物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 61, No. 16 (2012) 160302

电偶极子在磁各向异性介质中的辐射功率*

洪清泉† 仲伟博 余燕忠 蔡植善 陈木生 林顺达

(泉州师范学院物理与信息工程学院, 泉州 362000)

(2011 年 9 月 4 日收到; 2012 年 2 月 4 日收到修改稿)

在经典电动力学框架下对磁各向异性介质中的电磁辐射问题进行研究, 得到了电偶极子在磁各向异性介质中的辐射功率表达式. 当介质为磁各向同性时其结果与文献报道的结果相符合, 验证了推导结果的正确性. 利用本文结果可对电偶极子在磁各向异性介质中的辐射效果做出判断, 而且对于进一步研究磁各向异性介质的电磁特性、更有效地开发利用磁各向异性介质具有实际意义.

关键词: 电偶极辐射, 磁各向异性介质, 能流密度, 辐射功率

PACS: 03.50.−z, 03.50.De, 03.50.Kk, 41.20.−q

1 引 言

近些年来, 人们对各向异性介质电磁特性的理论与实验研究已成为热点 [1−7], 但多数研究的是波在各向异性介质中的传播及各向异性介质表面对波的反射. 在宏观电动力学范畴内对磁各向异性介质中的电磁辐射问题进行研究的还不多见, 于是我们开展了对各向异性介质中辐射电磁场的研究. 我们选取线性均匀电各向同性磁各向异性的介质作为研究模型, 引入各向异性直角坐标系, 并把磁各向异性介质的磁导率张量 $\boldsymbol{\mu}_{rii}$ 写成并矢, 从而推导出了电各向同性磁各向异性介质中满足 Maxwell 方程组的推迟磁矢势 $\boldsymbol{A}$ 的表达式 [8], 并由此得到了振荡电偶极子在电各向同性磁各向异性介质中辐射的电场强度 $\boldsymbol{E}$、磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 和能流密度 $\boldsymbol{S}$ 的表达式 [9,10]. 本文在以上工作的基础上推导得到了计算振荡电偶极子在磁各向异性电各向同性介质中的总辐射功率表达式, 并加以验证. 关于磁各向异性介质中电偶极子辐射场的研究, 其成果对于进一步研究磁各向异性介质的电磁特性、研发新材料具有实际意义.

2 电偶极子辐射的能流密度

文献 [10] 中应用具有张量形式的平均能流密度普遍公式

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{2\mu_0}\,\mathrm{Re}[\boldsymbol{E}^*\times\mu_{\mathrm{r}}^{-1}\mu_{\mathrm{r}}^{-1}\cdot\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)]$$

求得了在线性均匀电各向同性磁各向异性介质中沿极轴振荡时电偶极子辐射的能流密度, 其表达式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}=&\frac{\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3y^5}\left\{\left[\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}^3}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}y_1^2+\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}}}y_2^2\right]y_1\boldsymbol{e}_1\right.\\&+\left[\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}}}y_1^2+\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}^3}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}y_2^2\right]y_2\boldsymbol{e}_2\\&\left.+\left[\frac{\mu_{\mathrm{r}11}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}y_1^2+\frac{\mu_{\mathrm{r}22}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}y_2^2\right]y_3\boldsymbol{e}_3\right\},\quad(1)\end{aligned}$$

式中 μ_0 为真空的磁导率, μ_{r} 为磁介质的相对磁导率, ε 为电介质的介电常数, ε_{r} 为电介质的相对介电常数, c 为波在真空中的传播速度, $\ddot{\boldsymbol{P}}_y$ 代表在各向异性坐标系 $y_1\,y_2\,y_3$ 中沿极轴振荡的电偶极矩 $\boldsymbol{P}_y$ 对时间的二次导数, 且有

$$\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_y\right|=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}^3\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_x\right|.$$

$\boldsymbol{P}_x$ 代表用各向同性直角坐标系描述的电磁各向同

* 福建省自然科学基金 (批准号：2008J0025) 和泉州市科技计划 (批准号：2008Z13) 资助的课题.

† E-mail: qqhong@qztc.edu.cn

 http://wulixb.iphy.ac.cn

性介质中的电偶极矩, 各向异性直角坐标系与笛卡儿直角坐标系的关系为

$$y_i = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}ii}}x_i.$$

把各向异性直角坐标系中球坐标与直角坐标的关系

$$\begin{aligned} y_1 &= y\sin\theta_y\cos\phi_y, \\ y_2 &= y\sin\theta_y\sin\phi_y, \\ y_3 &= y\cos\theta_y \end{aligned}$$

代入 (1) 式得

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S} =& \frac{\left|\ddot{P}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3y^2}\Bigg\{\Bigg[\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}^3}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&+ \frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}}}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\sin\theta_y\cos\phi_y\boldsymbol{e}_1 \\
&+ \Bigg[\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}}}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&+ \frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}^3}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\sin\theta_y\sin\phi_y\boldsymbol{e}_2 \\
&+ \Bigg[\frac{\mu_{\mathrm{r}11}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&+ \frac{\mu_{\mathrm{r}22}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\cos\theta_y\boldsymbol{e}_3\Bigg\} \\
=& \frac{N}{y^2}\big\{\big[A\sin^3\theta_y\cos^3\phi_y + B\sin^3\theta_y\sin^2\phi_y\cos\phi_y\big]\boldsymbol{e}_1 \\
&+ \big[C\sin^3\theta_y\sin\phi_y\cos^2\phi_y + D\sin^3\theta_y\sin^3\phi_y\big]\boldsymbol{e}_2 \\
&+ \big[E\sin^2\theta_y\cos\theta_y\cos^2\phi_y \\
&+ F\sin^3\theta_y\sin^2\phi_y\cos\theta_y\sin^2\phi_y\big]\boldsymbol{e}_3\big\} \\
=& \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2 + \boldsymbol{S}_3. \qquad (2)
\end{aligned}$$

(2) 式中

$$\begin{aligned}
&N = \frac{|\ddot{P}_y|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3}, \quad A = \frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}^3}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}, \\
&B = \frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}}}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}}}, \quad D = \frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}^3}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}, \\
&E = \frac{\mu_{\mathrm{r}11}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}, \quad F = \frac{\mu_{\mathrm{r}22}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}; \qquad (3) \\
&\boldsymbol{S}_1 = \frac{\left|\ddot{P}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3y^2}\Bigg[\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}^3}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}}}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\sin\theta_y\cos\phi_y\boldsymbol{e}_1, \\
&\boldsymbol{S}_2 = \frac{\left|\ddot{P}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3y^2}\Bigg[\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}}}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&\quad + \frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}^3}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\sin\theta_y\sin\phi_y\boldsymbol{e}_2, \\
&\boldsymbol{S}_3 = \frac{\left|\ddot{P}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}c^3y^2}\Bigg[\frac{\mu_{\mathrm{r}11}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\sin^2\theta_y\cos^2\phi_y \\
&\quad + \frac{\mu_{\mathrm{r}22}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\sin^2\theta_y\sin^2\phi_y\Bigg]\cos\theta_y\boldsymbol{e}_3. \qquad (4)
\end{aligned}$$

3 电偶极子的辐射功率

设振荡电偶极子沿 x_3 方向放置, 中心选取在直角坐标系的原点上. 如再取一个中心在坐标系原点的直角平行六面体, 则振荡电偶极子的辐射场通过这个六面体的一个周期平均能流密度之和为总辐射功率, 即

$$\begin{aligned}
P =& \oint \boldsymbol{S}\cdot\mathrm{d}\sigma \\
=& \oint(\boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2 + \boldsymbol{S}_3)\cdot(\mathrm{d}\sigma_1 + \mathrm{d}\sigma_2 + \mathrm{d}\sigma_3) \\
=& 2\int(S_1\mathrm{d}\sigma_1 + S_2\mathrm{d}\sigma_2 + S_3\mathrm{d}\sigma_3), \qquad (5)
\end{aligned}$$

式中 $\mathrm{d}\sigma_1 = \mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_3$, $\mathrm{d}\sigma_2 = \mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_3$, $\mathrm{d}\sigma_3 = \mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2$.

由振荡电偶极子在磁各向异性介质中辐射的能流密度表达式 (2) 式可见, 其大小沿各个方向不同. 即振荡电偶极子在磁各向异性介质中辐射的功率流分布具有各向异性的特性. 因此, 求振荡电偶极子的辐射功率时可在磁各向异性坐标系中进行. 由于

$$\begin{aligned}
y_i =& \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}ii}}x_i, \\
\mathrm{d}\sigma_1 =& \frac{\mathrm{d}y_2\mathrm{d}y_3}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}}, \\
\mathrm{d}\sigma_2 =& \frac{\mathrm{d}y_1\mathrm{d}y_3}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}33}}}, \\
\mathrm{d}\sigma_3 =& \frac{\mathrm{d}y_1\mathrm{d}y_2}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}}},
\end{aligned}$$

又由于振荡电偶极子的总辐射功率是在笛卡儿坐标系中定义的, 于是可把 (5) 式变换到磁各向异性坐标系中, 有

$$\begin{aligned}
P =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}}\int S_1\mathrm{d}y_2\mathrm{d}y_3 \\
&+ \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}33}}}\int S_2\mathrm{d}y_1\mathrm{d}y_3 \\
&+ \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}}}\int S_3\mathrm{d}y_1\mathrm{d}y_2. \qquad (6)
\end{aligned}$$

对 (6) 式再做以下坐标变换:

$$
\begin{aligned}
y_1 &= y\sin\theta_y\cos\phi_y,\\
y_2 &= y\sin\theta_y\sin\phi_y,\\
y_3 &= y\cos\theta_y,
\end{aligned}
$$

并考虑到对积分线元应取绝对值, 所以对上式微分时有

$$
\begin{aligned}
|\mathrm{d}y_1| =& y\,|\mathrm{d}(\sin\theta_y\cos\phi_y)|\\
=& y\,|\mathrm{d}\sin\theta_y|\cos\phi_y + y\sin\theta_y\,|\mathrm{d}\cos\phi_y|\\
=& y\cos\theta_y\cos\phi_y\,\mathrm{d}\theta_y + y\sin\theta_y\sin\phi_y\,\mathrm{d}\phi_y;\\
|\mathrm{d}y_2| =& y\,|\mathrm{d}(\sin\theta_y\sin\phi_y)|\\
=& y\cos\theta_y\sin\phi_y\,\mathrm{d}\theta_y + y\sin\theta_y\cos\phi_y\,\mathrm{d}\phi_y;\\
|\mathrm{d}y_3| =& y\,|\mathrm{d}\cos\theta_y| = y\sin\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y.
\end{aligned}
$$

把 (4) 式中的 $\boldsymbol{S}_i$ 及以上各个关系式代入 (6) 式便可得到把 (5) 式变换到各向异性球坐标系中的表达式为

$$
P = P_1 + P_2 + P_3, \tag{7}
$$

式中总辐射功率 P 的三个部分分别为

$$
\begin{aligned}
P_1 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\big[\sin^4\theta_y\cos\theta_y\sin\phi_y\cos\phi_y\\
&\times(A\cos^2\phi_y + B\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y\\
&+\sin^5\theta_y\cos^2\phi_y(A\cos^2\phi_y\\
&+B\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\phi_y\big],\\
P_2 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}33}}}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}[\sin^5\theta_y\sin^2\phi_y\\
&(C\cos^2\phi_y + D\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\phi_y\\
&+\sin^4\theta_y\cos\theta_y\sin\phi_y\cos\phi_y\\
&(C\cos^2\phi_y + D\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y],\\
P_3 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}11}}}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}[\sin^3\theta_y\cos^2\theta_y\\
&\times\sin^2\phi_y(E\cos^2\phi_y + F\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\phi_y\\
&+\sin^3\theta_y\cos^2\theta_y\\
&\times\cos^2\phi_y(E\cos^2\phi_y + F\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\phi_y\\
&+\sin^2\theta_y\cos^3\theta_y\sin\phi_y\\
&\times\cos\phi_y(E\cos^2\phi_y + F\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y\\
&+\sin^4\theta_y\cos\theta_y\sin\phi_y\\
&\times\cos\phi_y(E\cos^2\phi_y + F\sin^2\phi_y)\,\mathrm{d}\phi_y\,\mathrm{d}\phi_y].
\end{aligned}
$$

以上三式中分别有三种类型的积分: 第一种类型是对 $\mathrm{d}\theta_y\mathrm{d}\theta_y$ 的积分; 第二种类型是对 $\mathrm{d}\phi_y\mathrm{d}\phi_y$ 的积分. 第三种类型是对 $\mathrm{d}\theta_y\mathrm{d}\phi_y$ 的积分. 因为有

$$
\begin{aligned}
&\int_0^{\pi}\sin\phi_y\cos^3\phi_y\,\mathrm{d}\phi_y = 0,\\
&\int_0^{\pi}\sin^4\theta_y\cos\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y = 0,\\
&\int_0^{\pi}\sin^2\theta_y\cos^3\theta_y\,\mathrm{d}\theta_y = 0,
\end{aligned}
$$

所以前面三式中对第一种类型和第二种类型的积分均为零, 只剩下对第三种类型的积分, 查三角函数积分表可求得

$$
\begin{aligned}
P_1 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}}\left(A\frac{6\pi}{15} + B\frac{2\pi}{15}\right),\\
P_2 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}33}}}\left(C\frac{2\pi}{15} + D\frac{6\pi}{15}\right),\\
P_3 =& \frac{2N}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}}}\left(E\frac{2\pi}{15} + F\frac{2\pi}{15}\right).
\end{aligned} \tag{8}
$$

再把 (3) 式中各量代入 (8) 式, 便得

$$
\begin{aligned}
P_1 =& \frac{2|\ddot{\boldsymbol{P}}_y|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}c^3}\\
&\left(\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}^3}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\frac{6\pi}{15} + \frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}}}\frac{2\pi}{15}\right),\\
P_2 =& \frac{2|\ddot{\boldsymbol{P}}_y|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}33}}c^3}\\
&\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}}}\frac{2\pi}{15} + \frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}^3}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\frac{6\pi}{15}\right),\\
P_3 =& \frac{2\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_y\right|^2}{32\pi^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\varepsilon_{\mathrm{r}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}11}}c^3}\\
&\left(\frac{\mu_{\mathrm{r}11}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}22}^2}\frac{6\pi}{15} + \frac{\mu_{\mathrm{r}22}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}33}}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\frac{2\pi}{15}\right).
\end{aligned} \tag{9}
$$

把 (9) 式代入 (7) 式便得到用各向异性直角坐标系表述的振荡电偶极子在线性均匀磁各向异性介质中的辐射功率表达式. 由各向异性直角坐标系与笛卡儿直角坐标系的关系式 $y_i = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}ii}}x_i$ 和 $\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_y\right| = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}^3\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_x\right|$ 的变换关系可得用笛卡儿坐标系描述的振荡电偶极子在磁各向异性介质中的总辐射功率为

$$
\begin{aligned}
P =& P_1 + P_2 + P_3\\
=& \frac{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}^3\mu_{\mathrm{r}11}\mu_{\mathrm{r}22}\mu_{\mathrm{r}33}}}{120\pi\varepsilon c^3}\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_x\right|^2\\
&\left[\frac{3\mu_{\mathrm{r}11}^2 + \mu_{\mathrm{r}22}^2}{\mu_{\mathrm{r}22}^2} + \frac{3\mu_{\mathrm{r}22}^2 + \mu_{\mathrm{r}11}^2}{\mu_{\mathrm{r}11}^2}\right.\\
&\left.+\frac{\mu_{\mathrm{r}33}}{\mu_{\mathrm{r}11}^2\mu_{\mathrm{r}22}^2}(\mu_{\mathrm{r}11}^3 + \mu_{\mathrm{r}22}^3)\right].
\end{aligned} \tag{10}
$$

4 讨论并验证所得结果

由 (10) 式可见, 振荡电偶极子在磁各向异性介质中的总辐射功率与距离无关, 是一个恒量, 因此没有方向性, 不存在各向同性或各向异性的问题; 但仍可看到这个恒量的大小与介质的各向异性有关, 其值随介质的各向异性而变化. 由于介质的各向异性, 在各个方向上 μ_{r} 值大小不同, 因此使得振荡电偶极子在磁各向异性介质中不同方向上的辐射功率大小不同, 即其值与空间取向有关. 说明在不同方向上它们以不同程度影响着辐射场强度和功率流密度, 才产生了在相同距离不同方向的各点有不同大小的辐射场和平均能流密度, 此即介质的各向异性所致, 这就是我们所关心的介质的磁各向异性对振荡电偶极子总辐射功率的影响程度. 从 (10) 式还可看到, 振荡电偶极子在磁各向异性介质中的总辐射功率和在电磁各向同性介质中的总辐射功率表达式一样, 其大小与电偶极矩对时间求二次导数的模的平方成正比.

为了检验 (10) 式正确与否, 可做如下变换. 当 $\mu_{\mathrm{r}11}=\mu_{\mathrm{r}22}=\mu_{\mathrm{r}33}=\mu_{\mathrm{r}}$, 即介质为磁各向同性时, 由 (10) 式可得

$$P=\frac{\left|\ddot{\boldsymbol{P}}_x\right|^2}{12\pi\varepsilon\upsilon^3}. \tag{11}$$

(11) 式用到了 $c=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}}}\upsilon$, 其中 υ 是波在介质中的传播速度, (11) 式与文献 [11] 的结果相符合, 说明所求振荡电偶极子在磁各向异性介质中的辐射功率表达式 (10) 式正确.

5 结 论

在电各向同性磁各向异性介质中, 振荡电偶极子的辐射功率问题是研究、开发利用磁各向异性介质所必须解决的一个重要问题. 为解决这一问题, 本文在已有工作的基础上推导得到了电各向同性磁各向异性介质中计算振荡电偶极子总辐射功率的表达式 (10) 式, 并加以验证. 该结果能定量地计算振荡电偶极子在磁各向异性介质中的总辐射功率, 对于进一步研究电各向同性磁各向异性介质的电磁特性、研发新材料、更有效地开发利用电各向同性磁各向异性介质提供了理论参考.

[1] Wei B, Ge D B, Wang F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6290 (in Chinese) [魏兵, 葛德彪, 王飞 2008 物理学报 **57** 6290]

[2] Meng F Y, Wu Q, Fu J H, Yang G H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5476 (in Chinese) [孟繁义, 吴群, 傅佳辉, 杨国辉 2008 物理学报 **57** 5476]

[3] Chen G B, Wang H N, Yao J J, Han Z Y, Yang S W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1608 (in Chinese) [陈桂波, 汪宏年, 姚敬金, 韩子夜, 杨守文 2009 物理学报 **58** 1608]

[4] Luo C R, Wang L S, Guo J Q, Huang Y, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3214 (in Chinese) [罗春荣, 王连胜, 郭继权, 黄勇, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 3214]

[5] Hong Q Q 2004 *Chin. J. Radio Sci.* **19** 492 (in Chinese) [洪清泉 2004 电波科学学报 **19** 492]

[6] Hong Q Q 2008 *Inter. J. Modern Phys.* B **22** 239

[7] Hong Q Q, Yu Y Z, Cai Z S, Chen M S, Lin S D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5235 (in Chinese) [洪清泉, 余燕忠, 蔡植善, 陈木生, 林顺达 2010 物理学报 **59** 5235]

[8] Chen S N, Wang J C, Chen Q S 1993 *4th Chinese Conference on Dynamoelectric Mechanic* (Beijing: Higher Education Press) p144 (in Chinese) [陈燊年, 王建成, 陈强顺 1993 全国第四届电动力学研讨会论文集 (北京: 高等教育出版社) 第 144 页]

[9] Su W X, Wei T X, Chen S N 1998 *J. Huaqiao Univ.* (Natural Science) **19** 96 (in Chinese) [苏武寻, 魏腾雄, 陈燊年 1998 华侨大学学报 (自然科学版) **19** 96]

[10] Hong Q Q 2004 *9th Chinese Conference on Dynamoelectric Mechanic* (Journal of Chongqing University **27** Supplement) p10 (in Chinese) [洪清泉 2004 全国第九届电动力学研讨会论文集 (重庆大学学报 27 卷专刊) 第 10 页]

[11] Guo S H 2008 *Electric Dynamics* (Beijing: Higher Education Press) p165 (in Chinese) [郭硕鸿 2008 电动力学 (北京: 高等教育出版社) 第 165 页]

Radiation power of electric diople in magnetic anisotropic medium*

Hong Qing-Quan† Zhong Wei-Bo Yu Yan-Zhong Cai Zhi-Shan
Chen Mu-Sheng Lin Shun-Da

(*School of Physics and Information Engineering, Quanzhou Normal University, Quanzhou* 362000, *China*)

(Received 4 September 2011; revised manuscript received 4 February 2012)

Abstract

Under the framework of classical electrodynamics, the electromagnetic radiation in magnetic anisotropic medium is studied in the present paper. The radiation power expression for electric dipole in magnetic anisotropic medium is deduced. The obtained expression in isotropic medium accords with that in the literature, and its validity is therefore proved. The radiation effect of electric dipole in magnetic anisotropic medium can be estimated by the obtained results. It has practical significance for further research electromagnetic property in magnetic anisotropic medium and effective development and utilization of magnetic anisotropic medium.

Keywords: electric dipole radiation, magnetic anisotropic medium, energy flux density, radiation power

PACS: 03.50.−z, 03.50.De, 03.50.Kk, 41.20.−q

* Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2008J0025) and the Science and Technology Program of Quanzhou City, China (Grant No. 2008Z13).

† E-mail: qqhong@qztc.edu.cn