向和纵向坐标. n_0 是左边的非局域材料无光束影响时的折射率, n_L 是右边的线性光疏介质的折射率. $k_0 = 2\pi/\lambda$ 是真空中波数, 其中 λ 是波长. n_2 和 ΔN 分别表示非线性折射率系数和由非线性导致的折射率的变化量. W_m 是非局域材料响应函数的特征长度.

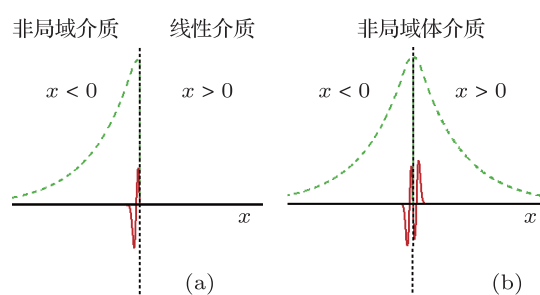


图 1 (a) 和 (b) 分别表示二极表面孤子和四极体孤子的轮廓图 (其中红线代表振幅分布, 绿色虚线代表非线性折射率分布)

下面引入归一化参数, $x = X/w_a$, $z = Z/(n_0k_0w_a^2)$, $w_m = W_m/w_a$, $q = (n_0n_2k_0^2w_a^2)^{1/2}A$, $\Delta n = (n_0k_0^2w_a^2)\Delta N$, 和 $n_d = (n_0^2 - n_L^2)k_0^2w_a^2/2$, 其中 w_a 是束宽的一个特征长度, 由此可得下述的无量纲方程:

1) 界面左边的非局域非线性介质中, $x \leq 0$,

$$i\frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \Delta nq = 0, \quad (4)$$

$$\Delta n - w_m^2\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} = |q|^2. \quad (5)$$

2) 界面右边的线性介质中, $x > 0$,

$$i\frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - n_dq = 0. \quad (6)$$

事实上, 方程 (4) 和 (5) 表示的是一个带有 e 指数衰减型非局域响应函数的非局域非线性薛定谔方程 (NNLSE). 这种 e 指数衰减型的非局域响应函数在很多物理系统中都存在, 例如扩散型非线性系统, 取向型非线性系统等. 另外, 当 $w_m \rightarrow \infty$ 时, 方程 (4), (5) 转化为描写热非局域介质 (如铅玻璃) 中的 NNLSE.

文献 [9] 的实验装置, 对于 TE 波 (偏振方向沿 y 方向), 边界条件可写为 $q(+0) = q(-0)$, $\partial q/\partial x|_{x=+0} = \partial q/\partial x|_{x=-0}$ 和 $q(x \rightarrow \pm\infty) = 0$. 同时非线性折射率扰动满足 $\Delta n(x \rightarrow -\infty) = 0$ 和 $\partial \Delta n/\partial x|_{x=0} = 0$. 在实验中, 我们一般选取 $k_0^2w_a^2 \gg 1$, 因此, 在实际物理系统中通常有 $n_d \gg 1$. 根据文献 [9,18,19], 我们知道如果 n_d 足够大 ($n_d \gg 1$), 则光能将几乎全部保留在非局域介质中. 因此, 我们可近似得到关系式 $q(-0) = q(+0) = 0$. 综上, 我们给出了多极表面孤子的边界条件, 另外, 如图 1(b) 所示, 我们可以得到具有反对称振幅分布的体孤子的边界条件. 在文献 [23] 中对两者进行了比较, 比较发现, 在左半部分 ($x \leq 0$) 表面孤子与体孤子有相同的边界条件, 所以他们有相同的解. 在非局域体介质中, 是存在这种具有反对称振幅分布的体孤子解的 [24,25]. 特别是在强非局域介质中, 已经有作者证明了存在厄米 - 高斯函数形式的孤子解 [15]. 因此, 我们借由具有反对称振幅分布的多极体孤子解来求多极表面孤子的解析解是可行的.

3 多极表面孤子的解析解与数值解

3.1 解析解

上面提到, 在强非局域非线性介质中存在厄米 - 高斯形式的孤子解. 在非局域体介质中, 我们用 n 阶厄米 - 高斯函数作为试探解.

$$q(x, z) = a_n(z)H_n\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}x\right)\exp\left[-\frac{x^2}{w^2(z)}\right] \times \exp[i c(z)x^2 + i\theta_n(z)], \quad (7)$$

其中 $a_n(z)$, $w(z)$, $c(z)$, $\theta_n(z)$ 分别表示振幅, 束宽, 波前曲率和光束相位. 入射光功率 $p_0 = \int |q|^2 dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda a_n^2 w$, 其中 $\lambda = 2^n n! \sqrt{\pi}$.

下面我们将利用变分法求解具有 (7) 式形式的体孤子解. 首先, 当方程 (4) 和 (5) 作为欧拉 - 拉格朗日方程时对应着下面的变分问题 [26]:

$$\delta \int_0^{+\infty} [L] dz = 0, \quad (8)$$

其中

$$[L] = \int_{-\infty}^{+\infty} L\left(q, q^*, \frac{\partial q}{\partial x}, \frac{\partial q^*}{\partial x}, \frac{\partial q}{\partial z}, \frac{\partial q^*}{\partial z}\right) dx, \quad (9)$$

$$L = \frac{i}{2}\left(q^* \frac{\partial q}{\partial z} - q \frac{\partial q^*}{\partial z}\right) - \frac{1}{2}\left|\frac{\partial q}{\partial x}\right|^2$$

$$+ \frac{1}{2}|q|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-x')|q(x')|^2 dx'. \quad (10)$$

(10) 式中的 $R(x) = (1/2w_m) \exp(-|x|/w_m)$. 若将 $R(x)$ 直接代入上式, 我们很难得到 $[L]$ 的具体表达式, 但是对于强非局域的情况, 我们可以考虑对 $R(x)$ 作展开, 取其前几项来近似代替 $R(x)$, 下面是保留二阶项及其前面的项的表达式:

$$R(x) \approx \frac{1}{2w_m} \left(1 - \frac{|x|}{w_m} + \frac{x^2}{2w_m^2} \right). \quad (11)$$

其次, 将 (7), (11) 式代入 (9), (10) 式, 得到 $[L]$ 的表达式为

$$\begin{aligned} [L] = & -a_n^2 \left[\frac{dc}{dz} \cdot \frac{w^3}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}n \right) \lambda + \frac{d\theta_n}{dz} \cdot \frac{w}{\sqrt{2}} \lambda \right] \\ & - \frac{a_n^2 \lambda}{2\sqrt{2}w} (2n+1) - \frac{a_n^2 c^2 w^3 \lambda}{2\sqrt{2}} (2n+1) \\ & + \frac{a_n^4 w^2}{8w_m} \lambda^2 + \frac{a_n^4 w^4}{64w_m^3} \lambda^2 \cdot 2(2n+1) \\ & + \frac{a_n^4 w^3 d_n}{2\sqrt{2}w_m^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} d_n = & \int_{-\infty}^{\infty} H_n^2(u) \exp[-u^2] \int_{-\infty}^u u' H_n^2(u') \\ & \times \exp[-u'^2] du' du. \end{aligned}$$

最后, 由欧拉方程, 我们得到以下四个关于 $a_n(z)$, $w(z)$, $c(z)$, $\theta_n(z)$ 的微分方程:

$$\frac{d}{dz} (a_n^2 w) = 0, \quad (13a)$$

$$\frac{d}{dz} \left[w^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}n \right) \right] = cw^2 (2n+1), \quad (13b)$$

$$\begin{aligned} & -2a_n \left[\frac{dc}{dz} \cdot \frac{w^3}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}n \right) \lambda + \frac{d\theta_n}{dz} \cdot \frac{w}{\sqrt{2}} \lambda \right] \\ & - \frac{2a_n \lambda}{2\sqrt{2}w} (2n+1) - \frac{2a_n c^2 w^3 \lambda}{2\sqrt{2}} (2n+1) \\ & + \frac{4a_n^3 w^2}{8w_m} \lambda^2 + \frac{4a_n^4 w^3}{64w_m^3} \lambda^2 \cdot 2(2n+1) + \frac{4a_n^3 w^3 d_n}{2\sqrt{2}w_m^2} \\ = & 0 \end{aligned} \quad (13c)$$

$$\begin{aligned} & -a_n^2 \left[\frac{dc}{dz} \cdot \frac{3w^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}n \right) \lambda + \frac{d\theta_n}{dz} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \right] \\ & + \frac{a_n^2 \lambda}{2\sqrt{2}w^2} (2n+1) - \frac{3a_n^2 c^2 w^2 \lambda}{2\sqrt{2}} (2n+1) \\ & + \frac{2a_n^4 w}{8w_m} \lambda^2 + \frac{4a_n^4 w^3}{64w_m^3} \lambda^2 \cdot 2(2n+1) + \frac{3a_n^4 w^2 d_n}{2\sqrt{2}w_m^2} \\ = & 0. \end{aligned} \quad (13d)$$

由方程 (13a) 得

$$a_n^2 w = \text{const} = \frac{\sqrt{2}}{\lambda} p_0, \quad (14)$$

代入 (13b) 式得到

$$\frac{dw}{dz} = 2cw. \quad (15)$$

再联立 (13c) 与 (13d) 式, 得到束宽的演化方程

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = \frac{4}{w^3} + \frac{wp_0}{2w_m^3} + \frac{2\sqrt{2}p_0 d_n}{(1+2n)\lambda^2 w_m^2}. \quad (16)$$

对于孤子解, $w = w_0$ 是一个常数, 则由 (15) 式得 $c = 0$, 观察 (16) 式知, 此时左边为零, 则可求得孤子功率

$$P_c = \frac{-8(1+2n)\lambda^2 w_m^3}{w_0^3 [(1+2n)w_0\lambda^2 + 4\sqrt{2}w_m d_n]}. \quad (17)$$

另外, 通过 (14) 与 (13) 式可以分别求得 a_n 和 $\theta_n(z) = \beta z$ (a_n 和 β 是常数).

根据上节介绍的多极表面孤子与体孤子的关系, 我们可把基模, 二极和三极表面孤子分别看做一阶, 三阶和五阶厄米-高斯型体孤子的一半. 基模表面孤子在文献 [23] 中已有研究, 下面以二极和三极表面孤子为例, 给出他们的解析解表达式.

二极表面孤子解析解

$$\begin{aligned} q(x, z) = & \begin{cases} a_3 H_3 \left(\frac{\sqrt{2}}{w_0} x \right) \exp \left[-\frac{x^2}{w_0^2} \right] \exp[i\beta_3 z], & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

对应的四极体孤子临界功率 (表面孤子是体孤子功率的一半)

$$P_{c3} = \frac{64512\pi w_m^3}{w_0^3 (6183\sqrt{\pi}w_m - 8064\pi w_0)}, \quad (19)$$

传播常数

$$\begin{aligned} \beta_3 = & -\frac{7}{2w_0^2} \\ & + \frac{56 \left(576\pi w_m^2 + 1008\pi w_0^2 - \frac{6183}{4} \sqrt{\pi} w_0 w_m \right)}{w_0^3 (6183\sqrt{\pi}w_m - 8064\pi w_0)}. \end{aligned} \quad (20)$$

三极表面孤子解析解

$$\begin{aligned} q(x, z) = & \begin{cases} a_5 H_5 \left(\frac{\sqrt{2}}{w_0} x \right) \exp \left[-\frac{x^2}{w_0^2} \right] \exp[i\beta_5 z], & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

对应的六极体孤子临界功率

$$P_{c5} = \frac{648806400\pi w_m^3}{w_0^3 (49645575\sqrt{\pi}w_m - 81100800\pi w_0)}, \quad (22)$$

传播常数

$$\beta_5 = -\frac{11}{2w_0^2} + \frac{88\left(3686400\pi w_m^2 + 10137600\pi w_0^2 - \frac{49645575}{4}\sqrt{\pi w_0 w_m}\right)}{w_0^3(49645575\sqrt{\pi w_m} - 81100800\pi w_0)}. \quad (23)$$

3.2 数值解

基于方程(4)—(6)和边界条件,以3.1节给出的多极表面孤子的解析解作为初始条件,利用数值迭代法,我们可以给出多极表面孤子的数值解.图2(a)—(c)分别给出了基模,二极,三极表面孤子的解析解(方格)和数值解(实线)的比较结果.

图2(d)—(f)是对应的(a), (b), (c)中的数值解的传输图.在强非局域情况下,多极表面孤子的解析解与数值解大致符合,随着极数增加,解析解与数值解之间的偏差加大.在3.1节求解析解的过程中,我们只保留了非局域响应函数 $R(x)$ 展开后的前两项,这种方法适用于非局域程度较强的情况,图3以二极表面孤子为例给出了临界功率与束宽的关系图,

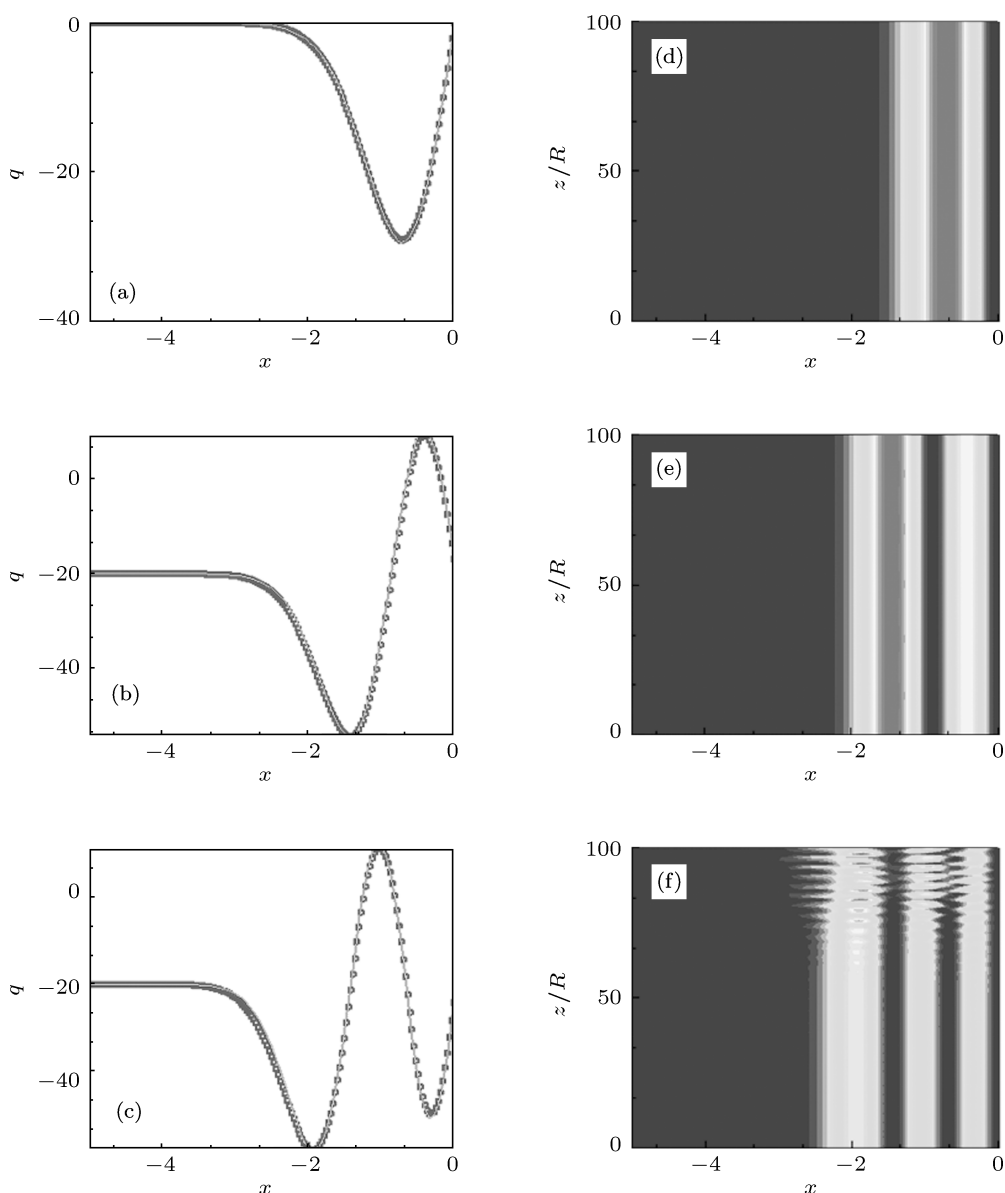


图2 $w_m = 10$ 时 (a) 基模表面孤子 ($\beta = 63.6188$), (b) 二极表面孤子 ($\beta = 100.664$), (c) 三极表面孤子 ($\beta = 131.038$) 的解析解(方格)与数值解(实线)的比较结果 (q 是振幅). (d), (e), (f) 是对应的 (a), (b), (c) 中的数值解的传输图 (R 表示瑞利距离)

红线表示解析解, 绿色方格表示数值解, 当非局域程度 $\alpha = w_m/w_0 > 8$ 时解析解与数值解的情况符合得很好.

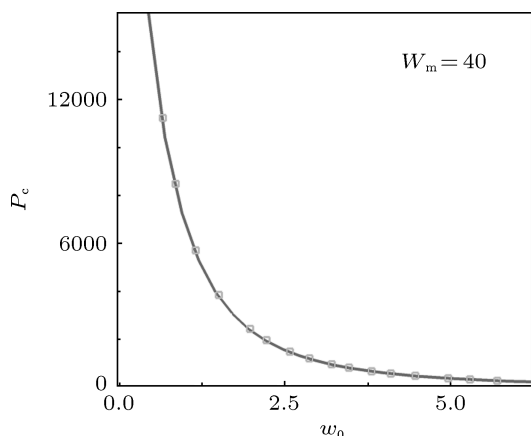


图3 二极孤子临界功率与束宽的关系图 ($w_m = 40$), 解析解用红线表示, 数值解用绿色方格表示

在求解上述解析解与数值解时, 振幅 q 在边界处近似为零, 这是一个不连续的边界条件, 但实际的物理系统在界面处都是连续的, 在第2节我们曾指出当 $n_d \gg 1$ 时, 用不连续边界条件代替实际物理情况是合理的, 图4给出了 $n_d = 1000$ 时, 界面连续与不连续两种情况下多极表面孤子数值解的比较, 两种解基本符合, 其中在界面 ($x = 0$) 处, 连续解是曲线过渡到右边的线性介质的, 有很小一部分光进入了线性部分, 而不连续解则被直接置零.

4 多极表面孤子的稳定性分析

基于方程 (4)—(6) 和边界条件, 利用数值迭代法可以求出 $q(x, z) = w(x) \exp(iz)$ 形式的孤子解, 为了对这些孤子解的稳定性进行分析, 我们将微扰解 $q'(x, z) = [w(x) + u(x)e^{\delta z} + iv(x)e^{\delta z}] \exp(iz)$ (其中的微扰部分随传播距离以增长率 δ 变化) 代入方程 (4)—(6), 得到一个求增长因子 δ 的本征值问题

$$\begin{aligned} \delta u &= -\frac{1}{2} \frac{d^2 v}{dx^2} + bv - nv, \\ \delta v &= \frac{1}{2} \frac{d^2 u}{dx^2} - bu + nu + w \Delta n, \end{aligned} \quad -L \leq x \leq 0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \delta u &= -\frac{1}{2} \frac{d^2 v}{dx^2} + bv + n_d v, \\ \delta v &= \frac{1}{2} \frac{d^2 u}{dx^2} - bu - n_d u, \end{aligned} \quad 0 < x \leq L. \quad (25)$$

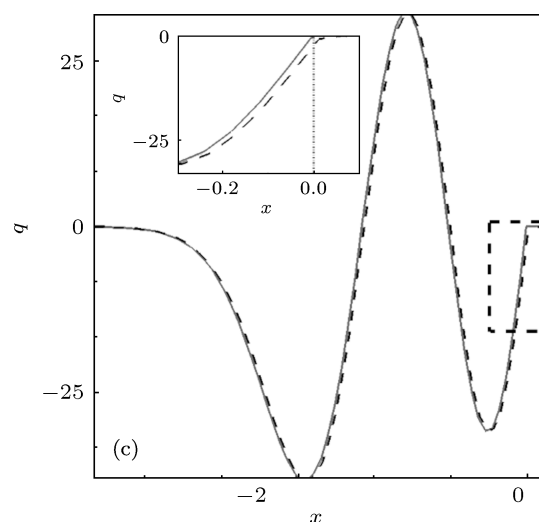
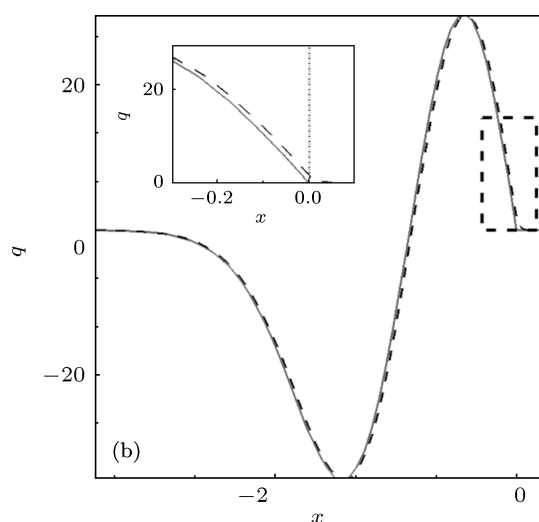
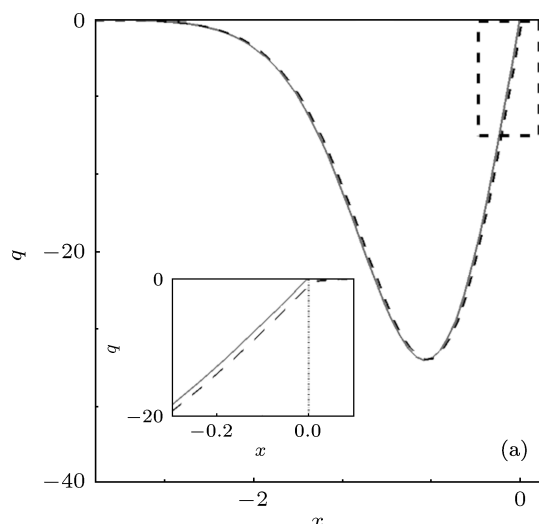


图4 $w_m = 10$ 时 (a) 基模表面孤子 ($\beta = 63.6188$), (b) 二极表面孤子 ($\beta = 100.664$), (c) 三极表面孤子 ($\beta = 131.038$) 在不连续边界条件 (实线) 和连续边界条件 (虚线) 下的数值解的比较, 其内部的小图为虚线部分的放大

其中的

$$\Delta n = 2 \int_{-\infty}^0 \frac{1}{2w_m} \exp(-|x-x'|/w_m) \times w(x')u(x')dx'$$

是折射率微扰, 我们利用数值算法已经解决了这个本征值问题. 计算结果显示基模表面孤子始终是稳定的, 二极表面孤子存在不稳定区间, 且其不稳定区间比四极体孤子的不稳定区间小, 另外, 二极以上的表面孤子皆不稳定. 图 5(a) 指出二极表面孤子存在不稳定区间, 且随着非局域程度增大, 不稳定区间变小, 研究表明, 当非局域程度很大时, 不稳定区间会消失. 比较 $d = 5$ 时四极体孤子 (图 5(d)) 和二极表面孤子 (图 5(a)) 的不稳定区间, 发现二极

表面孤子的不稳定区间比四极体孤子的不稳定区间小. 图 5(c) 表明三极表面孤子是不稳定的, 正如图 2(f) 所示, 三极表面孤子在传播过程中变得混乱, 进一步研究发现二极以上的表面孤子皆不稳定. 综上, 我们的结论与四极以上体孤子不稳定^[25], 铅玻璃中二极以上表面孤子不稳定^[18]等相关发现保持一致. 上述稳定性分析是在不连续边界条件下做的, 若考虑连续的边界条件, 他的稳定性是否会有所不同, 研究发现, 两者基本相同, 基模稳定, 二极以上不稳定, 但在二极表面孤子稳定性上, 连续边界条件下的孤子解要好一点, $d = 5$ 时连续边界条件下二极表面孤子不稳定区间 (图 5(b)) 要略小于不连续边界条件下二极表面孤子的不稳定区间 (图 5(a)).

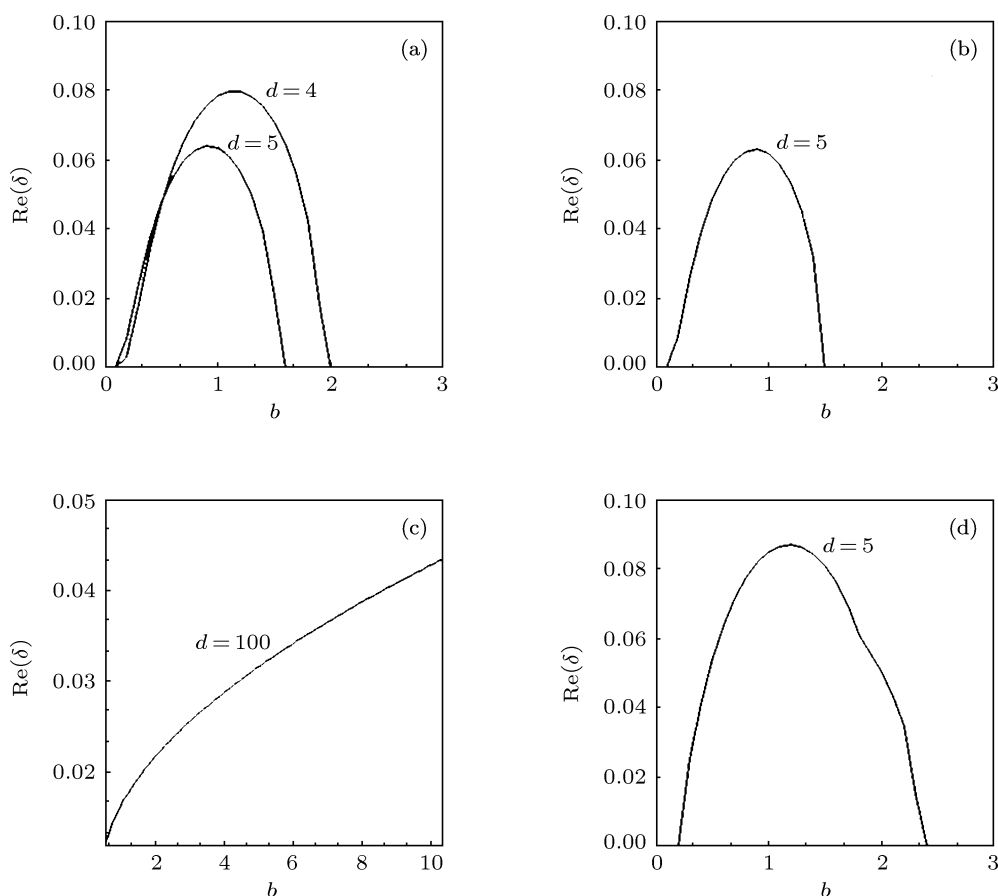


图 5 $d = w_m^2$ 表示非局域程度, (a) 给出了 $d = 4$ 和 $d = 5$ 时二极表面孤子的不稳定区间; (b) 给出了连续边界条件下, 二极表面孤子的不稳定性区间; (c) $d = 100$ 时三极表面孤子的不稳定区间; (d) $d = 5$ 时对应的四极体孤子的不稳定性区间

由图 1 解析解与数值解的比较结果可知, 解析解相当于一个微扰解, 由稳定性分析知解析解应

当是稳定的, 图 6 表明二极表面孤子的解析解传输 1000 瑞利距离后还是稳定的.

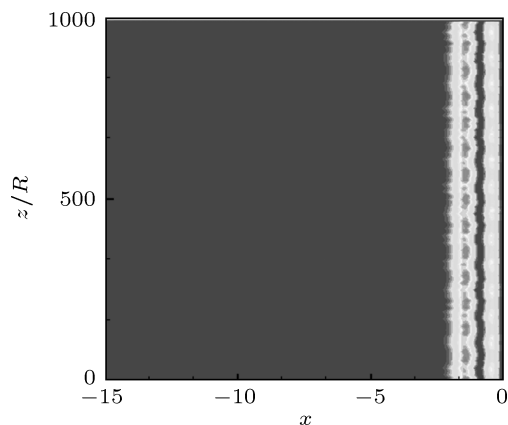


图6 二极表面孤子解析解传输 1000 瑞利距离 ($w_m = 10$, $\beta = 100.664$)

5 结论

解析解对于研究孤子特性有非常重要的意义, 本文将多极表面孤子看作是体孤子的一半, 给出了多极表面孤子的解析解. 同时, 我们用数值计算验证了他的正确性, 并讨论了他的适用范围. 随后, 我们对多极表面孤子做了稳定性分析, 发现基模表面孤子始终是稳定的, 二极以上的表面孤子皆不稳定, 这个结论与相关研究表面孤子稳定性的文献的结论保持一致, 另外, 二极表面孤子存在不稳定区间, 且其不稳定区间比四极体孤子的不稳定区间小. 最后, 我们还讨论了边界对稳定性的影响, 指出连续边界下的孤子稳定性要比不连续边界下的孤子稳定性好一点.

- [1] Mitchell M, Segev M, Christodoulides D N 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4657
- [2] Peccianti M, Brzdkiewicz K A, Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [3] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [4] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [5] Hu W, Zhang T, Guo Q, Li X, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 07111
- [6] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [7] Rotschild C, Segev M, Xu Z, Kartashov Y V, Torner L, Cohen O 2006 *Opt. Lett.* **31** 3312
- [8] Liang Y B, Zheng Y J, Yang P B, Cao L G, Lu D Q, Hu W, Guo Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5690 (in Chinese) [梁炎斌, 郑亚建, 杨平保, 曹龙贵, 陆大全, 胡巍, 郭旗 2008 物理学报 **57** 5690]
- [9] Alfassi B, Rotschild C, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213901
- [10] Li S H, Yang Z J, Lu D Q, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 024214 (in Chinese) [李少华, 杨振军, 陆大全, 胡巍 2011 物理学报 **60** 024214]
- [11] Rasmussen P D, Bang O, Królikowski W 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066611
- [12] Gao X H, Yang Z J, Zhou L H, Zheng Y Z, Lu D Q, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084213 (in Chinese) [高星辉, 杨振军, 周罗红, 郑一周, 陆大全, 胡巍 2011 物理学报 **60** 084213]
- [13] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2007 *Opt. Express* **15** 9378
- [14] Wu X F, Deng D M, Guo Q 2011 *Chin. Phys. B* **20** 084201
- [15] Deng D, Zhao X, Guo Q, Lan S 2007 *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 2537
- [16] Deng D, Guo Q 2008 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **10** 035101
- [17] Cheng S, Wang Q, Ge L J, Shi J L, Ding H X, Shen M 2011 *Chin. Phys. B* **20** 054206
- [18] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2009 *Opt. Lett.* **34** 283
- [19] Ye F, Kartashov Y V, Torner L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033829
- [20] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2007 *Opt. Express* **15** 16216
- [21] Alfassi B, Rotschild C, Segev M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 041808
- [22] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2008 *Opt. Lett.* **33** 506
- [23] Yang Zhenjun, Ma Xuekai, Lu Daquan, Zheng Yizhou, Gao Xinghui, Hu Wei 2011 *Opt. Express* **19** 4890
- [24] Dong L, Ye F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 013815
- [25] Xu Z, Kartashov Y V, Torner L 2005 *Opt. Lett.* **30** 3171
- [26] Cao L G, Zhu Y Q, Lu D Q, Hu W, Guo Q 2008 *Opt. Commun.* **281** 5004

The analytical solution and stability of multipole surface soliton in nonlocal nonlinear medium*

Cai Shan-Yong Mei Lei Peng Hu-Qing Lu Da-Quan Hu Wei[†]

(Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 18 November 2011; revised manuscript received 4 January 2012)

Abstract

In this paper, the research on the multipole surface soliton in nonlocal nonlinear medium is done. Theoretical study indicates that multipole surface soliton in nonlocal nonlinear medium can also be regarded as a half part of a bulk soliton with an antisymmetric amplitude distribution. Using this fact, we could obtain the analytical solution of multipole surface soliton easily. Secondly, comparing the numerical solution acquired by numerical computation with analytical solution, we find that analytical solution is in good agreement with numerical solution. Finally, a research is done on the stability of multipole surface soliton using our model. The result shows that the width of the instability domain of dipole surface soliton is smaller than that of quadrupole bulk soliton. In addition all higher-order multipole surface solitons are unstable.

Keywords: nonlocal nonlinear, multipole surface soliton, stability

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10804033 and 11174090).

[†] E-mail: huwei@senu.edu.cn