

部分相干涡旋光束传输中的光斑分析*

丁攀峰[†] 蒲继雄

(华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

(2011年12月8日收到; 2012年2月15日收到修改稿)

在近轴光束近似条件下, 采用交叉谱密度传输公式推导了部分相干涡旋光束传输一段距离后观测平面上交叉谱密度矩阵元的解析表达式, 在此基础上对观测平面上的光强分布进行了分析. 研究表明, 和完全相干涡旋光束不同, 部分相干涡旋光束传输后光斑中心点的光强会逐渐凸现出来, 随着传输距离的增加, 观测平面上的光强会逐渐演变为类似高斯型分布的特性. 这种演变规律与源平面上光源的拓扑电荷数和相干长度有关, 在其他参数不变的情况下, 拓扑电荷数越小, 相干长度越短, 演变为高斯型光斑的速度越快. 最后针对一阶部分相干高斯涡旋光束, 通过观测平面上光强极值研究, 对光斑随传输距离演变的过程进行了详细的分析, 在理论上对这种演变规律给出了严格的证明.

关键词: 部分相干涡旋光束, 拓扑电荷数, 相干长度, 传输

PACS: 42.25Fx, 42.25.Bs, 41.85.-p

1 引言

涡旋光束具有螺旋型相位结构, 每个光子携带有轨道角动量. 其独特的性质吸引了大多数研究者^[1-4], 其研究范围迅速称为现代光学的一个分支, 被广泛应用于光镊、自由空间光通信等各个领域^[5,6]. 部分相干光是十多年国内外学者关注的研究课题, 部分相干光不仅保持着完全相干激光光束的高方向性和高亮度的优点, 而且还能减小散斑等不利因素的影响^[7]. 涡旋光束和部分相干两者结合就是部分相干涡旋光束, 综合了二者的特点. 目前,

对于部分相干涡旋光束传输的研究, 大多采用多重积分进行数值计算的方法^[8], 对于部分相干涡旋光束在传输中光斑形状的分析, 还没有较为简洁的解析模型和严格的理论研究, 本文尝试推导部分相干涡旋光束在传输中交叉谱密度矩阵元的解析表达式, 在此基础上对部分相干涡旋光束传输中的光斑形状进行分析.

2 理论分析

对于在统计上满足平稳性的电磁光束而言, 其交叉谱密度矩阵可以表征为^[9]

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) &= \begin{bmatrix} \langle E_x^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) E_x(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \rangle & \langle E_x^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) E_y(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \rangle \\ \langle E_y^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) E_x(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \rangle & \langle E_y^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) E_y(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \rangle \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} W_{xx}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) & W_{xy}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \\ W_{yx}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) & W_{yy}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 60977068, 61178015) 和国家自然科学基金培育项目 (批准号: JB-ZR1126) 资助的课题.

[†] E-mail: dingpanfeng@163.com

ρ 为目标平面上点的位置坐标, ω 为光频率, 下标 x, y 对应坐标轴 (下同), 通常情况下被研究对象是横截面上的两点, 交叉谱密度在横截面上具有一定分布特性, 该分布特性随着传输距离而改变, 即交叉谱密度矩阵具有传播性. 对于一般高斯谢尔模型光束而言, 源平面上交叉谱密度矩阵元描述为^[10,11]

$$\begin{aligned} W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0) &= \frac{E_i E_j B_{ij}}{(\sigma_i \sigma_j)^l} \exp \left[- \left(\frac{r_1^2}{\sigma_i^2} + \frac{r_2^2}{\sigma_j^2} \right) \right] \\ &\quad (x'_1 - iy'_1)^l (x'_2 + iy'_2)^l \\ &\quad \times \exp \left[- \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2x'_1 x'_2 - 2y'_1 y'_2}{\delta_{ij}^2} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

($i = x, y; j = x, y$),

其中 $r_1^2 = x_1'^2 + y_1'^2, r_2^2 = x_2'^2 + y_2'^2, E_i$ 为电场的振幅, \mathbf{r} 为源平面上点的坐标, 参数 σ 和光斑尺寸的大小相关, δ 表征横截面上场的相干长度, 因子 B_{ij} 有如下性质^[12]:

$$\begin{aligned} B_{ij} &= 1, \quad (i = j), \\ B_{ij} &= B_{ji}^*, \quad |B_{ij}| \leq 1 (i \neq j). \end{aligned} \quad (3)$$

在近轴近似条件下, 传输一段距离后, 横截面 (以下记作观测平面) 交叉谱密度矩阵元演变满足以下公式^[13]:

$$\begin{aligned} W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) &= \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint_{z=0} W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0) \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{-ik[(\boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{r}_1)^2 - (\boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{r}_2)^2]}{2z} \right\} \\ &\quad \times d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \end{aligned} \quad (4)$$

为方便推导, 记 $\alpha_{ij}^2 = \frac{1}{\sigma_i^2} + \frac{1}{\delta_{ij}^2} + \frac{ik}{2k}, \beta_{ij}^2 = \frac{1}{\sigma_j^2} + \frac{1}{\delta_{ij}^2} - \frac{ik}{2z}$, 将 (2) 式代入 (4) 式, 可以得到关于 x'_1, y'_1, x'_2, y'_2 的四重积分. 首先对 x'_1, y'_1 进行积分然后对 x'_2, y'_2 进行积分.

$$\begin{aligned} W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) &= C_{ij0} \iint_{z=0} f(x'_2, y'_2) \\ &\quad \times \exp \left[-\beta_{ij}^2 (x_2'^2 + y_2'^2) \right. \\ &\quad \left. - i \frac{k(x_2 x_2' + y_2 y_2')}{z} \right] \\ &\quad \times (x_2' + iy_2')^l dx_2' dy_2', \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} f(x'_2, y'_2) &= \iint \exp \left[-\alpha_{ij}^2 (x_1'^2 + y_1'^2) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{ikx_1}{z} + \frac{2x_2'}{\delta_{ij}^2} \right) x_1' \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{iky_1}{z} + \frac{2y_2'}{\delta_{ij}^2} \right) y_1' \right] \\ &\quad \times (x_1' - iy_1')^l dx_1' dy_1', \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_{ij0} &= E_i E_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \left(\frac{1}{\sigma_i \sigma_j} \right)^l \\ &\quad \times \exp \left[\frac{-ik}{2z} (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right]. \end{aligned}$$

经过二次积分运算可求得对 x'_1, y'_1 进行积分的结果

$$\begin{aligned} f(x'_2, y'_2) &= \frac{\pi}{2^l \alpha_{ij}^{2l+2}} \exp \left[- \frac{k^2 (x_1'^2 + y_1'^2)}{4z^2 \alpha_{ij}^2} \right] \\ &\quad \times \exp \left(\frac{x_2'^2 + y_2'^2}{\alpha_{ij}^2 \delta_{ij}^4} + \frac{ik(x_1 x_2' + y_1 y_2')}{4z \alpha_{ij}^2 \delta_{ij}^2} \right) \\ &\quad \times \left(\frac{2}{\delta_{ij}^2} (x_2' - iy_2') + \frac{ikx_1 + ky_1}{z} \right)^l. \end{aligned} \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (5) 式, 有

$$\begin{aligned} W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) &= C_{ij} \iint_{z=0} \exp \left[-\gamma_{ij}^2 (x_2'^2 + y_2'^2) \right. \\ &\quad \left. + px_2' + qy_2' \right] \\ &\quad \times \left[\frac{2(x_2' - iy_2')}{\delta_{ij}^2} + \frac{ikx_1 + ky_1}{z} \right]^l \\ &\quad \times (x_2' + iy_2')^l dx_2' dy_2', \end{aligned} \quad (8)$$

其中参数

$$\begin{aligned} C_{ij} &= E_i E_j B_{ij} \frac{\pi}{2^l \alpha_{ij}^{2l+2}} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \left(\frac{1}{\sigma_i \sigma_j} \right)^l \\ &\quad \times \exp \left[\frac{-ik}{2z} (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right] \exp \left[- \frac{k^2 (x_1'^2 + y_1'^2)}{4z^2 \alpha_{ij}^2} \right], \\ \gamma_{ij}^2 &= \beta_{ij}^2 - 1/\alpha_{ij}^2 \delta_{ij}^4, \end{aligned} \quad (9)$$

$$p = \frac{ik}{z} \left(\frac{x_1}{\alpha_{ij}^2 \delta_{ij}^2} - x_2 \right),$$

$$q = \frac{ik}{z} \left(\frac{y_1}{\alpha_{ij}^2 \delta_{ij}^2} - y_2 \right).$$

将 (8) 式经过两次积分可以得到

$$W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = C_{ij} \exp \left[\frac{p^2 + q^2}{4\gamma_{ij}^2} \right]$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{n=0}^l (C_l^n)^2 \left(\frac{2}{\delta_{ij}^2}\right)^n \left(\frac{\pi n!}{\gamma_{ij}^{2n+2}}\right) \\ & \times \left[\frac{p-iq}{\delta_{ij}^2 \gamma_{ij}^2} + \frac{ikx_1 + ky_1}{z}\right]^{l-n} \\ & \times \left[\frac{p+iq}{2\gamma_{ij}^2}\right]^{l-n}. \end{aligned} \quad (10)$$

设 $\rho_1 = \rho_2$, 利用公式

$$I(\rho, z = z_0) = \text{Tr} \mathbf{W}(\rho, \rho, z = z_0), \quad (11)$$

可得传输一段距离后观测平面上的光强分布

$$\begin{aligned} I(\rho, z = z_0) &= \sum_{i=x,y} \frac{z^{2l} E_i^2}{k^{2l} \sigma_i^{2l} a_i^{l+1}} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{a_i \sigma_i^2}\right) \\ & \times \sum_{n=0}^l (C_l^n)^2 \frac{n! 4^n}{\delta_{ii}^{2n}} \\ & \times \left[\left(1 + \frac{4z^2}{k^2 \sigma_i^4}\right) \frac{k^2}{a_i z^2} \rho^2\right]^{l-n}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $a_i = 1 + \frac{4z^2}{k^2 \sigma_i^2} \left(\frac{1}{\sigma_i^2} + \frac{2}{\delta_{ii}^2}\right)$, 由 (12) 式可知, 无

论参数 σ, δ 的取值如何, 光强为半径 ρ 的函数, 观测平面上的光斑呈现圆对称的特点. 即使在 $E_x \neq E_y$, $\sigma_x \neq \sigma_y$, $\delta_{xx} \neq \delta_{yy}$ 的情况下也是如此, 不会出现椭圆光斑的情况. 以前的研究者通过计算部分相干涡旋光束传输后交叉谱密度矩阵元传输的数值解, 将四重积分转化为二重积分, 而且是无穷项求和的表达式, 数值计算中计算量相当大, 不便于进行定性分析. 相比较而言, (12) 式较简化, 便于进行分析和计算处理.

3 光斑形状随传播距离的演变规律

为了研究光斑形状随传播距离的变化规律, 我们利用 (12) 式进行了详细的数值计算. 首先我们选取 x, y 方向上光斑的束腰半径不同, 其他参数相同, 具体参数分别为: 波长为 632.8 nm, $E_x = E_y = 1$, $\sigma_x = 0.4$ mm, $\sigma_y = 0.6$ mm, $\delta_x = \delta_y = 0.25$ mm, 拓扑电荷数为 1. 图 1 给出了从 0.3 m 到 1.2 m 的传输过程中横截面上光强的分布情况.

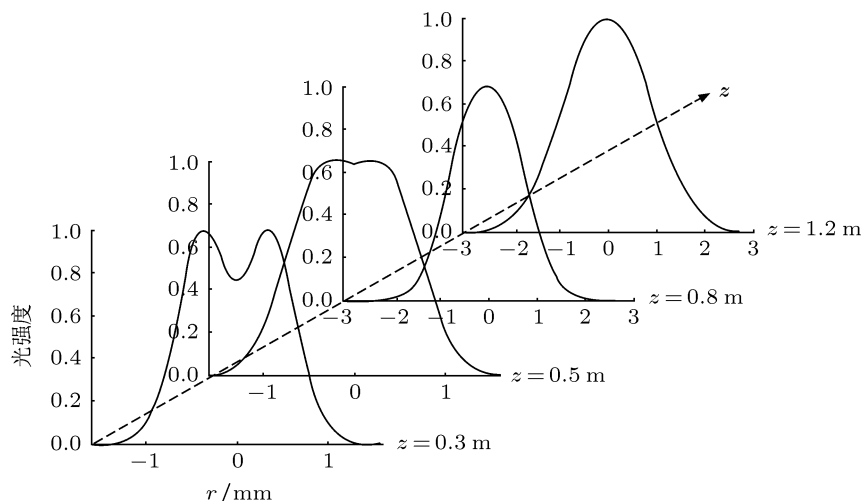


图 1 部分相干涡旋光束传输光斑演变 ($l = 1, E_x = E_y = 1, \sigma_x = 0.4$ mm, $\sigma_y = 0.6$ mm, $\delta_x = \delta_y = 0.25$ mm)

由图 1 可以看出, 传输到 0.3 m 时, 中心点的光强有一定的增加, 但并非最亮点, 光斑仍然为圆环形, 从 0.3 m 传输到 0.5 m 的过程中, 中心点的相对光强逐渐凸现出来, 光斑由空心向实心演变, 在从 0.5 m 到 0.8 m 的传输中演变为近似高斯光斑的形状, 0.8 m 到 1.2 m 的传输过程中, 光斑逐渐展宽, 保持近似高斯型. 图 1 中 x, y 方向上仅束腰半径不同, 在传输过程中光斑一直都保持圆斑的特

点. 我们在 x, y 方向上 E_x, E_y 不同以及相干长度不同 (波长、束腰半径相同) 的情况下, 进行数值计算, 如图 2 所示.

图 2 中, 虽然 x, y 方向上电场振幅以及相干长度不同, 但在传输过程中仍然保持圆斑的形状, 不会出现椭圆形光斑的情况, 随着传输距离的增大, 光斑也会由圆环形向类似高斯型过渡, 只是光斑的展宽速度受参数的影响与图 1 中有所差别.

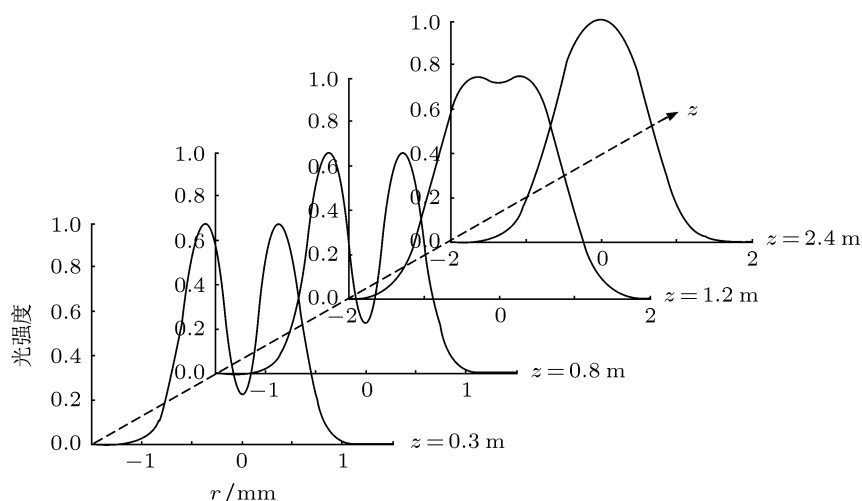


图2 部分相干涡旋光束传输光斑演变 ($l = 1, E_x = 1, E_y = 1.2, \sigma_x = 0.5 \text{ mm}, \sigma_y = 0.5 \text{ mm}, \delta_x = 0.5 \text{ mm}, \delta_y = 0.6 \text{ mm}$)

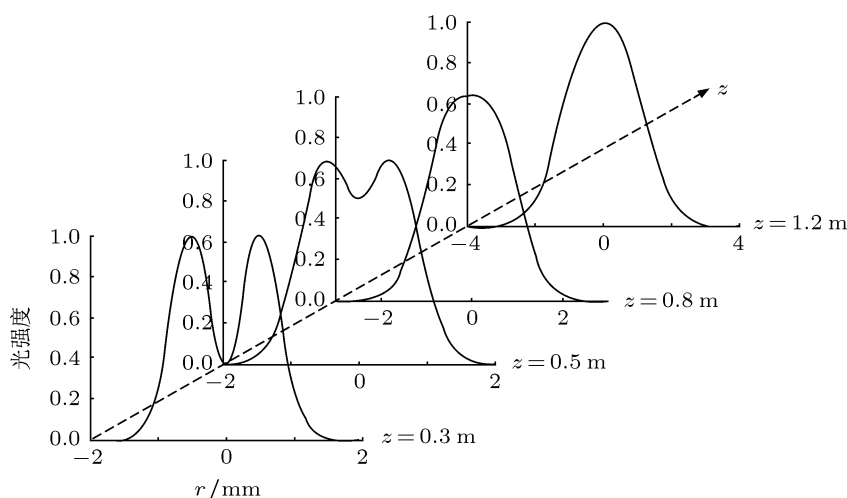


图3 部分相干涡旋光束传输光斑演变 ($l = 2, E_x = E_y = 1, \sigma_x = 0.4 \text{ mm}, \sigma_y = 0.6 \text{ mm}, \delta_x = \delta_y = 0.25 \text{ mm}$)

为了研究拓扑电荷数以及相干长度对部分相干涡旋光束在传输中光斑形状的影响,我们单独改变拓扑电荷数(图3)以及相干长度(图4),进行了如下计算,和图1的结果进行对比.图3中拓扑电荷数为2,其他参数与图1相同.

对比图3与图1可以看出,拓扑电荷数较大时,光束在传输过程中中心点也会逐渐由空心变为实心,但在传输相同距离的情况下,拓扑电荷数较大的光束中心点的光强相对较低,传输到0.8 m处,拓扑电荷数为1的涡旋光束已经演变为近似高斯型,而拓扑电荷数为2的涡旋光束的中心还没有明显凸起,在1.2 m处才演变为近似高斯型.由此可见,在其他参数相同的情况下,拓扑电荷数越大,演变

为近似高斯型光斑相对较慢,这和实际情况相符:拓扑电荷数越大,光源中心的空(黑)区域也就越大,中心转变为实心并成为光强极大值的演变速度不及拓扑电荷数较小的光束.

另一方面,我们仅增加 x, y 方向上的相干长度 $\delta_x = \delta_y = 0.8 \text{ mm}$,其他参数与图1相同,计算结果如图4所示.

图4中相干长度是图1中相干长度的三倍多,传输到2 m处光束中心接近于实心的状态,但有一个明显的凹形,传输到10 m处时,中心的光强才成为极大值(图中有一个小平顶,是因为光强相差非常小,对比度比较低,中心位置在直观上不是凸起的模样).对照图1和图4可知,在其他参数相同的

情况下,光源相干长度越长,演变为高斯型光斑所需传输距离越长.这是因为:相干性越好,源平面上各点光源在观测平面上中心处相干叠加,相消更加厉害,因此需要更长的传输距离,横截面上中心的光斑才能变成实心.文献[14]中研究的部分相干贝塞尔光束在大气中传输了几公里中心也变为实

心,所需的传输距离较长,主要是因为^[14]中源平面上的光束参数和相干长度的值较大,此外贝塞尔光束抗衍射的能力比高斯光束要强.在极限情况下,如果 δ_{xx}, δ_{yy} 趋向于无穷大,光源变为完全相干涡旋光束,无论传输多长的距离,光斑中心仍然为空心.

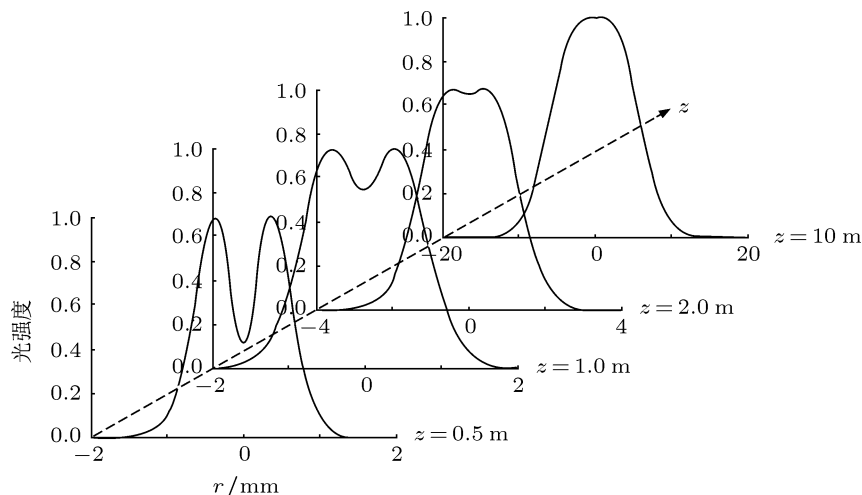


图4 部分相干涡旋光束传输光斑演变 ($l = 1, E_x = E_y = 1, \sigma_x = 0.4 \text{ mm}, \sigma_y = 0.6 \text{ mm}, \delta_x = \delta_y = 0.8 \text{ mm}$)

4 演变为高斯光斑所需传输距离分析

由前面的讨论可知,部分相干涡旋光束在传输中,光斑中心的光强会逐渐凸现,传输到一定距离处,中心点的光强成为该横截面上极大值,光斑演变为高斯型,我们将这个传输距离称为演变距离.由于演变距离的分析涉及到源平面上涡旋光束在 x, y 两个方向上的偏振分量,表达式比较冗长,为了简化分析过程,我们假设源平面上部分相干涡旋光束在 x 方向偏振,即 $E_y = 0$.此时可以去掉参数下标,(12)式变为

$$I(\rho, z = z_0) = \frac{z^{2l} E^2}{k^{2l} \sigma^{2l} a^{l+1}} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{a\sigma^2}\right) \times \sum_{n=0}^l (C_l^n)^2 \frac{n! 4^n}{\delta^{2n}} [b\rho^2]^{l-n}, \quad (13)$$

其中

$$a = 1 + \frac{4z^2}{k^2 \sigma^2} \left(\frac{1}{\sigma^2} + \frac{2}{\delta^2} \right),$$

$$b = \left(1 + \frac{4z^2}{k^2 \sigma^4} \right) \frac{k^2}{a z^2},$$

为了分析观测平面上光强的变化,需要研究(13)式

的极值情况,(13)式对 ρ 求导可得

$$\frac{dI(\rho, z = z_0)}{d\rho} = \frac{z^{2l} E^2}{k^{2l} \sigma^{2l} a^{l+1}} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{a\sigma^2}\right) \left(\frac{-4\rho}{ab^2}\right) \times \left\{ \frac{4^l l^2 l!}{\delta^{2l}} b^{2l} \rho^{2l} + \sum_{n=0}^{l-1} (C_l^n)^2 \times \frac{(l-n)n! 4^n}{2(n+1)\delta^{2n}} b^{l-1-n} \times \left[8 - \frac{n+1}{l-n} ab\delta^2 \right] \rho^{2(l-1-n)} \right\}, \quad (14)$$

(14)式的零点就是(13)式的极值点,令(14)式等于零,化简后可以得到

$$\left(\frac{-4\rho}{ab^2}\right) \times \left\{ \frac{4^l l^2 l!}{\delta^{2l}} b^{2l} \rho^{2l} + \sum_{n=0}^{l-1} (C_l^n)^2 \times \frac{(l-n)n! 4^n}{2(n+1)\delta^{2n}} b^{l-1-n} \times \left[8 - \frac{n+1}{l-n} \left(\frac{k^2 \sigma^2 \delta^2}{z_0^2} + \frac{4\delta^2}{\sigma^2} \right) \right] \rho^{2(l-1-n)} \right\} = 0. \quad (15)$$

无论传输距离的长短如何,(15)式有一个 $\rho = 0$ 的解,这说明:在任何传输距离处观测平面上,中心点

都是一个光强的极值点, 除去 $\rho = 0$ 这个直观的解外, 其余的解由下式决定:

$$\frac{4^l l!}{\delta^{2l}} b^{2l} \rho^{2l} + \sum_{n=0}^{l-1} (C_l^n)^2 \frac{(l-n)n!4^n}{2(n+1)\delta^{2n}} b^{l-1-n} \times \left[8 - \frac{n+1}{l-n} \left(\frac{k^2 \sigma^2 \delta^2}{z_0^2} + \frac{4\delta^2}{\sigma^2} \right) \right] \rho^{2(l-1-n)} = 0. \quad (16)$$

(16) 式的左边是关于 ρ 的偶数次多项式, 最高次幂系数为正, 其余低次幂系数的符号取决于参数 $8 - n + 1/l - n (k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2)$ ($n = 0, 1, \dots, n-1$), 即 8 与 $n + 1/l - n (k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2)$ ($n = 0, 1, \dots, n-1$) 的大小关系. 容易看出, 当传输距离较短时 (z_0 很小时), $8 < (n + 1/l - n) (k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2)$ ($n = 0, 1, \dots, n-1$) 对所有的 n 都成立, 即 (16) 式左边的多项式中除了最高次幂系数, 其余系数全部为负, 此种情形下, (16) 式在 $(0, +\infty)$ 上有一个实数解; 当传输距离 (z_0) 增大时, 参数 $(k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2)$ 的值开始减小, (16) 式中低次幂的系数开始出现正数, 为了分析低次幂的系数的具体符号, 我们注意到当 $n_1 \leq n_2$ 时, 如下不等式成立:

$$\frac{n_1 + 1}{l - n_1} \left(\frac{k^2 \sigma^2 \delta^2}{z_0^2} + \frac{4\delta^2}{\sigma^2} \right) \leq \frac{n_2 + 1}{l - n_2} \left(\frac{k^2 \sigma^2 \delta^2}{z_0^2} + \frac{4\delta^2}{\sigma^2} \right). \quad (17)$$

于是 $8 - [(n_1 + 1)/(l - n_1)] (k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2) \geq 8 - [(n_2 + 1)/(l - n_2)] (k^2 \sigma^2 \delta^2 / z_0^2 + 4\delta^2 / \sigma^2)$, 这意味着: 当传输距离逐渐增大时, (16) 式左边多项式幂函数的系数中, 首先由负数转变为正数的, 应该是仅次于最高次幂 ($\rho^{2(l-1)}$) 的系数, 随着传输距离的进一步增大, 低次幂的系数也逐渐由负数转变为正数, 直到传输到一定距离处, (16) 式左边多项式幂函数的系数全部为正数. 由多项式方程的根与系数的关系我们知道, 在 ρ^0 的系数 (即常数项) 转变为正数之前, (16) 式在 $(0, +\infty)$ 上有一个实数解; 而当在 ρ^0 的系数转变为正数以后, (16) 式在 $(0, +\infty)$ 上无实数解.

综合以上分析, 我们可以得出如下结论: 在传输距离较短时, (15) 式有两个解, 其中一个解为 $\rho = 0$, 即此时观测平面上光强对于参数 ρ 存在两个极值位置, 结合涡旋光束的实际情况, 可以判断: 此时 $\rho = 0$ 对应光强的极小值, 另一个解对应光强的极大值, 光斑为圆圈形; 随着传输距离的增大, 这一情况会保持不变, 当传输距离进一步增大, 使得 (16) 式左边多项式幂函数的系数全部为正数时, (15) 式只有一个实数解 ($\rho = 0$), 即此时观测平面上光强对于参数 ρ 只存在一个极值位置 (中心), 由 (15) 式可以看出, 此时 $\rho = 0$ 对应光强的极大值, 光斑为高斯型.

将以上理论分析与观测平面上的光斑形状对照, 就可以得出部分相干涡旋光束随着传输距离的增大, 光斑由圆圈形演变为高斯型的规律. 另一方面, 由以上分析, 我们还可以得出: 演变为高斯型光斑所需的传输距离 (记为 z_c) 由下式决定:

$$\left(\frac{k^2 \sigma^2 \delta^2}{z_c^2} + \frac{4\delta^2}{\sigma^2} \right) l = 8. \quad (18)$$

以上理论分析是在单偏振涡旋光束的条件下推导的, 如果考虑两个方向上的偏振情况, 推导过程中表达式变得相当冗长, 同样会得到涡旋光束光斑的演变规律, 这一点在前面的数值计算中已经有验证, 只是演变距离及光斑展宽的情况有所不同.

5 结论

由交叉谱密度矩阵的传输, 推导了部分相干涡旋光束传输后, 观测平面上光强的解析表达式. 研究发现, 部分相干涡旋光束随着传输距离的增加, 光斑会逐渐由圆圈形转变为类似高斯型. 首先, 利用光强的解析解公式, 在不同参数的情况下进行数值计算, 证实了该结论, 然后在一阶、单偏振的情况下, 通过极值理论分析证明了部分相干涡旋光束这一特点. 该结论对于分析部分相干涡旋光束在传输中的光斑演变会提供指导性建议.

[1] Chen K, Zhang H R, Lü B D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 246 (in Chinese) [程科, 张洪润, 吕百达 2010 物理学报 **59** 246]
 [2] Li Y Y, Chen Z Y, Liu H, Pu J X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1740 (in Chinese) [李阳月, 陈子阳, 刘辉, 蒲继雄 2010 物理学报 **59** 1740]

[3] Xie Q S, Zhao D M 2008 *Opt. Commun.* **281** 7
 [4] Georgi M, Dragomir N N, Alexander D 2009 *Phys. Rev. A* **80** 053828
 [5] Babiker M, Bennett C R, Andrews D L, Davila Romero L C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 143601

- [6] Lu X H, Huang H Q, Zhao C L, Wang J F, Chen H 2008 *Laser & Optoelectronics Progress* **45** 50 (in Chinese) [陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良, 王将峰, 陈和 2008 激光与光电子学进展 **45** 50]
- [7] Rao L Z, Pu J X 2004 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 2242
- [8] Chen Z Y, Pu J X 2008 *Phys. Lett. A* **372** 2734
- [9] Wolf E 2003 *Phys. Lett. A* **312** 263
- [10] Roychowdhury H, Korotkova O 2005 *Opt. Commun.* **249** 379
- [11] Pu J X, Korotkova O, Wolf E 2006 *Opt. Lett.* **31** 2097
- [12] Korotkova O, Salem M, Wolf E 2004 *Opt. Lett.* **29** 11735
- [13] Korotkova O, Wolf E 2005 *Opt. Lett.* **30** 198
- [14] Chen B S, Chen Z Y, Pu J X 2008 *Opt. Laser Technol.* **28** 820

Analysis of the facula of partially coherent vortex beam in propagation*

Ding Pan-Feng[†] Pu Ji-Xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 12 December 2011; revised manuscript received 15 February 2012)

Abstract

The propagation law of the cross spectrum density is employed to derive the analytical expression of the elements of the cross spectrum density matrix in the observation plane for partially coherent vortex beam after propagation under the condition of paraxial approximation. Based on the derived result, the intensity distribution in the observation plane is analyzed. It is shown that different from the completely coherent vortex beam, the partially coherent vortex beam has an intensity of the center-point in the observation plane, which gradually becomes prominent after propagation, and the intensity distribution in the observation plane tends to the distribution of Gaussian-like type with the increase of propagation length. The evolution of intensity distribution depends on the topological charge and correlation length of the source beam. On the condition that other parameters of the source beam are invariable, the beam will evolve fast if the topological charge is small and the correlation length is short. Finally, for the first-order partially coherent vortex beam, the detail of the evolution of the beam shape is investigated by studying the extremum of the intensity in the observation plane. And the theoretical proof is presented for the rule of the evolution of the beam.

Keywords: partially coherent vortex beam, topological charge, correlation length, propagation

PACS: 42.25Fv, 42.25.Bs, 41.85.-p

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60977068, 61178015), and the National Nutritious Science Foundation of China (Grant No. JB-ZR1126).

[†] E-mail: dingpanfeng@163.com