

## 单毛细管中赫切尔 - 巴尔克莱流体的分形分析\*

员美娟<sup>1)2)†</sup> 郑伟<sup>3)</sup> 李云宝<sup>1)</sup> 李钰<sup>1)</sup>

1) (武汉科技大学冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室, 武汉 430081)

2) (西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 成都 610500)

3) (中国科学院测量与地球物理研究所大地测量与地球动力学国家重点实验室, 武汉 430077)

(2011年8月15日收到; 2012年1月8日收到修改稿)

运用分形理论给出了非牛顿流体中的赫切尔 - 巴尔克莱流体在单毛细管中的渗流分形模型. 此模型将赫切尔 - 巴尔克莱流体的流量、流速、启动压力梯度和有效渗透率与流体的流变特性、毛细管的结构参数联系起来, 并且不含经验常数, 每个参数都具有明确的物理意义, 所得分形模型更能体现出赫切尔 - 巴尔克莱流体流动的内在物理机理.

关键词: 分形, 毛细管, 赫切尔 - 巴尔克莱流体

PACS: 47.50.-d, 47.53.+n

## 1 引言

高分子聚合物、低温含蜡原油、黄原胶水溶液、枣原油田中的重油、钻井液、水泥浆等一些非牛顿流体, 在其所受到的切应力超过屈服应力时流体才开始流动, 以后其应力 - 应变关系与幂律流体类似, 这类流体称为赫切尔 - 巴尔克莱 (HB) 流体, 其本构方程为<sup>[1,2]</sup>

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma}^n, \quad (1)$$

式中  $\tau$  是切应力,  $\tau_0$  是屈服应力,  $\mu$  为 HB 流体的稠度系数,  $\dot{\gamma}$  是剪切速率,  $n$  是流变指数. HB 流体是一种比较典型和具有代表性的非牛顿流体, 它能表示出常用的宾汉姆、幂律、牛顿流体的特性, 当流变指数  $n = 1$  时, HB 模型简化成宾汉姆模型; 当屈服应力  $\tau_0 = 0$  时, HB 模型简化成幂律模型; 当同时满足  $\tau_0 = 0$  和  $n = 1$  时, HB 模型简化成牛顿模型.

文献 [3, 4] 中用有限元模拟法给出了缩放管中的非牛顿流体的流动方程:

宾汉姆流体

$$q = \frac{g}{\mu} \Delta p \left[ 1 - \frac{4}{3} \left\{ \frac{2\tau_0}{\Delta p} \left( \frac{S_{\text{eff}}}{512\pi g^2} \right)^{1/5} \right\} + \frac{1}{3} \left\{ \frac{2\tau_0}{\Delta p} \left( \frac{S_{\text{eff}}}{512\pi g^2} \right)^{1/5} \right\}^4 \right], \quad (2)$$

幂律流体

$$q = \left[ \frac{4g}{\mu \pi R_d^{3-3n}} \left( \frac{n\pi}{3n+1} \right)^n \Delta p \right]^{\frac{1}{n}}, \quad (3)$$

其中  $g$  是水力传导系数,  $\Delta p$  是施加在管两端的压强,  $S_{\text{eff}}$  是有效表面积,

$$S_{\text{eff}} = S \left[ \frac{0.261\gamma_R}{1 + 0.686\gamma_R + 0.929\gamma_R^2} \right]^{5/3},$$

$S$  是表面积,  $\gamma_R$  是收缩比,  $R_d$  是管的几何常数,

$$R_d = \left( \frac{8lg}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} (0.47\gamma_R^3 - 1.34\gamma_R^2 + 1.19\gamma_R + 0.68),$$

$l$  是孔间距.

多孔介质中的非牛顿流体流动特性越来越受到人们的广泛关注, 已有大量研究表明自然界中的多孔介质微结构服从分形几何规律, 分形几何理论

\* 中国石油大学油气资源与探测国家重点实验室开放课题基金 (批准号: PRP/open-1206)、西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室开放基金 (批准号: PLN1113)、冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室开放基金、国家自然科学基金 (批准号: 41102080) 和武汉科技大学绿色制造与节能减排科技研究中心开放基金 (批准号: B1219) 资助的课题.

† E-mail: yunmeijuanwei@yahoo.com.cn

已成为分析多孔介质中流动的强有力工具 [5-27]. 流体在多孔介质中流动时, 其流动的通道不可能完全是直线形的, 可能是弯弯曲曲的, 这种弯曲通道也可以用分形形式表示 [19-21], 称为分形毛细管. 我们在过去的研究工作中利用分形毛细管模型研究幂律流体和牛顿流体在多孔介质中的流动特性 [22].

可以看出, 流量方程 (2) 和 (3) 式中包含多个物理意义不清楚的经验常数, 本文的主要目的是在考虑实际弯曲毛细管的分形特性基础上, 研究 HB 流体在单毛细管中的流动特性, 得到不含经验常数的分形表达式, 进而通过简化 HB 流体来给出宾汉姆、幂律和牛顿流体的分形表达式.

## 2 HB 流体在单毛细管中流动的分形模型

### 2.1 流量

HB 流体通过半径为  $R$  的单个直管中层流的流量为 [2,24,25]

$$q = \frac{8n\pi}{\mu^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\Delta p}{L_0}\right)^3} \left[ \frac{\left(\frac{R \Delta p}{2 L_0} - \tau_0\right)^{3+\frac{1}{n}}}{1+3n} + \frac{2\tau_0 \left(\frac{R \Delta p}{2 L_0} - \tau_0\right)^{2+\frac{1}{n}}}{1+2n} + \frac{\tau_0^2 \left(\frac{R \Delta p}{2 L_0} - \tau_0\right)^{1+\frac{1}{n}}}{1+n} \right]. \quad (4)$$

流体流动的弯曲毛细管通道的分形幂规律 [20]

$$L_t = L_0^{D_T} (2R)^{1-D_T}, \quad (5)$$

其中  $D_T$  是毛细管的迂曲度分形维数,  $L_t$  是弯曲毛细管通道的实际长度,  $L_0$  为通道的直线长度,  $L_t \geq L_0$ .

考虑到弯曲流线的分形特征, 采用毛细管的实际长度  $L_t$ , (5) 式改写为

$$q = \frac{8n\pi}{\mu^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\Delta p}{L_t}\right)^3} \left[ \frac{\left(\frac{R \Delta p}{2 L_t} - \tau_0\right)^{3+\frac{1}{n}}}{1+3n} + \frac{2\tau_0 \left(\frac{R \Delta p}{2 L_t} - \tau_0\right)^{2+\frac{1}{n}}}{1+2n} \right]$$

$$+ \frac{\tau_0^2 \left(\frac{R \Delta p}{2 L_t} - \tau_0\right)^{1+\frac{1}{n}}}{1+n} \right] = \frac{2^{6-3D_T} n \pi L_0^{3D_T}}{\mu^{\frac{1}{n}} \Delta p^3 R^{3(D_T-1)}} \left[ \frac{\left(\frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0\right)^{3+\frac{1}{n}}}{1+3n} + \frac{2\tau_0 \left(\frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0\right)^{2+\frac{1}{n}}}{1+2n} + \frac{\tau_0^2 \left(\frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0\right)^{1+\frac{1}{n}}}{1+n} \right]. \quad (6)$$

(6) 式中取  $n = 1$ , 得到单毛细管中宾汉姆流体的流量表达式

$$q = \frac{\pi R^{3+D_T} \Delta p}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T}} \left[ 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p} + \frac{1}{3} \left(\frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p}\right)^4 \right]. \quad (7)$$

(6) 式中取  $\tau_0 = 0$ , 可得单毛细管中幂律流体的流量表达式

$$q = \frac{n \pi R^{3+\frac{D_T}{n}} \Delta p^{\frac{1}{n}}}{(3n+1)(2^{2-D_T} \mu L_0^{D_T})^{\frac{1}{n}}}. \quad (8)$$

(6) 式中, 取  $\tau_0 = 0$  和  $n = 1$  可得单毛细管中牛顿流体的流量表达式

$$q = \frac{\pi R^{3+D_T} \Delta p}{\mu L_0^{D_T} 2^{4-D_T}}. \quad (9)$$

(6)–(9) 式给出了几种常见流体的流量方程的分形表达式, 可以看出流量是流体特性参数、毛细管结构参数和毛细管两端压降的函数.

### 2.2 流速

由 (6) 式得单毛细管中 HB 流体的流速表达式

$$\nu = \frac{q}{\pi R^2} = \frac{2^{6-3D_T} n \pi L_0^{3D_T}}{\mu^{\frac{1}{n}} \Delta p^3 R^{3D_T-1}} \left[ \frac{\left(\frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0\right)^{3+\frac{1}{n}}}{1+3n} + \frac{2\tau_0 \left(\frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0\right)^{2+\frac{1}{n}}}{1+2n} \right]$$

$$+ \left. \frac{\tau_0^2 \left( \frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0 \right)^{1+\frac{1}{n}}}{1+n} \right]. \quad (10)$$

由 (10) 式可知, HB 流体在单毛细管中的流速不仅与毛细管的半径  $R$  和迂曲度分形维数  $D_T$  有关, 而且与施加在毛细管两端的压力梯度  $\Delta p/L_0$  和流体的特性参数  $\mu, n, \tau_0$  有关. (10) 式中取  $n = 1$ , 得到单毛细管中宾汉姆流体的流速表达式

$$v = \frac{R^{1+D_T} \Delta p}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T}} \left[ 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p} + \frac{1}{3} \left( \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p} \right)^4 \right]. \quad (11)$$

(10) 式中取  $\tau_0 = 0$ , 可得单毛细管中幂律流体的流速表达式

$$v = \frac{n R^{1+\frac{D_T}{n}} \Delta p^{\frac{1}{n}}}{(3n+1)(2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T})^{\frac{1}{n}}}. \quad (12)$$

(10) 式中, 取  $\tau_0 = 0$  和  $n = 1$  可得单毛细管中牛顿流体的流速表达式

$$v = \frac{R^{1+D_T} \Delta p}{\mu L_0^{D_T} 2^{4-D_T}}. \quad (13)$$

### 2.3 启动压力梯度

当 (10) 式中流速  $v = 0$  时, 可以得到单毛细管中 HB 流体的启动压力梯度

$$\lambda = \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T-1} \tau_0}{R^{D_T}}. \quad (14)$$

由 (14) 式可以看出, HB 流体的启动压力梯度不仅与流体的屈服应力  $\tau_0$  有关, 而且与毛细管的结构参数  $R, L_0, D_T$  有关.

当  $n = 1$  时, HB 简化为宾汉姆流体, (14) 式与  $n$  无关, 所以单毛细管中宾汉姆流体的启动压力梯度与 HB 流体相同; 当  $\tau_0 = 0$  时, HB 简化为幂律流体, 所以幂律流体的启动压力梯度为 0; 当  $\tau_0 = 0$  和  $n = 1$  时, HB 流体简化为牛顿流体, 所以牛顿流体的启动压力梯度为 0.

### 2.4 有效渗透率

由本构方程 (1) 式可写出单毛细管中 HB 流体的表观黏度

$$\mu_a = \frac{\tau_w}{\dot{\gamma}_w} = \frac{\tau_w}{\left( \frac{\tau_w - \tau_0}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}}}. \quad (15)$$

管壁处的切应力  $\tau_w$ <sup>[26]</sup> 为

$$\tau_w = \frac{R \Delta p}{2 L_t} = \frac{R}{2} \frac{\Delta p}{L_0^{D_T} (2R)^{1-D_T}}. \quad (16)$$

非牛顿流体满足的广义达西定律为

$$\nu = \frac{k_e \Delta p}{\mu_a L_0}. \quad (17)$$

结合 (15)—(17) 式得单毛细管中 HB 流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{2^{4-2D_T} n L_0^{2D_T+1}}{\Delta p^3 R^{2D_T-1}} \left[ \frac{\left( \frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0 \right)^3}{1+3n} + \frac{2\tau_0 \left( \frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0 \right)^2}{1+2n} + \frac{\tau_0^2 \left( \frac{R^{D_T} \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T}} - \tau_0 \right)}{1+n} \right]. \quad (18)$$

(18) 式中取  $n = 1$ , 得到单毛细管中宾汉姆流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{R^{1+2D_T} \Delta p}{16 L_0^{D_T-1} (R^{D_T} \Delta p - 2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0)} \times \left[ 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p} + \frac{1}{3} \left( \frac{2^{2-D_T} L_0^{D_T} \tau_0}{R^{D_T} \Delta p} \right)^4 \right]. \quad (19)$$

(18) 式中取  $\tau_0 = 0$ , 可得单毛细管中幂律流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{n R^{1+D_T}}{(3n+1) 2^{2-D_T} L_0^{D_T-1}}. \quad (20)$$

(18) 式中取  $\tau_0 = 0$  和  $n = 1$ , 可得单毛细管中牛顿流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{R^{1+D_T}}{2^{4-D_T} L_0^{D_T-1}}. \quad (21)$$

由 (21) 式可以看出, HB 流体、宾汉姆流体和幂律流体的有效渗透率都与流体特性相关, 而牛顿流体的有效渗透率只与毛细管的结构参数有关, 与流体性质无关.

HB 流体在单毛细管中流动的流量  $q$ 、流速  $v$ 、启动压力梯度  $\lambda$  和有效渗透率  $k_e$  的分形表达式由 (6), (10), (14) 和 (18) 式分别确定. 这些表达式将 HB 流体的流动特性参数与毛细管的结构

参数有机地联系在一起, 并且式中的每个参数都具有实际的物理意义, 因此通过采用分形几何理论, 更能深刻理解 HB 流体流动的内在物理机理.

### 3 结果和讨论

在本文所推导的分形表达式中, 相关参数采用以下模型.

毛细管迂曲度分形维数  $D_T$  的表达式 [20] 为

$$D_T = 1 + \ln T \left[ \ln \frac{L_0}{2R} \right]^{-1}, \quad (22)$$

式中  $T$  是弯曲通道的迂曲度,  $R$  是毛细管的半径.

单毛细管迂曲度的表达式 [27] 为

$$T = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \phi} + \sqrt{1 - \phi} \frac{\sqrt{\left( \frac{1}{\sqrt{1 - \phi}} - 1 \right)^2 + \frac{1}{4}}}{1 - \sqrt{1 - \phi}} \right]. \quad (23)$$

图 1—3 给出了 HB ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0.1, n = 0.8$ )、宾汉姆 ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0.1, n = 1$ ) 和幂律流体 ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0, n = 0.8$ ) 流过缩放管的有限元模拟获得的流量数据点 [4] 与分形毛细管模型 [22] 的比较. 缩放管的孔隙率  $\phi = 0.8076$  [22], 将缩放管转换成分形毛细管时, 分形毛细管的结果参数取值为  $R = 0.124$  和  $L_0 = 1.0$ .

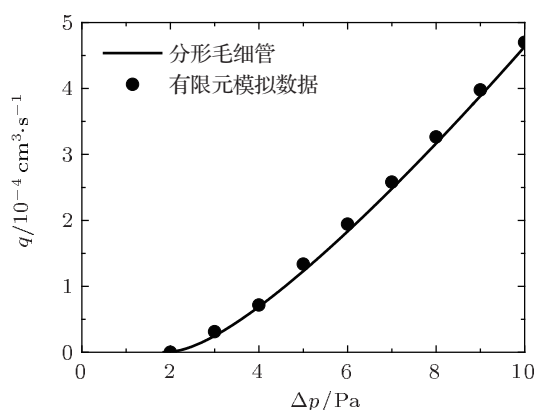


图 1 HB 流体流过缩放管的有限元模拟获得的流量数据点与分形毛细管模型比较

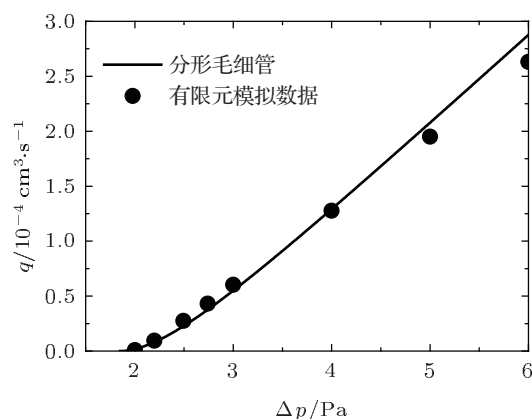


图 2 宾汉姆流体流过缩放管的有限元模拟获得的流量数据点与分形毛细管模型比较

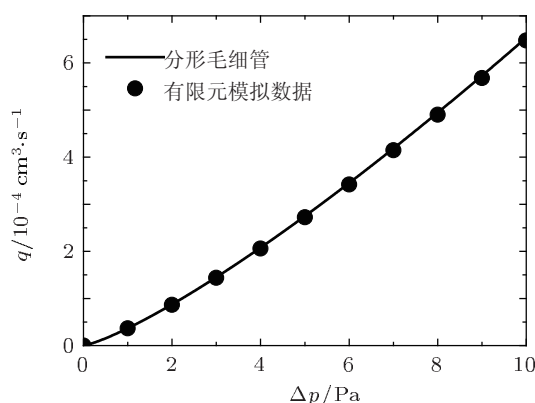


图 3 幂律流体流过缩放管的有限元模拟获得的流量数据点与分形毛细管模型比较

表 1 为不同流体对应的等价毛细管结构参数比较. 由表 1 可以看出, 参考文献 [4] 所给的等价直管的结构参数 (半径  $R$  和长度  $L$ ) 对于不同的流体是变化的, 而本文中的分形毛细管对于不同的流体, 其结构参数是唯一不变的. 图 1—3 说明了对于不同的流体, 在分形毛细管结构参数相同的情况下, 分形毛细管流量与有限元模拟数据符合得很好, 说明分形毛细管中的流动模型可以代替在缩放管中的流体的流动, 可以用分形毛细管模型来模拟 HB、宾汉姆、幂律等不同流变参数的流体流动.

表 1 不同流体对应的等价毛细管结构参数比较

流体类型	直管		分形毛细管	
	$R/cm$	$L/cm$	$R/cm$	$L_0/cm$
HB 流体 ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0.1, n = 0.8$ )	0.097	0.501	0.124	1.0
宾汉姆流体 ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0.1, n = 1$ )	0.112	0.905	0.124	1.0
幂律流体 ( $\mu = 1.0, \tau_0 = 0, n = 0.8$ )	0.097	0.501	0.124	1.0

图 4 给出了单毛细管中 HB 流体的流速 (10) 式随压力梯度和迂曲度分形维数的变化趋势. 可以看出随着压力梯度的增大, 流体的流速增大, 随着毛细管迂曲度分形维数的增大, 流体的流速减小, 即毛细管越弯曲, 流体受到的阻力会变大, 流体的流速就变小. 图 4 中还可以看出, 随着迂曲度分形维数的增大, 流速为零时的压力梯度即启动压力梯度在增大, 即毛细管越弯曲, 启动压力梯度就越大, 这符合实际情况.

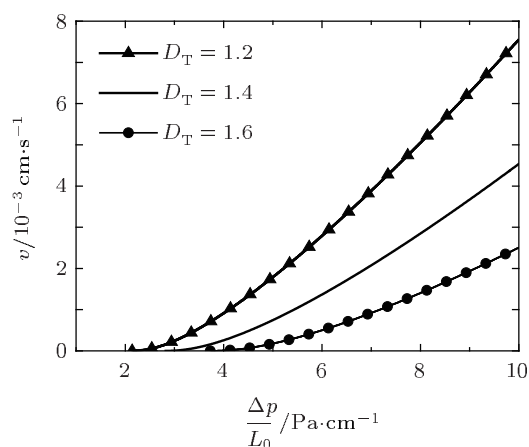


图 4 分形毛细管中 HB 流体的流速随压力梯度和迂曲度分形维数的变化

图 5 给出了单毛细管中 HB 流体的有效渗透率 (18) 式随压力梯度和迂曲度分形维数的变化趋势. 曲线与横坐标的交点是启动压力梯度, 当压力梯度小于启动压力梯度时, 流体的流速为零, 有效渗透率也为零; 当压力梯度大于启动压力梯度时, 有效渗透率随着压力梯度的增大而增大. 从图 5 还可以看出, 有效渗透率随着迂曲度分形维数的增大而减小, 因为迂曲度分形维数越大, 毛细管的弯曲程度越大, 通道的流动阻力越大, 流速也就越小, 从

而使得渗透率越小.

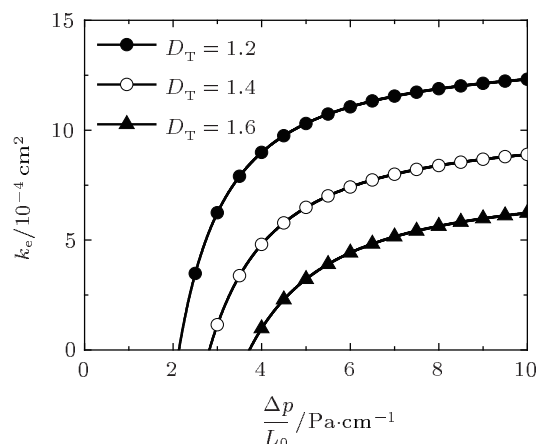


图 5 分形毛细管中 HB 流体的有效渗透率随压力梯度和迂曲度分形维数的变化

## 4 结论

本文考虑到弯曲毛细管的分形特性, 研究了 HB 非牛顿流体在单毛细管中的流动特性, 给出了该流体在单毛细管中的流量、流速、启动压力梯度和有效渗透率的分形解析解, 模型中的每一个参数都具有明确的物理意义, 它将 HB 流体的流动特性与毛细管的结构参数有机联系起来, 所得分形模型更能体现出 HB 流体流动的内在物理机理. 分形毛细管与缩放管中的流体流量模拟数据符合得很好, 说明可以用分形毛细管模型来模拟 HB 流体的流动. 文中得到当压力梯度小于启动压力梯度时, 流体的流速和有效渗透率为零; 当压力梯度大于启动压力梯度时, 流速和有效渗透率随着压力梯度的增大而增大, 流速和有效渗透率随着迂曲度分形维数的增大而减小.

[1] Herschel W H, Bulkley R 1926 *Colloid. Polym. Sci.* **39** 291  
 [2] Govier G W, Aziz K 1972 *The Flow of Complex Mixtures in Pipes* (New York: Litton) p143  
 [3] Balhoff M T, Thompson K E 2004 *AICHE J.* **50** 3034  
 [4] Balhoff M T, Thompson K E 2006 *Chem. Eng. Sci.* **61** 698  
 [5] Xu Y S, Wu F M, Chen Y Y, Xu X Z 2003 *Chin. Phys.* **12** 621  
 [6] Yuan Y, Shi S H, Luo M K 2011 *Chin. Phys. B* **20** 040509  
 [7] Xu Y S, Xu X Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 583  
 [8] Wu B Z, Xu Y S, Liu Y, Huang G X 2005 *Chin. Phys.* **14** 2046  
 [9] Cai J C, Yu B M, Zou M Q, Mei M F 2010 *Chem. Eng. Sci.* **65** 5178  
 [10] Zhang C B, Chen Y P, Shi M H, Fu P P, Wu J F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7050 (in Chinese) [张程宾, 陈永平, 施明恒, 付盼盼, 吴

嘉峰 2009 物理学报 **58** 7050]  
 [11] Cai J C, Yu B M, Zou M Q, Luo L 2010 *Energy Fuels* **24** 1860  
 [12] Jiang Z H, Zhao H F, Zheng R H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7579 (in Chinese) [姜泽辉, 赵海发, 郑瑞华 2009 物理学报 **58** 7579]  
 [13] Hua S C, Wang H G, Wang L Y, Zhang W, Liu G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1241 (in Chinese) [华邵春, 王汉功, 汪刘应, 张武, 刘顾 2008 物理学报 **57** 1241]  
 [14] Cai J C, Yu B M 2010 *Fractals* **18** 417  
 [15] Katz A J, Thompson A H 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 1325  
 [16] Shen J, Wang Y, Wu X 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1501 (in Chinese) [沈军, 王钰, 吴翔 1996 物理学报 **45** 1501]  
 [17] Yu B M, Cheng P 2002 *Int. J. Heat Mass Transfer* **45** 2983  
 [18] Yun M J, Yu B M, Zheng W, Yuan J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60**

- 024703 (in Chinese) [员美娟, 郁伯铭, 郑伟, 袁洁 2011 物理学报 **60** 024703]
- [19] Wheatcraft S W, Tyler S W 1988 *Water Res. Researches* **24** 566
- [20] Yu B M 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 158
- [21] Cai J C, Yu B M, Mei M F, Luo L 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 054701
- [22] Yun M J, Yu B M, Xu P, Cai J C 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 616
- [23] Cai J C, Yu B M 2011 *Transp. Porous Media* **89** 251
- [24] Borghesani A F 1988 *Encyclopedia of Fluid Mechanics* (Houston: Gulf) p89
- [25] Deshpande N S, Barigou M 2001 *Chem. Eng. Sci.* **56** 3845
- [26] Cavatorta O N, Tonini R D 1987 *Int. Commun. Heat Mass* **14** 359
- [27] Yu B M, Li J H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 1569

## Fractal analysis of Herschel-Bulkley fluid flow in a capillary\*

Yun Mei-Juan<sup>1)2)†</sup> Zheng Wei<sup>3)</sup> Li Yun-Bao<sup>1)</sup> Li Yu<sup>1)</sup>

1) (Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process of Hubei Province, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

2) (State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

3) (State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China)

(Received 15 August 2011; revised manuscript received 8 January 2012)

### Abstract

A fractal model for Herschel-Bulkley fluid in a capillary is proposed based on the fractal theory. The proposed model relates flow rate, velocity, starting pressure gradient and effective permeability to the rheological characteristics of fluid and the structural parameters of capillary, and all parameters in the proposed expressions have clear physical meanings. The analytical expressions reveal the physical principle for Herschel-Bulkley fluid flow in a capillary.

**Keywords:** fractal, capillary, Herschel-Bulkley fluid

**PACS:** 47.50.-d, 47.53.+n

\* Project supported by the Foundation of State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum, China (Grant No. PRP/open-1206), the Open Fund of State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, China (Grant No. PLN1113), the Foundation of Hubei Key Laboratory for Efficient Utilization and Agglomeration of Metallurgic Mineral Resources, the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41102080), and the Open Fund of Research Center of Green Manufacturing and Energy-Saving and Emission Reduction Technology in Wuhan University of Science and Technology, China (Grant No. B1219).

† E-mail: yunmeijuanwei@yahoo.com.cn