

基于广义局部频率的 Duffing 系统频域特征分析*

唐友福¹⁾²⁾ 刘树林^{1)†} 雷娜²⁾ 姜锐红¹⁾ 刘颖慧¹⁾

1) (上海大学, 机电工程与自动化学院, 上海 200072)

2) (东北石油大学, 机械科学与工程学院, 大庆 163318)

(2011 年 11 月 12 日收到; 2012 年 2 月 15 日收到修改稿)

针对传统功率谱在频率概念上的局限性及傅氏变换的固有缺陷, 提出一种新的广义局部频率概念, 在自适应峰值分解方法的基础上, 研究周期激励下 Duffing 系统随阻尼参数 r 变化的频域动力学特征, 发现了频率分岔现象, 并且不同参数 r 下的混沌时间序列在中心频率附近出现连续频段, 其形状具有相似性. 通过厄米解调分析, 总结出混沌时间序列具有频率调制特性和频率调制的相似性. 上述研究表明: 提出的基于自适应峰值分解的广义局部频率方法, 能够有效提取 Duffing 系统的频域特征, 为观察非线性系统混沌状态下频率连续分布规律提供一种新方法.

关键词: 广义局部频率, Duffing 系统, 自适应峰值分解, 频域

PACS: 05.45.-a

1 引言

自 1963 年 Lorenz 在天气预报的准确性研究中第一个发现确定性非线性动力系统存在混沌现象以来, 经过近 50 年的发展, 混沌理论作为非线性动力学的重要组成部分, 在微弱信号检测、系统控制、保密通信及时间序列预测等工程技术领域得到广泛的应用^[1]. 关于非线性动力系统通向混沌道路的判据准则研究一直是国际前沿热点问题, 国内外在这一领域已经取得了许多相关成果. 目前已经得到广泛认可的定性判据主要包括: 功率谱中出现连续频段^[2]、相空间出现奇怪吸引子^[3]、庞加莱截面图出现连续密集点^[4]、倍周期分岔^[5]、阵发性混沌^[6]及拟周期运动^[7]等; 定量判据主要包括: 奇怪吸引子维数为分数^[8]、Lyapunov 指数为正^[9]及拓扑熵或测度熵为正^[10]等. 其中大部分判据所采用的都是近几十年来的新理论和新方法, 已有大量文献进行了深入研究, 而对于“功率谱中出现连

续频段”却少有文献进行剖析, 一般只用混沌的伪随机性进行解释^[11]. 功率谱在非线性和动力系统状态判别过程中存在哪些缺陷? 采用何种方法能够更为有效的分析非线性动力系统的频域特性? 非线性动力系统在频域内如何进行演化? 混沌解在频域内的分布及结构特点如何? 这些问题都值得进一步研究.

以傅氏变换为基础的功率谱, 在分析线性、高斯性、周期性及平稳特性动力系统的频域特征过程中发挥着重要作用^[12-15]. 实际上, 绝大多数动力系统表现出较强的非线性、非高斯性、非周期性及非平稳特性等复杂特性^[16-19]. 针对这些复杂动力系统, 功率谱难以得到有用信息, 许多频率成分缺乏明确物理意义, 甚至出现虚假频率或无用的交叉频率, 造成这种结果主要有两方面的原因: 一是频域分析所依赖的频率概念的局限性, 二是谐波基函数展开的固有缺陷. 传统频率概念只对周期时间序列才有明确的物理意义, 而对于众多非周期时间序列, 无法对其进行有效描述, 按照无限周

* 国家自然科学基金 (批准号: 51175316) 和高等学校博士点专项科研基金项目 (批准号: 20103108110006) 资助的课题.

† E-mail: ls1346@shu.edu.cn

期延拓所得到的频率, 缺乏频率含义, 能量泄露严重, 容易产生错误或交叉频率成分^[20,21]. 以谐波基函数展开形式对时间序列进行分解, 虽然在数学意义上具有非常完美的解释, 但不能依据时间序列自身特点进行自适应的分析, 许多谐波频率成分缺乏明确的物理意义, 与时间序列所含本质信息缺乏一致性^[22].

针对传统功率谱存在的上述缺陷, 提出一种基于自适应峰值分解的广义局部频率方法, 从新的频率概念角度, 在使频域分析向更高自适应及局部化方向发展的同时, 揭示传统功率谱无法表述的非线性动力系统频域特征信息. 在本文中, 以 Duffing 系统为研究对象, 分析了系统随阻尼参数 r 变化的频域动力学特征. 研究表明: 广义局部频率有效揭示了非线性系统在频域内的分岔现象, 发现了混沌时间序列在不同中心频率处的调制特性及频率调制的相似性. 为观察非线性系统混沌状态下频率连续分布规律提供一种新方法, 同时也表明了该方法的有效性.

2 基于自适应峰值分解的广义局部频率

2.1 定义及其算法

非线性动力系统的峰值解, 反映了局部时间范围内解幅值波动的极限状态, 不仅可作为判断振动幅值的指标, 也可作为判断周期起始或结束的标志, 因此峰值信息相比于其他非局部极大值更具有物理意义. 为了充分提取时间序列中峰值信息, 本文建立一种自适应峰值分解的方法, 其原理如图 1 所示.

由图 1 可知, 对于任意的一个零均值化离散时间序列 $x(i)$, ($i = 1, 2, \dots, n$), 通过重复提取局部极大值的方法, 能被分解为 m 层峰值子序列 $p_1(i)$, $p_2(i)$, $\dots$, $p_m(i)$, 各峰值子序列蕴含了不同时间间隔尺度及不同幅值尺度下的频率及其相应能量信息.

假设任意一层峰值子序列 $p(i)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) 中非零峰值个数为 N , 则其时间间隔数为 $N - 1$, 则可得其时间间隔序列 $\Delta t(j)$, ($j = 1, 2, \dots, N - 1$).

然后统计序列 $\Delta t(j)$ 中的重复元素及其相应重复个数, 分别构成新的时间间隔序列 $\Delta(k)$ 和重复个数序列 $s(k)$, ($k = 1, 2, \dots, L$), 其中 L 为互不重复的独立时间间隔元素的个数. 最后给出峰值子序列 $p(i)$ 的广义局部频率的定义如下:

$$\nu_k = \frac{1}{\Delta(k)}, \quad (k = 1, 2, \dots, L), \quad (1)$$

式中, 广义局部频率 ν_k 表征单位时间内出现完整周期的次数, 这与传统频率概念的物理意义是一致的, 均是振动快慢的衡量指标.

进一步给出峰值子序列 $p(i)$ 中各广义局部频率所对应的能量概率密度定义, 即

$$\eta_k = \frac{s(k)}{\sum_{k=1}^{Ns} s(k)}, \quad (k = 1, 2, \dots, L), \quad (2)$$

式中, η_k 表征广义局部频率 ν_k 在峰值子序列 $p(i)$ 中出现的概率, 这与传统傅氏变换系数的物理意义相对应, 均是各频率成分能量所占权重的衡量指标.

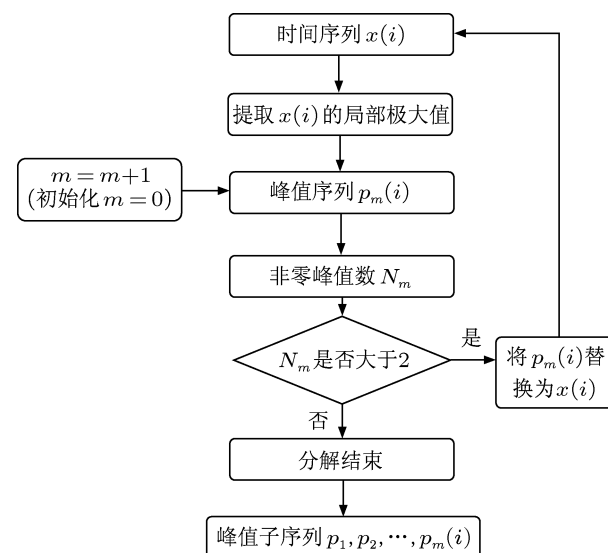


图 1 自适应峰值分解原理图

2.2 理想时间序列的仿真与分析

假设理想时间序列为

$$x(t) = 3 \sin(2\pi \times 1t) + 5 \cos(2\pi \times 2t) + 12 \sin(2\pi \times 4t). \quad (3)$$

该时间序列由频率 1 Hz 和 4 Hz 的正弦函数以及 2 Hz 的余弦函数叠加而成, 采样频率为 100 Hz, 采集时间 3 s, 共计 300 点, 如图 2 所示.

图 3 为 $x(t)$ 的自适应峰值分解图, 理想时间序列 $x(t)$ 经过自适应峰值分解后得到 3 层峰值子序列: p_1 , p_2 及 p_3 , 分别代表了 3 个不同幅值尺度下的周期性特征信息, 其中 A 表示峰值大小. p_1 是从原序列 $x(t)$ 中分解出来频率最高的峰值子序列, 各子序列频率依次逐渐降低, 分解过程是完全自适应的, 结果只与原序列 $x(t)$ 自身特征有关.

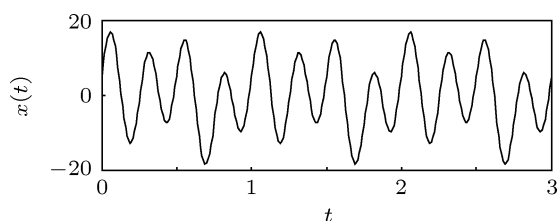


图 2 理想时间序列的时域波形图

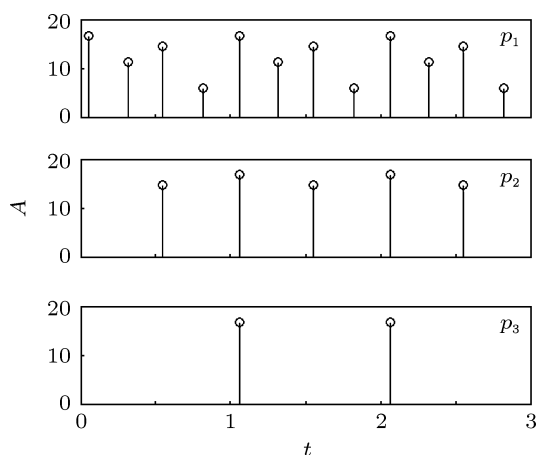


图 3 $x(t)$ 的自适应峰值分解图

图 4 为 $x(t)$ 基于自适应峰值分解的广义局部频率谱图, 图中分别体现了峰值子序列 p_1 , p_2 及 p_3 的广义局部频率及其能量概率密度特征, 各峰值子序列所含频带成分独立, 频带成分由高到低进行变化, 不存在重复或交叉干扰项. p_1 包含 3.70 Hz, 3.85 Hz, 4.17 Hz 及 4.35 Hz 的离散广义局部频率成分, 说明存在 4 个独立的周期性时间间隔, 这一点从图 3 中也可以清晰看出; 这些频率以 4 Hz 为均值中心的邻域内分布, 说明峰值子序列 p_1 从统计意义上来看, 其特征频率为 4 Hz, 这与原序列 $x(t)$ 包含的高频成分相符. 同样地, 在峰值子序列 p_2 及 p_3 中能分别提取到原序列 $x(t)$ 的特征频率成分: 2 Hz 及 1 Hz.

综上所述, 自适应峰值分解方法具有良好的自适应性, 分解结果完全独立, 避免了传统傅氏变换以谐波基函数形式进行强制分解所带来的虚假或交叉成分, 为广义局部频率的计算提供了依据. 提出的广义局部频率概念是从新的频率角度及统计意义上对时间序列进行特征分析, 突破了传统频率概念中周期性的限制, 分析结果只与序列自身特征有关, 物理意义明确, 并且能够有效提取原时间序列的频率特征, 为非线性动力系统的频域特征分析提供了一种新手段.

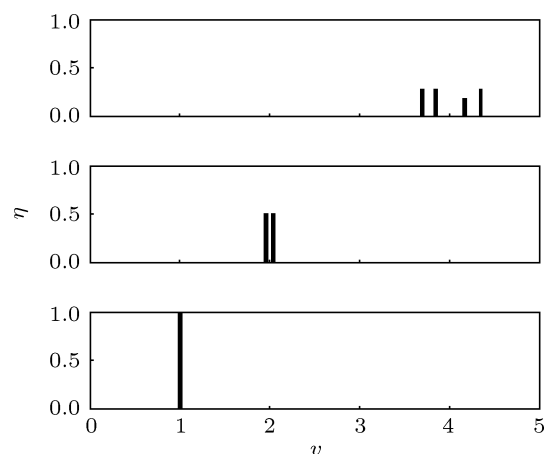


图 4 $x(t)$ 基于自适应峰值分解的广义局部频率谱图

3 Duffing 系统的频域特征分析

3.1 Duffing 系统混沌判据理论分析

考虑如下 Duffing 系统模型^[23]:

$$x'' + rx' - x + x^3 = F \cos(2\pi f_0 t), \quad (4)$$

式中, r 为阻尼比, F 为周期激励力幅值, f_0 为激励力频率.

为了能够从理论上确定该 Duffing 系统出现混沌状态所满足的 r , F 与 f_0 的参数关系, 可根据 Melnikov 解析扰动法计算得到, 该方法能够得到系统的庞加莱映射具有 Smale 马蹄变换意义下混沌阈值, 当系统参数大于阈值时, 系统就可能出现混沌状态^[24]. 其具体步骤如下:

将 (4) 式改写为扰动方程

$$x'' + \varepsilon rx' - x + x^3 = \varepsilon F \cos(2\pi f_0 t), \quad (5)$$

式中, e 为扰动参数. 系统可等价

$$\begin{aligned} y &= x', \\ y' &= x - x^3 - \varepsilon r y + \varepsilon F \cos(2\pi f_0 t). \end{aligned} \quad (6)$$

当 $e = 0$ 时, (6) 式为哈密顿系统, 其哈密顿量为

$$H(x, y) = \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^3 = h. \quad (7)$$

当 $h = 0$ 时, 存在 2 条连结双曲鞍点的同宿轨道, 其表达式为^[25]

$$\begin{aligned} x_0(t) &= \pm\sqrt{2}\operatorname{sech}(t), \\ y_0(t) &= \mp\sqrt{2}\operatorname{sech}(t) \times \operatorname{th}(t). \end{aligned} \quad (8)$$

Melnikov 定理^[26]: 设 Melnikov 函数

$$M(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(q^0(t) \Lambda g(q^0(t), t + \tau)) dt, \quad (9)$$

如果存在与 e 无关的 t , 使 $M(t) = 0$, $dM(t)/dt \neq 0$. 则对充分小的 e , 此系统相应的庞加莱映射中, 鞍点型不动点的稳定不变流形与不稳定不变流形二者必横截相交, 即此时必出现横截同宿点 (如果相交二不变流形分别属于同一鞍点型不动点) 或横截异宿点 (如果相交二不变流形分别属于两个不同的鞍点型不动点), 从而系统有可能出现混沌解.

根据 Melnikov 定理, 在激励力幅值 F 固定的情况下, 系统状态随阻尼比 r 的变化而变化, 应用 Melnikov 函数可以证明该系统固有的混沌区域, 同时找出系统的混沌临界阈值为

$$R(\omega_0) = \frac{r}{F} = \frac{3\sqrt{2}F\pi\omega_0}{4r \cosh(\pi\omega_0/2)}, \quad (10)$$

式中, ω_0 为激励力角频率, 且 $\omega_0 = 2pf_0$.

假设取激励力幅值 $F = 1$, 激励频率 $f_0 = 1/2p = 0.16$ Hz, 阻尼比 $r = 1 \sim 1.6$, r 以 0.01 为步长进行变化, 系统初始条件为 $x_0 = 0.4$, $\dot{x}_0 = 0.9$, 时间步长取 $0.02p$, 经数值积分可得到不同参数 r 下的二维时间序列, 每个时间序列取 8000 个点作为仿真数据. 将上述条件代入 (10) 式, 理论上可得到混沌阈值为 $r = 1.15$, 即阻尼比 r 大于 1.15 即将进入混沌状态.

为了检验上述理论的有效性, 可进一步通过 Duffing 系统峰值分岔图定性分析以及 Lyapunov 指数定量分析进行仿真对比. 众所周知, Lyapunov 指数是衡量系统动力学特性的一个重要定量指标,

它表明系统在相空间中相邻轨道收敛或发散的平指数率, 正的 Lyapunov 指数即判定系统处于混沌状态. 如图 5(a) 所示为 Duffing 系统的位移峰值随参数 r 变化的分岔图, 图 5(b) 为 Duffing 系统的最大 Lyapunov 指数随参数 r 变化的曲线图. 通过对比可知, 当 $r = 1.15$ 时, Lyapunov 指数由负变正, 系统由拟周期状态开始进入混沌状态; 当 $r = 1.26$ 时, Lyapunov 指数由正变负, 系统结束混沌状态进入 2 周期状态; 在混沌区域 $r = 1.17, 1.18$ 及 1.22 处, Lyapunov 指数由正突变为负, 出现周期窗口现象. 由此可知, Molnikov 方法、峰值分岔图及 Lyapunov 指数等混沌判据准则结论一致, 均可作为 Duffing 系统状态判定的有效依据.

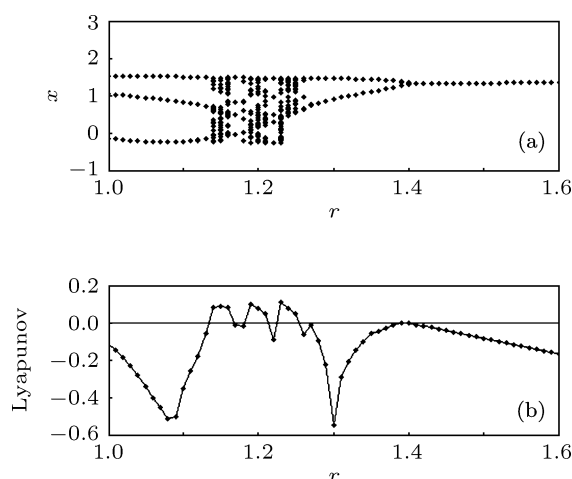


图 5 Duffing 系统状态随参数 r 变化规律 (a) 为位移峰值分岔图; (b) 为最大 Lyapunov 指数曲线

3.2 Duffing 系统频率分岔现象

目前国内外学者主要研究位移峰值的分岔现象, 通过峰值的个数及分布情况来确定周期数, 这与周期的物理意义存在差异. 实际上, 频率与周期存在紧密的联系, 它们互为倒数, 而且两者物理意义明确, 因此可以通过分析系统频率分岔现象来真正揭示系统的周期性状态特征.

图 6 为 Duffing 系统功率谱随参数 r 变化的分岔图, 颜色深度代表能量幅值, 结合图 5 可知, 当 $r = 1.4 \sim 1.6$ 时, 系统处于 1 周期状态, 功率谱主要能量集中在基频 $f_0 = 0.16$ Hz 处; 当 $r = 1.26 \sim 1.4$ 时, 系统处于 2 周期状态, 功率谱能量主要集中在基频和 $1/2$ 基频处; 进入混沌区域后, 功率谱连续

分布, 并且在 $r = 1.17, 1.18$ 及 1.22 处能观察到明显的周期窗口现象; 当 $r = 1—1.15$ 时, 系统处于拟周期状态, 功率谱能量主要集中在基频及 $1/3$ 基频处; 虽然功率谱从频域上能够体现出一些周期解对应的特征频率成分, 但是也产生一些因傅氏变换所带来的谐波频率成分, 这与周期解自身特征存在差异, 严重干扰了 Duffing 系统频域特征的提取.

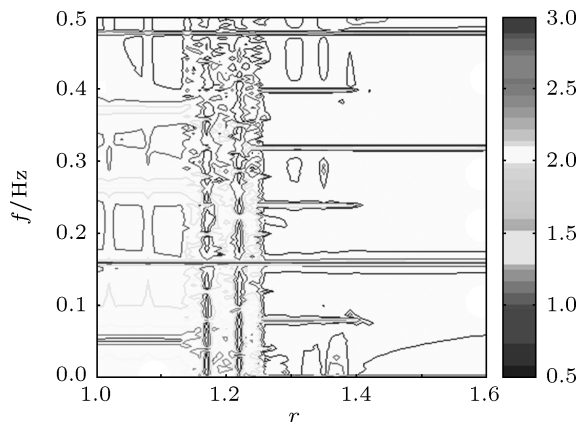


图6 Duffing 系统功率谱随参数 r 变化的分岔图

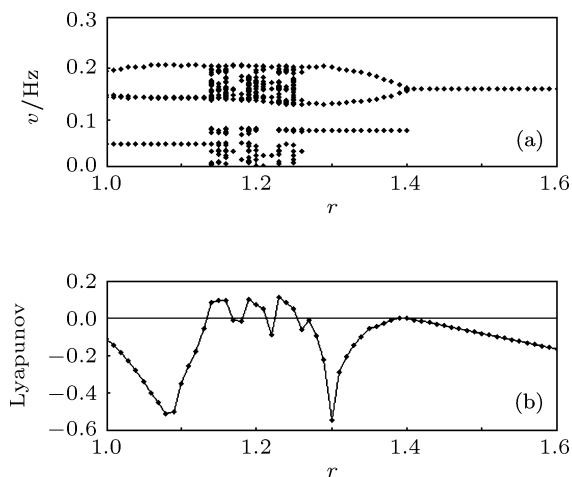


图7 Duffing 系统状态随参数 r 变化规律 (a) 为广义局部频率分岔图; (b) 为最大 Lyapunov 指数曲线

根据文中定义的自适应峰值分解方法及广义局部频率算法, 将各参数 r 下时间序列分解的各层广义局部频率进行叠加, 得到广义局部频率随参数 r 变化的分岔图, 如图 7(a) 所示. 结合图 7(b) 所示 Duffing 系统的最大 Lyapunov 指数随参数 r 变化的曲线图可知, Duffing 系统在频域内的非线性演化规律与 Lyapunov 指数表征规律一致. 当 $r > 1.15$ 时, 系统进入混沌特征演化区间, 在 $r = 1.17, 1.18$

及 1.22 处能观察到明显的周期窗口现象, 相比于功率谱, 广义局部频率在混沌区间内的分岔图出现了有选择性的连续频段分布, 能量主要“依附”在基频, $1/2, 1/3$ 及 $1/6$ 基频附近连续分布, 频段形状类似, 并且在频域上不存在冗余频率信息, 各频率成分具有与系统周期解对应的明确物理意义, 混沌特征演化区间的判别更为清晰, 为观察非线性系统混沌现象提供了一种新方法.

3.3 混沌时间序列的频率调制特性

取 Duffing 系统 $r = 1.2$ 时混沌时间序列 (见图 8), 为研究其频域分布及结构特性, 利用本文提出的广义局部频率计算方法, 得到如图 9 所示结果, 其中图 9(a) 为 $r = 1.2$ 时混沌时间序列的自适应峰值分解, 图 9(b) 为各峰值子序列的广义局部频率. 该混沌序列自适应分解为 3 层独立的峰值子序列: p_1, p_2 及 p_3 , 频带成分由高到低进行变化, 不存在重复或交叉干扰项. p_1 的广义局部频率主要在基频 0.16 Hz 附近连续分布, p_2 的广义局部频率主要在 $1/2$ 和 $1/3$ 基频, 即 0.08 Hz 和 0.053 Hz 附近连续分布, p_3 的广义局部频率主要在 $1/6$ 基频, 即 0.027 Hz 附近连续分布.

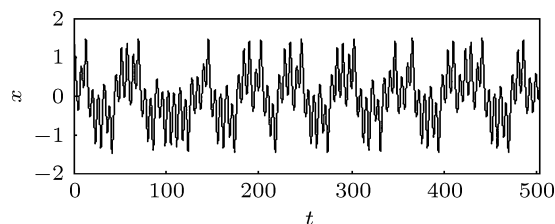


图8 Duffing 系统 $r = 1.2$ 时的混沌时间序列

由上述混沌时间序列的广义局部频率连续分布特点, 有必要进一步研究“依附”中心频率附近连续频率的时域特性, 本文利用厄米变换对包含基频成分的峰值子序列 p_1 进行包络解调分析. 一个任意时间序列 $x(t)$ 的厄米变换定义如下^[27]:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (11)$$

式中, P 为柯西主值, 其瞬时幅值为

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}. \quad (12)$$

根据 2.1 节中定义的时间间隔序列 $\Delta t(j), (j = 1, 2, \dots, N-1)$, 其中 N 为非零峰值个数, 可在两相

邻峰值之间定义时间序列 $x(t)$ 的瞬时广义局部频率如下:

$$v(j) = \frac{1}{\Delta t(j)}, \quad (j = 1, 2, \dots, N-1), \quad (13)$$

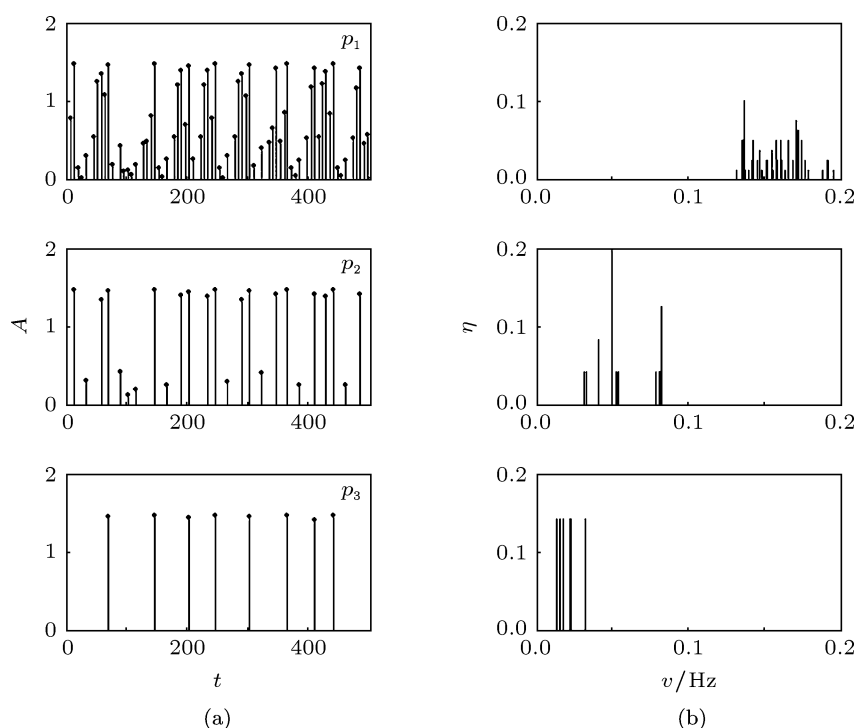


图9 $r = 1.2$ 时混沌时间序列频域分析 (a) 自适应峰值分解图; (b) 各峰值子序列的广义局部频率

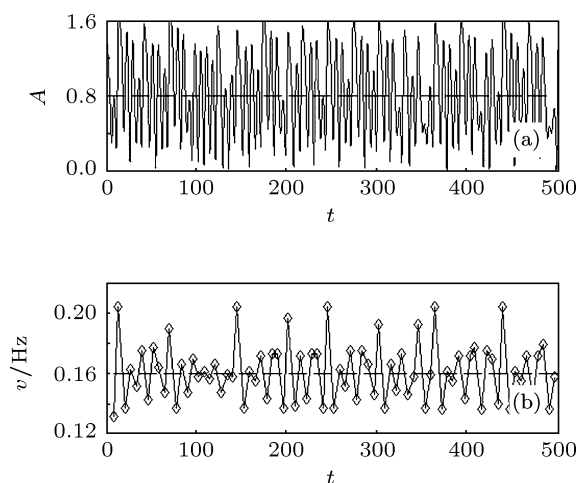


图10 $r = 1.2$ 时第1层峰值子序列 p_1 的解调分析 (a) 瞬时幅值波形图; (b) 瞬时广义局部频率波形图

图10给出了 $r = 1.2$ 时第1层峰值子序列 p_1 的解调分析结果, 其中图10(a)为瞬时幅值波形图, 图10(b)为瞬时广义局部频率波形图. 由图可知, 峰

式中, 瞬时广义局部频率 $v(j)$ 与(1)式中广义局部频率 v_k 的定义类似, 区别在于前者是所有时间间隔元素的倒数, 而后者是互不重复的独立时间间隔元素的倒数.

值子序列 p_1 在基频 0.16 Hz 附近的连续频段, 对应的是幅值围绕 0.8 进行波动、频率围绕 0.16 Hz 进行波动的单分量时间序列, 其瞬时幅值与瞬时频率的时变性为连续频段的形成作出了贡献. 此外, 通过对峰值子序列 p_2 及 p_3 进行上述频率解调处理, 可得到类似结论, 进一步表明了 Duffing 系统混沌时间序列的频率调制特性.

3.4 混沌时间序列的频率调制相似性

前面在分析 Duffing 系统广义局部频率分岔现象时, 已经提到了混沌区域不同参数 r 下的连续频段的分布位置及形状具有相似性, 根据 3.2 节分析的过程, 可以进一步研究不同参数 r 下混沌时间序列频率调制特性是否也存在相似性. 分别取 $r = 1.15$ 和 $r = 1.25$ 时的混沌时间序列进行分析, 得到这两个参数 r 下混沌时间序列的广义局部频率, 如

图 11 所示.

结合图 9(b) 和图 11 分析可知, 不同参数 r 下的混沌时间序列均分解得到 3 层峰值子序列, 第 1 层峰值子序列的广义局部频率在基频 0.16 Hz 附近

连续分布, 第 2 层在 1/2 和 1/3 基频附近连续分布, 第 3 层在 1/6 基频附近连续分布, 与前面分岔现象所得结论一致, 进一步说明了不同参数 r 下的连续频段的分布位置及形状具有相似性.

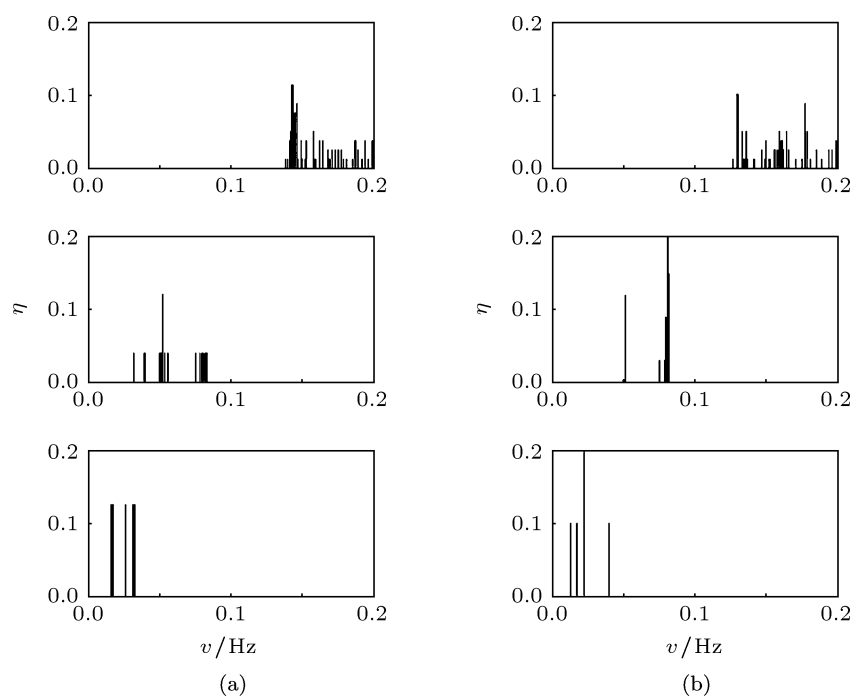


图 11 不同参数 r 下混沌时间序列的广义局部频率 (a) $r = 1.15$; (b) $r = 1.25$

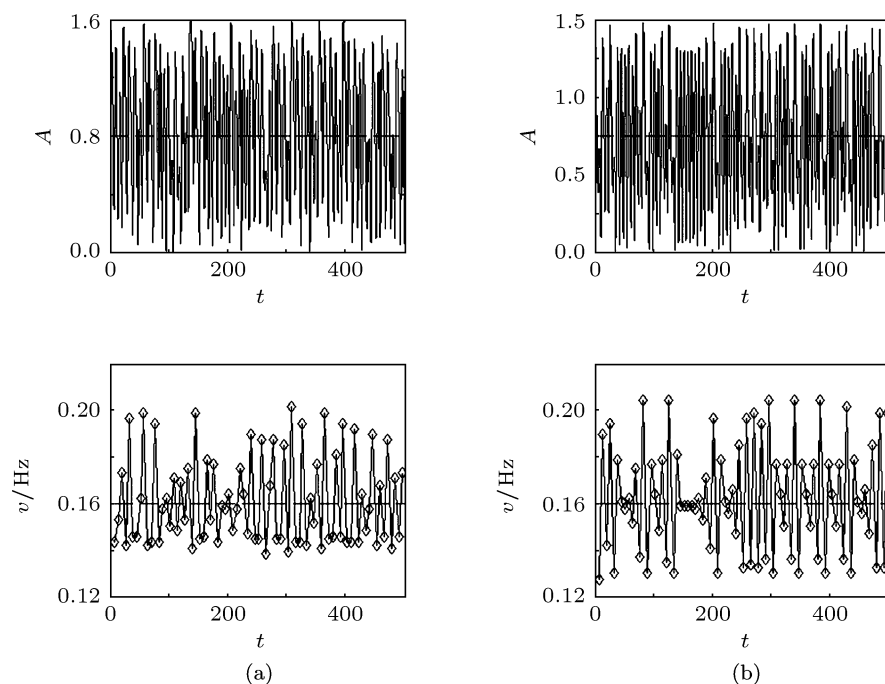


图 12 不同参数 r 下第 1 层峰值子序列 p_1 的瞬时幅值波形图和瞬时广义局部频率波形图 (a) $r = 1.15$; (b) $r = 1.25$

图 12 为 $r = 1.15$ 和 $r = 1.25$ 时混沌时间序列的第 1 层峰值子序列 p_1 的解调分析结果, 结合图 10 分析可知, 不同参数 r 下的混沌时间序列第 1 层峰值子序列 p_1 在基频 0.16 Hz 附近的连续频段对应的均是幅值存在波动、频率围绕 0.16 Hz 进行波动的单分量时间序列, 在对其他混沌序列进行分析时, 也得到了相同的结论. 此外, 通过对峰值子序列 p_2 及 p_3 分析, 可得到类似结论, 由此说明 Duffing 系统在不同参数 r 下混沌时间序列的频率调制特具有相似性, 这是导致混沌区域不同参数 r 下连续频段分布位置及形状具有相似性的主要原因.

4 结 论

1. 提出的基于自适应峰值分解的广义局部频率方法, 突破了传统功率谱对非周期时间序列在频

率定义上的局限性, 具有良好的自适应性, 分解结果完全独立, 频带由高到低进行变化, 避免了传统傅氏变换以谐波基函数形式进行强制分解所带来的虚假或交叉成分, 为非线性动力系统的频域特征分析提供了一种新手段.

2. 基于 Duffing 系统, 通过改变阻尼参数 r , 发现了系统的频域分岔现象, 相比于功率谱, 广义局部频率主要“依附”在中心频率附近连续分布, 并且不存在冗余的频率信息, 各频率成分具有与系统周期解对应的明确物理意义, 混沌特征演化区间的判别更为清晰.

3. 通过希尔伯特变换及瞬时广义局部频率的分析, 发现混沌时间序列具有频率调制特性及频率调制的相似性, 这是导致不同参数 r 下的混沌时间序列在中心频率附近出现连续频段并且形状具有相似性的主要原因.

-
- [1] Zhou X Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010503 (in Chinese) [周小勇 2011 物理学报 **60** 10503]
 - [2] Lv J H, Lu J A, Chen S H 2005 *Analysis and Application of Chaos Time Series* (1st ed) (Wuhan: Wuhan University Press) p47 (in Chinese) [吕金虎, 陆君安, 陈士华 2005 混沌时间序列分析及其应用 (第 1 版) 第 47 页]
 - [3] Thamilmaran K, Senthilkumar D, Venkatesan A, Lakshmanan M 2006 *Phys. Rev. E* **74** 036205
 - [4] Eduardo G Altmann, Tamás Tél 2009 *Phys. Rev. E* **79** 016204
 - [5] Parthasarathy S, Manikandakumar K 2010 *Chaos* **20** 039901
 - [6] Qin W Y, Meng G, Zhang T 2003 *Journal of Sound and Vibration* **259** 571
 - [7] Afsar Ozgur, Tirnakli Ugur 2010 *Phys. Rev. E* **82** 046210
 - [8] Pierre-Francois Loos, Peter M W Gill 2010 *Phys Rev. Lett.* **105** 113001
 - [9] Mohammad Ataei, Arash Kiyomarsi, Behzad Ghorbani 2010 *Phys. Lett. A* **374** 4226
 - [10] Zhou Y H 2010 *Acta Mathematica Scientia* **31** 102
 - [11] Li Y G, Liu J, Zhang J P 2008 *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. **44** 82 (in Chinese) [李允公, 刘杰, 张金萍 2008 机械工程学报 **40** 82]
 - [12] Anthony Challinor, Antony Lewis 2011 *Phys. Rev. D* **84** 043516
 - [13] Relaño A, Muñoz L, Retamosa J, Faleiro E, Molina R A 2008 *Phys. Rev. E* **77** 031103
 - [14] Nikitin A, Stocks N G, Bulsara A R 2007 *Phys. Rev. E* **76** 041138
 - [15] Ogawa Jun, Tanaka Hiroaki 2009 *Probabilistic Engineering Mechanics* **24** 537
 - [16] Babu H, Wanare Harshawardhan 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033819
 - [17] Gong Y B 2011 *Phys. A* **390** 3662
 - [18] Hu Y H, Ma Z Y 2007 *Chaos, Solitons & Fractals* **34** 482
 - [19] Braun S, Feldman M 2011 *Mechanical Systems and Signal Processing* **25** 072608
 - [20] Jonathan M L, Sofia C O Bivariate 2010 *IEEE Transactions on Signal Processing* **58** 591
 - [21] Laila D S, Messina A R, Pal B C A 2009 *IEEE Transaction on Power Systems* **24** 610
 - [22] Gong Z Q, Zou M W, Gao X Q, Dong W J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3947 (in Chinese) [龚志强, 邹明玮, 高新全, 董文杰 2005 物理学报 **54** 3947]
 - [23] Wang K, Guang X P, Ding X F, Qiao J M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6859 (in Chinese) [王坤, 关新平, 丁喜峰, 乔杰敏 2010 物理学报 **59** 6859]
 - [24] Yang M, An J P, Chen N, Wei J C 2011 *Transactions of Beijing Institute of Technology* **31** 329 (in Chinese) [杨淼, 安建平, 陈宁, 卫景宽 2011 北京理工大学学报 **31** 329]
 - [25] Hartley R, Zisserman A 2003 *Multiple View Geometry in Computer Vision* (2nd ed) (New York: Cambridge University Press) p95
 - [26] Ma S D, Zhang Z Y 2003 *Computer Vision-Computation Theory and Algorithm Fundamentals* (Beijing: Science Press) p67 (in Chinese) [马颂德, 张正友 2003 计算机视觉——计算理论和算法基础 (北京: 科学出版社) 第 67 页]
 - [27] Feldman M 2011 *Mechanical Systems and Signal Processing* **25** 3205

Feature analysis in frequency domain of Duffing system based on general local frequency*

Tang You-Fu¹⁾²⁾ Liu Shu-Lin^{1)†} Lei Na²⁾ Jiang Rui-Hong¹⁾ Liu Ying-Hui¹⁾

1) (School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

2) (School of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing, Heilongjiang 163318, China)

(Received 12 November 2011; revised manuscript received 15 January 2012)

Abstract

Owing to the limitations of the concept of frequency for power spectrum and the inherent defects of Fourier transform, a novel concept of general local frequency is proposed. Based on a approach to adaptive peak decomposition, the dynamic feature in frequency domain varying with parameter r of Duffing system driven by periodic signal is investigated. And a phenomenon of frequency bifurcation is found. Moreover, continuous frequency bands exist near the central frequency of chaos time series at different values of parameter r and their shapes are similar. By demodulation analysis of Hilbert transform, the modulation characteristic and modulation similarity of chaos time series are summarized. The above study shows that the proposed approach to general local frequency based on adaptive peak is effective for feature extraction in frequency domain of Duffing system. It provides a new method to observe a continuous distribution of frequency bands for the non-linear system in chaotic state.

Keywords: general local frequency, Duffing system, adaptive peak decomposition, frequency domain

PACS: 05.45.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51175316), and the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20103108110006).

† E-mail: lsl346@shu.edu.cn