

基于混沌理论的太阳黑子数平滑月均值预报*

唐洁¹⁾ 张雄^{2)†}

1) (陕西理工学院物理与电信工程学院, 汉中 723001)

2) (云南师范大学物理与电信工程学院, 昆明 650092)

(2011年12月3日收到; 2012年1月17日收到修改稿)

太阳黑子活动长期预报对航天、通讯、防灾等具有重要的指导意义. 针对加权一阶局域法在多步预测时存在累积误差效应, 建立了基于相空间重构技术的径向基函数神经网络预测模型. 用该模型对第 22, 23 太阳周黑子数平滑月均值进行逐月预报, 并与实测值进行比较. 结果表明, 预报的绝对误差可以控制在 15.00 以内, 平均绝对误差分别为 5.47, 2.83, 相对误差控制在 15.00% 以内, 平均相对误差分别为 5.45%, 4.60%. 验证了该模型在预测太阳黑子数时具有较高的精度. 将该预测模型用于第 24 太阳周黑子数平滑月均值预报, 做出了自 2009 年 1 月到 2019 年 12 月共 132 个月的黑子数平滑月均值的预报, 指出黑子数平滑月均值的最大值为 104.77, 将出现的时间为 2013 年 1 月.

关键词: 神经网络, 混沌, 太阳黑子, 预报

PACS: 96.60.qd, 05.45.Gg

1 引言

太阳活动对地球空间环境能产生重要影响, 它与人类的生存环境有着密切的联系, 是导致地球环境发生变化的主要因素. 太阳活动对地球的影响远大于自然灾害的影响, 其中作为反映太阳长期演化活动特征的太阳黑子对通讯上可能带来的损害和对人类生活环境的影响更为显著. 为了避免那些潜在的巨大威胁, 对未来几年的太阳黑子长期发展趋势进行预报显得尤为重要^[1].

太阳活动长期预报主要是对常用来描述太阳活动总体水平的太阳黑子数年、月均值的活动规律, 特别是黑子活动极大年和极小年以及峰值大小的预报^[2]. 对长期太阳黑子活动的预报已经有了许多统计预测方法, 如自回归模型、相似周法^[2,3]、时间序列法、频谱分析法^[4-6]、活动周参量法等. 这些方法建立在太阳黑子数遵循某种统计规律的基础上, 通过对历史观测数据的分析和研究, 获得

太阳黑子历史变化规律, 将这些规律外推, 做出相应的预报. 这些方法原理简单, 不需要深究导致太阳黑子数变化的内部隐含的物理机理, 大多是基于平稳或线性序列建模^[1]. 而太阳黑子数受多种不确定因素影响, 具有非线性、非平稳特性, 并表现出低维的混沌行为^[7], 因此预报的准确率不高. 近些年来, 混沌理论的发展为太阳黑子数预报提供了新的途径. 由于混沌系统内在的有序性和规律性, 利用重构相空间的方法, 可以从与时间相关的混沌数据中提取和恢复系统原来的规律.

以 Takens 嵌入定理^[8]为理论基础的加权一阶局域法是常用的混沌时间预测方法, 该方法在进行多步预测时存在预报的时间尺度短、计算量大、有明显的累积误差效应等不足^[9], 同时利用重构相空间拟合出的相点演化规律具有复杂的非线性特征, 混沌时间序列预测对函数非线性逼近要求较高, 该方法有待进一步改进. 由于人工神经网络具有较强的非线性映射能力, 在重构的相空间中, 可以用神经网络逼近现在状态和未来状态之间的映射关

* 国家自然科学基金 (批准号: 11163007) 和云南省自然科学基金重点项目 (批准号: 2008A011Z) 资助的课题.

† E-mail: ynzx@yeah.net

系. 但传统的人工神经网络在解决复杂非线性时间序列预测问题时还存在难以解决较大样本的学习和泛化问题^[10]. 为克服这些局限性, 本文采用径向基函数 (RBF) 神经网络来学习混沌时间序列, 又由于相同相空间中的混沌吸引子具有相同的混沌特征, 因此可以通过一次建模便可进行多步预测.

为了检验基于混沌理论的 RBF 神经网络模型在预报太阳黑子数平滑月均值时的有效性, 先将该方法分别应用在第 22, 23 周太阳黑子预测中, 由于第 22, 23 太阳周已有观测值, 可通过预测值和实际值的符合程度, 便于建立与实际情况相符的预报参量. 通过验证预测误差在 1 个太阳周期内没有出现急剧增大的现象, 误差在可接受的范围内, 预测性能大大提高, 验证了模型在预报太阳黑子数的可行性后, 再将预测模型应用于第 24 太阳周黑子数平滑月均值预报中.

2 基于混沌理论的 RBF 神经网络预测模型

混沌模型的建立和预测是在相空间里进行的, 当把一维的时间序列重构到具有最佳嵌入维和延迟时间的相空间时, 系统中体现相点运动规律的演化信息就保留在恰当的高维相空间中. 再拟合出相点的非线性演化规律, 并由拟合出来的系统对原来的系统进行预测^[11]. 因此, 相空间重构和非线性函数逼近是混沌时间序列建模和预测中的两个关键步骤.

重构相空间的目的是在高维相空间中把混沌吸引子恢复出来, 从而利用重构的吸引子分析系统的动力学特性. Takens 的嵌入定理认为, 当动力系统的维数为 d , 嵌入维数 m 满足 $m \geq 2d + 1$ 时, 重构的相空间可以将动力系统的许多特性保存下来, 能在拓扑等价意义下恢复出原系统的动力

学特性^[9].

常用的重构方法是由 Packard 等^[12] 提出的延迟矢量法, 即用原始系统中的某变量的延迟坐标来重构相空间的方法. 对于一维时间序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 取得合适的嵌入维数 m 和延迟时间 τ , 就可以得到重构的 m 维相空间

$$Y(i) = (x(i), x(i + \tau), \dots, x(i + (m - 1)\tau)) \in \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, N; N = N - (m - 1)\tau$. 存在一个映射 $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, 使

$$Y(i + 1) = f(Y(i)) \in \mathbb{R} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

由于太阳黑子数具有较强的非线性特征, Kolmogorov 连续性定理为神经网络进行非线性函数逼近提供了理论依据. RBF 神经网络不仅有良好的非线性映射能力, 还具有快速的学习能力及良好的外推能力, 它通过非线性基函数的线性组合实现从输入空间到输出空间的非线性转换^[13], 选用它进行拟合 $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ 映射是一个理想选择.

RBF 神经网络通常是由输入层、隐含层和输出层构成的 3 层前馈神经网络, 其结构如图 1 所示.

该网络由 m 个输入, n 个隐含层节点, 1 个输出组成, 其中 $Y_i = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 为网络输入矢量, 输入层将输入的时间序列传递到隐含层, 输入层的神经元个数等于相空间的嵌入维数预测效果更好. c_i 是第 i 个隐含层节点的数据中心值, $q_i = \varphi_i(\|Y - c_i\|)$ 是隐含层节点的输出, 隐含层采用具有局部感受特性的径向基函数作为神经元的激活函数 (本文采用高斯型函数). 网络输出层为隐含层节点输出的线性组合 $y = \sum_i w_i q_i - \theta$, w_i 为连接权值, θ 为节点阈值. 输出层实现对隐含层节点非线性基函数输出的线性组合, 其连接权值可调, 从而得到输出结果, 本文输出层的神经元为 1 个即预测值.

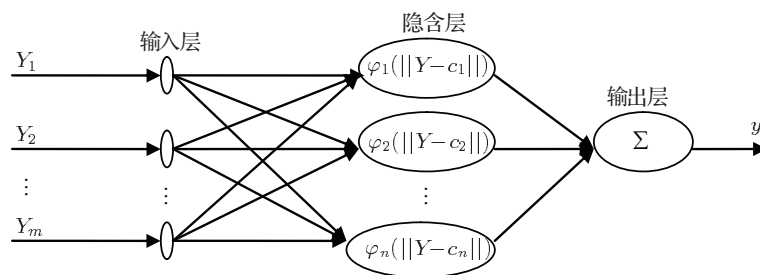


图 1 RBF 神经网络结构图

3 第 24 太阳周黑子数平滑月均值预报

太阳黑子观测资料非常丰富,可供研究使用的太阳黑子年平均值资料可前推至 1610 年,太阳黑子相对数是针对为使不同观测地点的太阳黑子观测资料具有可比性而提出的概念.长期观测资料整理发现,太阳黑子数变化具有周期性,平均周期为 11.1 年,并将 1755 年到 1766 年的太阳活动期定为第一个太阳活动周,根据这个规定推算下来以及目前的观测数据,我们选择第 24 太阳活动周的开始时间是 2009 年 1 月.

本文选取自 1755 年 1 月至 2008 年 12 月的太阳黑子数平滑月均值进行相空间重构,对太阳黑子数平滑月均值数据用延迟坐标法进行相空间重构^[12,14].由图 2 可知,该时间序列延迟时间为 37 月,图 3 是积分关联函数 $C_d(r)$ 和任给的距离小量 r 的对数关系曲线.为了求取曲线的线性区域,每条曲线求斜率,曲线的斜率在嵌入维数 $m = 7$ 后不再发生明显的变化.由图 4 可以看出,关联维数随嵌入维数增加到 7 之后就基本稳定,关联维数达到饱和,饱和关联维数为 2.6,所对应的嵌入维数就是重构相空间的最佳嵌入维数是 7.因此要描述太阳黑子数的变化规律进行动力系统建模,最少需要 3 个独立变量,最多需要 7 个独立变量.若将第 22 周、23 周的太阳黑子数不参加相空间重构时,这几个参量也基本不变,说明相同相空间中的混沌吸引子具有相同的混沌特征.

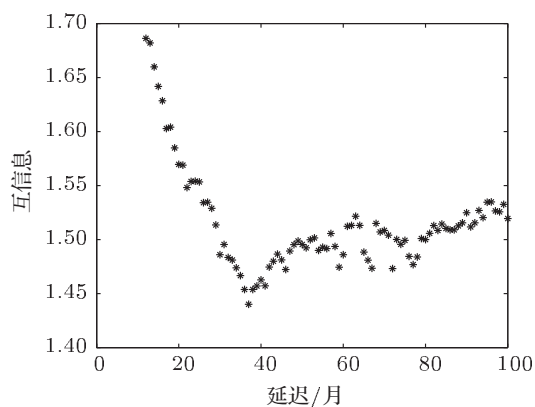


图 2 延迟时间

为了检验模型预测的可靠性,先对太阳活动第 22, 23 周的太阳黑子数分别进行预报,由于这两个活动周已经有观测数据,可以验证建立的模型对

太阳黑子数进行多步预测的效果.

将除去预报数据的太阳黑子数平滑月均值数据进行相空间重构后作为训练预测模型,分别取第 22, 23 活动周的太阳黑子数平滑月均值数据作为预测样本,并将实际观测数据与预测结果进行比较.在进行多步预测时,采用迭代一步滚动预测的方法,在网络学习过程中,通过检查目标误差,自动增加隐层节点数,直到目标误差达到要求或最大神经元个数.通过学习,实现从非线性输入空间到输出空间的映射转换,从而达到预测的目的.预测结果如图 5 和图 6 所示.

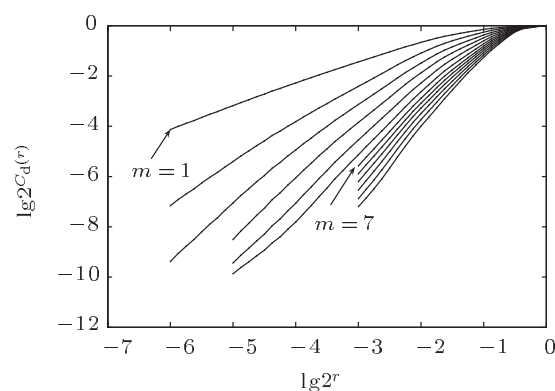


图 3 $\lg 2^{C_d(r)} - \lg 2^r$ 图

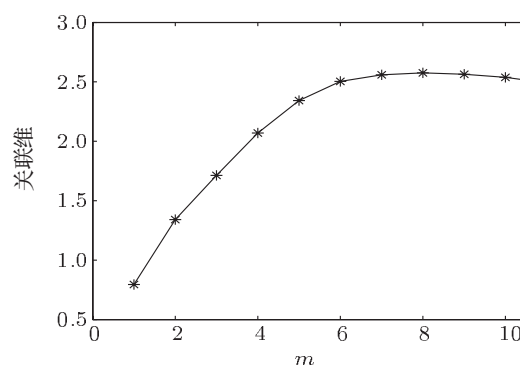


图 4 关联维数与嵌入维数的关系

从图 5 和图 6 可以看出,预测误差在太阳活动 1 个周期内没有出现急剧增大的现象,当然随着预测的时间尺度变长,误差稍有增大但仍未出现急剧增加的情况,预测值与实际值符合得很好,没有出现太大的偏差.预报的绝对误差、相对误差除个别稍大外,其余值都较小,平均绝对误差分别为 5.47, 2.83, 相对误差基本控制在 15.00% 以内,平均相对误差分别为 5.45%, 4.60%, 均方根误差分别为 0.10, 0.07. 平均绝对误差和平均相对误差都很小,说明模型能够有效地预报太阳黑子数.

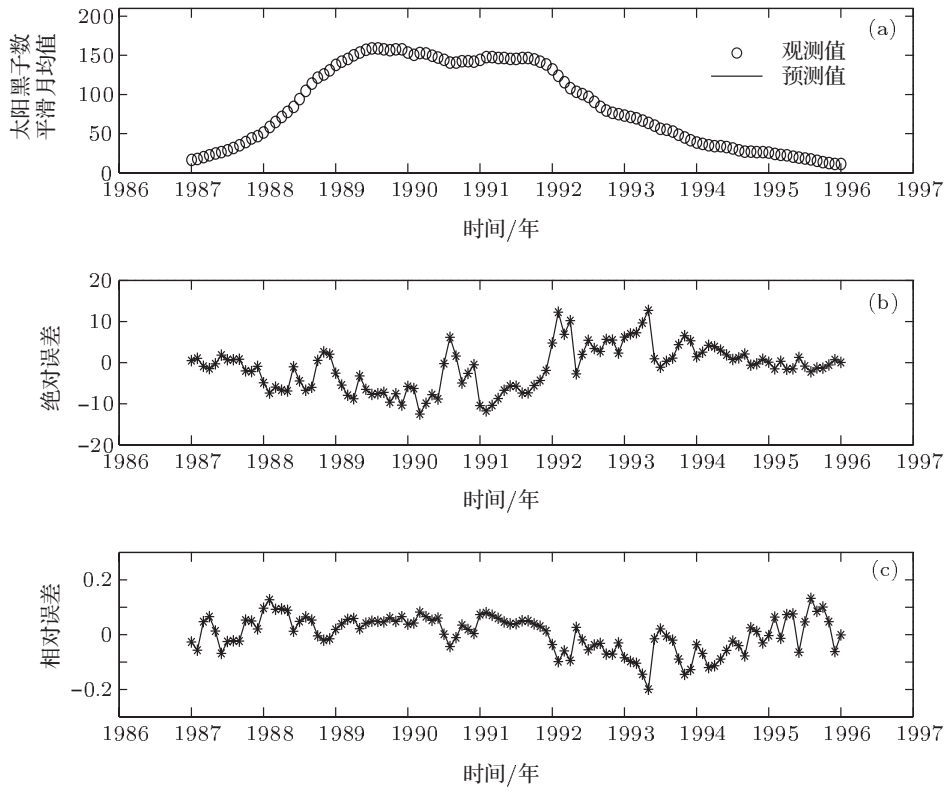


图5 1987—1996年平滑月均值预报 (a) 预测值和观测值; (b) 绝对误差; (c) 相对误差

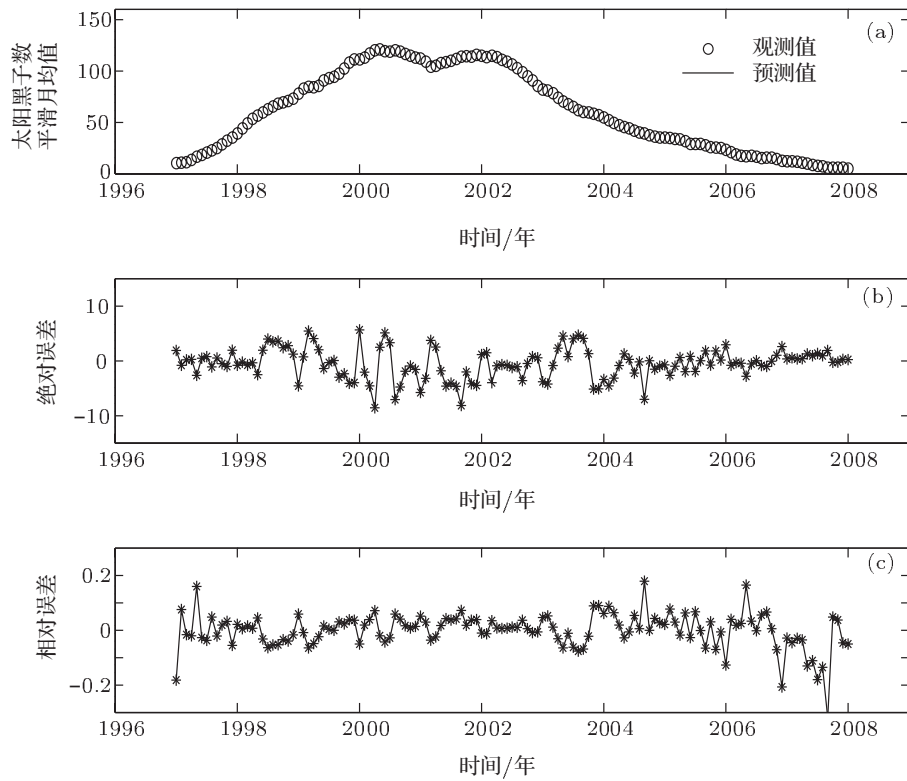


图6 1997—2008年平滑月均值预报 (a) 预测值和观测值; (b) 绝对误差; (c) 相对误差

利用 1755 年 1 月至 2008 年 12 月的太阳黑子数平滑月均值进行相空间重构后作训练样本, 对太阳活动第 24 周的太阳黑子数进行预测. 由于黑子数平滑月均值于 2008 年 12 月才达到极小, 极小值为 1.3, 我们预报时间从 2009 年 1 月开始, 时间跨度为太阳黑子数变化平均周期 11 年. 预报结果如图 7

所示, 表 1 列出了具体每月的预测值. 第 24 周太阳黑子数月平滑值极大值为 104.77, 将出现在 2013 年 1 月; 极小值为 5.61, 将出现在 2019 年 1 月. 本文确定 24 黑子活动周于 2009 年 1 月开始, 因此, 24 周的上升期为 4 年, 下降期为 6 年, 周长为 10 年, 比太阳黑子数变化平均周期短 1 年.

表 1(a) 第 24 周太阳黑子平滑月均预报值 (1—12 月)

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月	平均值
2009 年	1.76	1.92	2.19	3.02	3.73	4.29	4.88	5.47	6.15	7.00	8.19	9.75	4.86
2010 年	11.81	14.56	17.35	19.78	22.69	27.02	32.13	36.83	40.60	43.71	45.97	47.52	30.00
2011 年	49.11	50.88	52.99	55.52	57.67	58.03	56.58	54.81	53.98	54.37	55.74	57.58	54.77
2012 年	59.42	61.08	62.60	64.25	67.05	71.47	77.70	85.43	91.71	95.19	98.39	102.39	78.06
2013 年	104.77	104.74	103.99	102.85	100.25	96.92	94.22	90.98	88.01	86.87	85.09	81.15	94.99
2014 年	77.99	77.28	76.76	75.93	76.76	77.96	76.48	73.67	71.42	68.82	66.03	64.27	73.61
2015 年	63.51	62.40	60.90	58.26	53.81	48.94	44.95	41.96	40.05	39.23	38.37	37.18	49.13
2016 年	35.52	33.35	31.53	31.06	31.05	30.91	31.31	31.22	29.86	28.02	26.83	25.92	30.55
2017 年	25.01	25.07	25.62	24.93	23.18	21.17	19.07	17.46	16.39	15.51	14.74	14.08	20.19
2018 年	12.99	10.84	8.28	6.95	6.69	6.52	6.24	6.05	6.26	6.55	6.49	6.00	7.49
2019 年	5.61	5.65	5.81	6.40	7.59	9.04	10.68	12.19	13.38	14.45	15.55	16.51	10.24

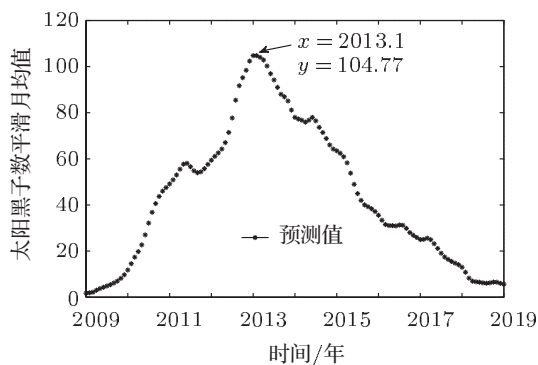


图 7 第 24 太阳周预报图

4 结论

对第 24 活动周太阳黑子数的峰值和可能出现的时间, 国内外已有大量的相关研究, Pesnell^[15] 搜集了 54 个预报结果进行了综合分析, 发现应用不同的预报方法得到的结果弥散较大, 太阳黑子月平滑峰值预报可能出现的时间在 2010 年 1 月到 2014 年 1 月之间, 跨度为 4 年, 峰值的范围大部分结果聚集在 70—185 之间, 可见发展一个较佳的预报方法和对第 24 周太阳黑子数预报进行深入研究是非

常必要的.

本文将混沌系统的动力学特性和 RBF 神经网络良好的学习能力相结合, 利用相空间重构技术把太阳黑子数嵌入到重构的相空间中, 在相空间中揭示出太阳黑子数中蕴藏的内在的变化规律, 借用 RBF 神经网络超强的非线性模拟能力预报了第 24 太阳周自 2009 年 1 月到 2019 年 12 月共 11 年的太阳黑子数平滑月均值, 获得的极大值为 104.77, 将于 2013 年 1 月出现极大值, 2019 年 1 月将出现极小值, 其值为 5.61.

这个结论和 Pesnell^[15] 总结的 54 个预报平均值 115 相差极小, 和 Wang 等^[2] 利用相似周方法预报的峰值下界基本一致, 和 Wang 等^[16] 预报的 100.2 也非常一致, 与 Li^[17] 预报的上界 101.6 基本符合. 美国国家航空航天局和美国国家海洋大气局认为, 第 24 太阳周活动水平估计要比第 23 太阳周要弱, 约为 90, 我们得到的 2013 年的年平均值恰好是 94.99. 他们预报将在 2013 年达到极大值, 与我们完全相同, Li 等^[18] 也预报将在 2013 年 1 月出现峰值. Pesnell^[15] 列出的 54 个文献中的一部分也得到与我们一样的类似结果. 丁刚和钟诗胜^[10]

运用时变阈值过程神经网络预报了太阳活动第 23 周的太阳黑子数, 取得了比较好的预报效果, 但他们预报的是已经有观测值的第 23 太阳周黑子数, 并没有真正预报未知的第 24 周的太阳黑子数. 赵海娟等^[13] 仅用 RBF 神经网络来预报了第 23 周的太阳黑子数, 但预报的时间极短, 我们用相空间

重构和 RBF 神经网络相结合对 22, 23 周太阳黑子数预报得到的平均绝对误差和相对误差也比他们的要小.

感谢北京大学天文系吴学兵教授对本工作的支持和进行的极有意义的讨论.

- [1] Lin Y Z 2000 *Introduction to Solar Physics* (Beijing: Science Press) p575 (in Chinese) [林元章 2000 太阳物理导论 (北京: 科学出版社) 第 575 页]
- [2] Wang J L, Miao J, Liu S Q, Gong J C, Zhu C L 2008 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **51** 1938
- [3] Li K J, Qiu J, Xiang F Y, Gao P X, Su T W 2005 *New Astron.* **10** 209
- [4] Tang J, Zhang X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7516 (in Chinese) [唐洁, 张雄 2010 物理学报 **59** 7516]
- [5] Tang J, Zhang X, Wu L 2008 *Chin. Astron. Astrophys.* **32** 151
- [6] Tang J, Zhang X J, Pang Q, Zhang H J, Zheng Y G, Zhang X 2010 *Chin. Astron. Astrophys.* **34** 121
- [7] Li K J, Yun H S, Gu X M 2001 *Astron. Astrophys.* **368** 285
- [8] Takens F 1981 *Dynamical System and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics* (Berlin: Springer) p366
- [9] Meng Q F, Peng Y H, Qu H J, Han M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1423 (in Chinese) [孟庆芳, 彭玉华, 曲怀敬, 韩民 2008 物理学报 **57** 1423]
- [10] Ding G, Zhong S S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1224 (in Chinese) [丁刚, 钟诗胜 2007 物理学报 **56** 1224]
- [11] Lü J H, Lu J A, Chen S H 2001 *Analysis and Application of Chaotic Time Series* (Wuhan: Wuhan University Press) p57 (in Chinese) [吕金虎, 陆君安, 陈士华 2001 混沌时间序列分析及其应用 (武汉: 武汉大学出版社) 第 57 页]
- [12] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, Shaw R S 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 712
- [13] Zhao H J, Wang J L, Zong W G, Tang Y Q, Le G M 2010 *Chin. J. Geophys.* **51** 31 (in Chinese) [赵海娟, 王家龙, 宗位国, 唐云秋, 乐贵明 2010 地球物理学报 **51** 31]
- [14] Zhang S Q, Jia J, Gao M, Han X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1576 (in Chinese) [张淑清, 贾健, 高敏, 韩叙 2010 物理学报 **59** 1576]
- [15] Pesnell W D 2008 *Solar Phys.* **252** 209
- [16] Wang J L, Zong W G, Le G M, Zhao H J, Tang Y Q, Zhang Y 2009 *Res. Astron. Astrophys.* **9** 133
- [17] Li K J 2009 *Res. Astron. Astrophys.* **9** 959
- [18] Li K J, Gao P X, Su T W 2005 *Chin. J. Astron. Astrophys.* **5** 539

Prediction of smoothed monthly mean sunspot number based on chaos theory*

Tang Jie¹⁾ Zhang Xiong²⁾†

1) (*School of Physics and Telecommunication Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China*)

2) (*College of Physics and Electronics, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China*)

(Received 3 December 2011; revised manuscript received 17 January 2012)

Abstract

Long-term prediction of sunspot activity is of great importance for the space activity, communication, disaster prevention and so on. Cumulative error is main shortcoming of weighted one-rank local-region forecasting model for multi-steps prediction of chaotic time series. The radial basis function neural network forecasting model based on phase reconstruction is presented for chaotic time series prediction. The model is applied to the prediction of smoothed monthly mean sunspot numbers for the 22nd and 23rd sun cycles, and compared them with the observations. The results indicate that the mean absolute errors are 5.47 and 2.82, 15 to the maximum in absolute errors, and the mean relative errors are 5.45% and 4.60%, 15.00% to the maximum in relative errors. These results show that this prediction method can be successfully used to predict the smoothed monthly mean sunspot numbers. The predicted maximal smoothed monthly mean sunspot number is 104.77 that will appear in January 2013 for 132 months of cycle 24 from January 2009 to December 2019.

Keywords: neural network, chaos, sunspot, prediction

PACS: 96.60.qd, 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11163007) and the Key Program of the Natural Science Foundation of Yunnan Province, China (Grant No. 2008A011Z).

† E-mail: ynzx@yeah.net