

## 利用等效电路模型计算耦合腔行波管注-波相互作用\*

白春江 李建清 胡玉禄 杨中海 李斌†

(电子科技大学微波电真空器件国家级重点实验室, 成都 610054)

(2011年11月28日收到; 2012年2月27日收到修改稿)

通过研究 Curnow 等效电路模型, 得到进行单腔计算的矩阵方程, 进而获得线路场方程, 结合运动方程和空间电荷场方程, 从而推导出耦合腔行波管一维注波相互作用非线性理论模型. 该理论能计算任意的切断、跳变、渐变等结构以及多信号模拟. 利用该理论编制的软件计算了 59 GHz—64 GHz 耦合腔行波管 AM-PM 相位失真, 三阶互调以及五阶互调分量. 同时模拟得到了 59 GHz—64 GHz 带内饱和输出功率分布, 理论结果与热测结果误差在 5% 以内.

**关键词:** 耦合腔行波管, 注波相互作用, 非线性理论, 等效电路

**PACS:** 84.40.Fe, 13.40.Ks

## 1 引言

耦合腔行波管可以工作在非常高的峰值功率电平上, 也可以工作在很高的平均功率或连续波功率电平上. 因此, 在雷达和军事通信等领域都有广泛的用途.

耦合腔注波相互作用理论主要分为以高频结构为基础的场激励模型、电子运动方程和空间电荷场模型等部分. 而高频结构是注波相互作用建立的基础, 对于高频结构部分研究, 主要有场论方法和等效电路的方法. 由于耦合腔结构比较复杂, 通常都采用等效电路的方法进行研究. 常用的等效电路模型有 Curnow 等效电路模型和 MKK 等效电路模型. 基于等效电路方法的耦合腔相互作用理论研究, 国外主要有 Vaughan 等人<sup>[1]</sup>提出的行波计算方法, 这套理论对 Curnow 模型的应用仅限于等效为三个端口, 实际上并没有使用等效模型参量, 在电流源的计算的处理上也采用的是波导激励理论, 并且只能计算单频信号. Freund 等<sup>[2]</sup>利用 Curnow 等效电路模型建立了时域的耦合腔注波相互作用理论, 这种方法比较耗时间. Chernin 等<sup>[3]</sup>建立的频域一维 ChristineCC 也是主要利用了 Curnow 等效电路模型, 但是这种方法采用的是多个腔体级联起

来进行计算的. 在国内, 熊祥正等人<sup>[4]</sup>采用的也正是 Vaughan 所提出的理论.

本文在 Curnow 等效电路模型基础上推导得到了可用于单腔计算的矩阵方程, 从而建立起线路场方程. 结合运动方程和空间电荷场方程, 从而推导出耦合腔行波管一维注波相互作用非线性理论模型. 利用该模型可以计算任意的切断、跳变、渐变等结构, 随着电子注运动方向从前往后计算, 不需要在所有耦合腔同时迭代计算, 从而计算速度更快. 该理论也可进行功率扫描, AM-PM 相位失真计算, 以及交调互调的研究. 本文以 59 GHz—64 GHz 的 V 波段耦合腔行波管为例进行计算验证. 对其中心频率 61.5 GHz 频率点进行了功率扫描的模拟. 计算了 AM-PM 相位失真, 三阶互调以及五阶互调分量. 同时模拟得到了 59 GHz—64 GHz 工作频率范围内的饱和输出功率, 理论结果与热测结果误差在 5% 以内. 从而验证了本文相互作用理论的可行性.

## 2 物理模型

## 2.1 等效电路

如图 1 是 Curnow 等效模型<sup>[5,6]</sup>, 可对耦合腔

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60801029, 10876005, 60931001, 61071030, 10905009) 资助的课题.

† E-mail: libin@uestc.edu.cn

慢波结构进行比较好的等效. 图中的  $R$  表示腔体的损耗,  $V_{c,j}$  为第  $j$  个腔的间隙电压,  $V_{s,j}$  和  $V_{s,j+1}$  分

别为第  $j$  个腔的输入端口和输出端口的电压.

依据等效电路模型, 可得到单腔计算矩阵,

$$\begin{bmatrix} -(m_j + n_j) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{s,j}^2} + \frac{2j\omega L_{s,j}}{Z_{c,j}}\right) \frac{j\omega L_{c,j} + R_j}{2j\omega L_{s,j}} + (m_j + n_j) & -n_j \\ (m_j + n_j) & -n_j \\ 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{c,j}^2} & -(m_j + n_j) \\ & \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{s,j}^2} + \frac{2j\omega L_{s,j}}{Z_{c,j}}\right) \frac{j\omega L_{c,j} + R_j}{2j\omega L_{s,j}} + (m_j + n_j) \\ & (m_j + n_j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{c,j} \\ V_{s,j} \\ V_{s,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ext,j} \\ 0 \\ j\omega L_{c,j} I_{b,j} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中

$$I_{ext,j} = - \left[ \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{s,j}^2} - \frac{2j\omega L_{s,j}}{Z_{c,j}}\right) \frac{j\omega L_{c,j} + R_j}{2j\omega L_{s,j}} + (m_j + n_j) \right] \cdot V_{s,j} - (m_j + n_j) \cdot V_{c,j-1} + n_j \cdot V_{s,j-1}, \quad (2)$$

由于实际结构中各个腔是级联起来的, 而各个腔的结构可以不同. 因此, 跟以往的多腔级联计算方式相比, 本文所提出的单腔矩阵计算方法, 可以很容易的处理切断、渐变、跳变等结构. 并且, 使用这种单腔矩阵计算方法, 可以使相互作用计算从前往后逐腔进行计算, 从而大大提高了相互作用计算的速度. 目前, 该理论只考虑前向波放大, 还未考虑反射, 反射因素将在后续工作进行讨论. 当把各个腔分开计算时, 考虑到各个腔中的功率应具有连续性, 因此, 就要在腔的连接处作匹配处理, 否则, 对于含有跳变结构的耦合腔慢波电路, 在计算输出时就会发生功率不连续的情况. 所以, 腔的连接处的处理方法是该单腔计算理论的一个关键点.

当冷腔时, 即没有电子注通过时, 各个腔的输入大小应是一样的. 所以, 就存在关系式

$$I_{ext,j} = I_{ext,j+1}. \quad (3)$$

根据最大功率传输定理, 有

$$I_{ext,j+1} = I_{ext,j} \frac{\sqrt{Z_{c,j}} (j\omega L_{c,j+1} + R_{j+1})}{\sqrt{Z_{c,j+1}} (j\omega L_{c,j} + R_j)}, \quad (4)$$

因为每个腔体结构可以各不相同, 因此输入端口的特性阻抗也不同. 式中  $Z_{c,j}$ ,  $Z_{c,j+1}$  为相连的两个腔体的端口的特性阻抗.

文中所述的单腔计算矩阵的理论, 以及对腔体连接处的功率连续性问题的处理方法, 对于采用等效电路方法进行耦合腔相互作用研究是很重要的. 依

据本文所提出的单腔计算理论, 可以很方便地应用于其他的等效电路模型. 除了 Curnow 等效电路模型以外, 本理论已经将 MKK<sup>[7]</sup> 等效电路模型应用到了相互作用理论中. 在此不做详细讨论.

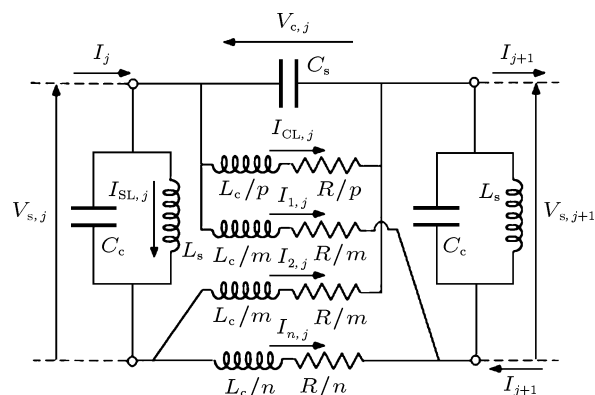


图1 Curnow 等效模型

## 2.2 场方程

场方程是进行相互作用计算的重要部分. 一维情况下, 耦合腔结构中的高频场只考虑轴向场. 因此, 高频场<sup>[8]</sup>表达式为

$$E_{z,rf} = \sum_{\omega,j} V_{c,j}^{\omega} e_j^{\omega}(z) \exp(-i\omega t) + c.c., \quad (5)$$

$$e_j(r, z) = \frac{1}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{m}{m^2 + \beta_n^2} [m \cos(\beta_n l) + \beta_n \coth(ml) \sin(\beta_n l)] \times \frac{I_0(\gamma_n r)}{I_0(\gamma_n a)} e^{i\beta_n (\frac{L}{2} - z)}, \quad (6)$$

式中的  $V_{c,j}$  即为通过等效电路计算得到的第  $j$  个腔的间隙电压.

而作为描述耦合腔中场型的函数  $e_j(z)$  也应满足关系式

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz e_j^{(\omega)}(z) = 1. \quad (7)$$

由高频场表达式可以看出, 高频场与腔中的电压有密切关系. 因此, 由前面的矩阵方程计算得到的间隙电压, 可直接用于计算高频场.

在相互作用过程中, 除了高频场之外, 还有电子之间相互作用所产生的空间电荷场. 一维情况下, 将电子注视为厚度和电荷量都相同的一系列圆盘进行分析. 这里直接使用用于分析螺旋线行波管相互作用的 Christine<sup>[9,10]</sup> 中的空间电荷场.

空间电荷场的具体计算式为

$$\langle E_{sc,z} \rangle_{\text{beam}} = - \sum_n \sum_l \frac{i4I}{\omega_{n,l}(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} R_{n,l} \times \langle \exp(-il\psi_n) \rangle \exp(il\psi_n) + \text{c.c.} \quad (8)$$

其中

$$R_l = 1 - \frac{2}{(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} \{ [r_{bo} K_1(\gamma l r_{bo}) + K_0(\gamma l r_h) r I_1(\gamma l r) ]_{r_{bi}}^{r_{bo}} / I_0(\gamma l r_h) \times (r I_1(\gamma l r) )_{r_{bi}}^{r_{bo}} - r_{bi} I_1(\gamma l r_{bi}) (r K_1(\gamma l r) )_{r_{bi}}^{r_{bo}} \}, \quad (9)$$

$$\langle \exp(-il\psi) \rangle = \frac{1}{N_\lambda} \sum_{j=1}^{N_\lambda} \exp[-il(k_z z - \omega t)], \quad (10)$$

$R_l$  称为空间电荷降低因子. 式中的  $n$  表示第  $n$  个信号频率;  $l$  表示谐波次数. 此处的空间电荷场考虑了多信号计算的情况.

### 2.3 源电流方程

由等效电路可以获得腔体的电压, 运动方程和相位方程可以获得电子的运动情况和相位信息. 为了将电子信息与等效电路联系起来. 于是, 就引入源电流的概念. 源电流描述了电子注通过腔体时, 产生的感应电流的情况.

$$I_{b,j}^{(\omega)} = I \int_{\text{gap},j} dz e_j^{(\omega)*}(z) \langle \exp[i\omega t(z)] \rangle, \quad (11)$$

式中的  $\omega$  表示频率,  $I_{b,j}^{(\omega)}$  表示频率为  $\omega$  的信号在第  $j$  个腔所激励的高频电流.

## 3 数值模拟结果

### 3.1 算法实现

有了以上的用于自洽求解的方程, 就可以对相互作用过程进行数值模拟. 模拟算法的具体步骤如下: 首先通过等效电路的结构矩阵求得腔中的间隙电压  $V_c$ , 通过  $V_c$  即可得到高频场方程. 再由高频场和空间电荷场构成的运动方程及相位方程推动电子运动. 进而由运动后的电子相位, 得到感应电流  $I_b$ . 再将感应电流代入到结构矩阵, 获得新的腔中电压  $V_c$ . 如此反复, 直到腔中的电压  $V_c$  及感应电流都达到收敛精度, 然后, 再进行下一个腔的计算.

### 3.2 模拟结构

本文以美国休斯公司的 V 波段卫星通信用耦合腔行波管 961HA 管子参数为例进行相互作用模拟研究. 图 2 为休斯型耦合腔结构图, 而对应的 961HA 管子的高频结构参数<sup>[11]</sup> 如表 1 所示.

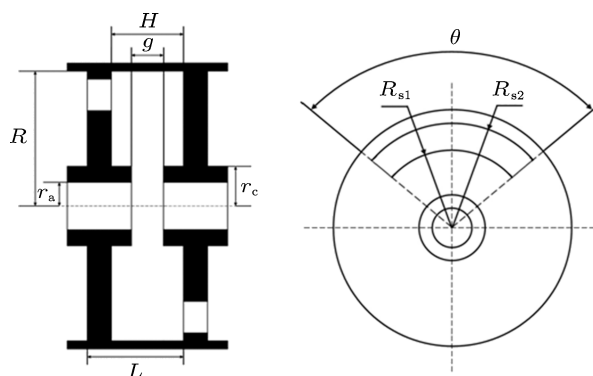


图 2 休斯型耦合腔结构图

表 1 961HA 管子参数

参数	参数值	参数	参数值
$L/\text{mm}$	0.9677	$r_a/\text{mm}$	0.2794
$H/\text{mm}$	0.7518	$r_c/\text{mm}$	0.4318
$g/\text{mm}$	0.2921	$R_{s1}/\text{mm}$	0.6858
$R/\text{mm}$	1.1049	$R_{s2}/\text{mm}$	1.1049
$\theta/(\text{^\circ})$	140		

该管子的工作频率范围<sup>[12]</sup> 是 59 GHz—64 GHz, 管子的同步电压为 19.3 kV, 电子注电流为 73.8 mA, 电子注填充比为 0.35. 文中对于 961HA 管子的热测数据的描述均来自于文献 [12]. 为了与文献中的结果进行比较, 在模拟过程中也选用这个工作频率范围以及同步电压、电流和电子注填充比.

### 3.3 模拟结果及验证

#### 3.3.1 单频计算

本文计算了 61.5 GHz 处输出功率以及电子相位情况. 图 3(a) 为此频率下, 输出功率随轴向位置的变化. 图 3(b) 为对应的电子相位随轴向位置的变化. 从图上可以看到注波相互作用群聚越强烈, 输出功率越大, 直至饱和. 本软件计算速度快, 在普通计算机上, 只需十几秒就可以扫描计算过程.

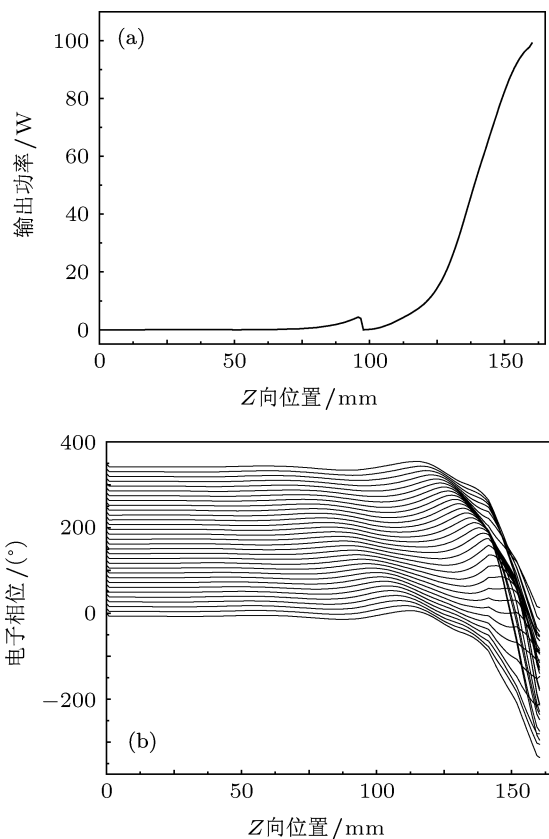


图 3 61.5 GHz 处饱和功率计算结果 (a) 输出功率随  $z$  轴分布图; (b) 电子相位随  $z$  轴分布图

#### 3.3.2 AM-AM 与 AM-PM 模拟

AM-AM 表示调幅失真, 可以通过功率扫描进行计算. AM-PM 效应是由调幅/相位转换而引起的失真, 它们反映了由于高频激励的变化而引起行波管内功率失真与相移量的变化. 图 4(a) 给出了 61.5 GHz 时, 对输入功率扫描所计算的情况. 从图中可以看出, 当输入功率为  $-1.49$  dBm 时, 管子在输出位置达到饱和. 本文计算了 61.5 GHz 频率下不同输入功率下的相移情况, 如图 4(b) 所示. 另外, 本文也计算了 61.5 GHz 频率下不同输入功率下的 AM-PM 相位失真情况, 如图 4(c) 所示. 当输出达到饱和功率以后, AM-PM 急剧下降. 由于 AM-PM

转换等于相移量曲线的斜率, 这一点上, 在图 4(b) 也有所反映.

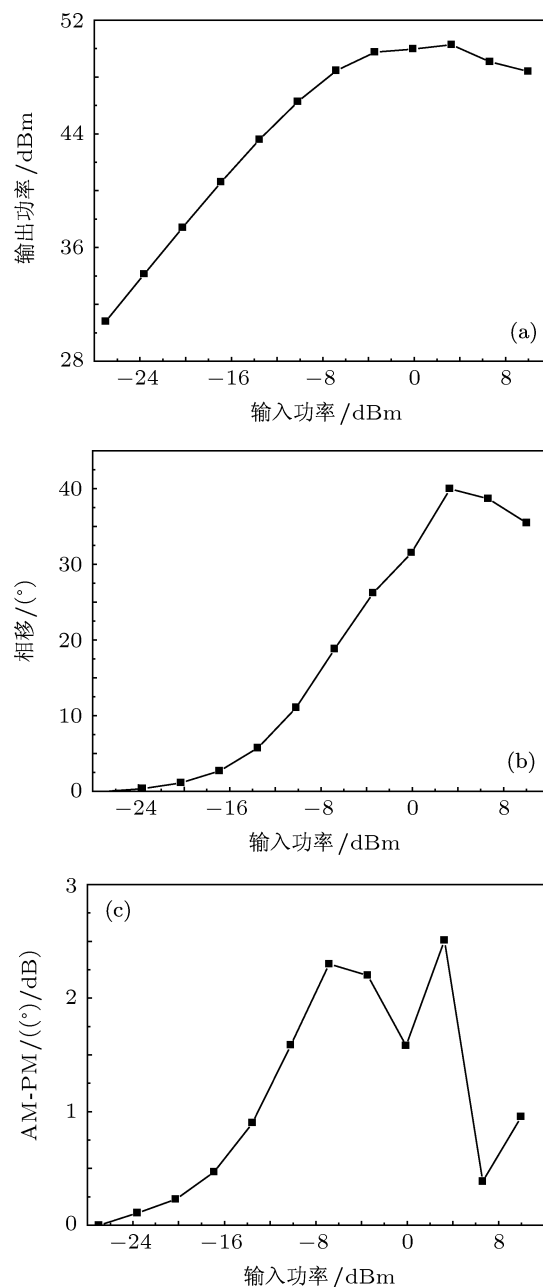


图 4 频率 61.5 GHz 功率扫描计算结果 (a) 功率扫描图; (b) 相移变化图; (c) AM-PM 转换曲线

#### 3.3.3 互调分量模拟

当行波管同时放大两个或两个以上信号时, 便会产生互调并在离开载波若干个频率处产生其他信号 (互调分量). 一般而言, 三阶互调 ( $2f_1 - f_2$ ,  $2f_2 - f_1$ ) 和五阶互调分量 ( $3f_1 - 2f_2$ ,  $3f_2 - 2f_1$ ) 对信号干扰比较严重, 所以本文计算了这些互调分量, 其中  $f_1 = 61$  GHz,  $f_2 = 61.2$  GHz. 文中选取的两个信号  $f_1$  和  $f_2$  的输入功率均为 61 GHz 频率点的

饱和和输入功率的一半, 相位相同. 具体输出功率见图 5, 从左往右各分量依次为  $3f_1 - 2f_2$ ,  $2f_1 - f_2$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $2f_2 - f_1$ ,  $3f_2 - 2f_1$ .

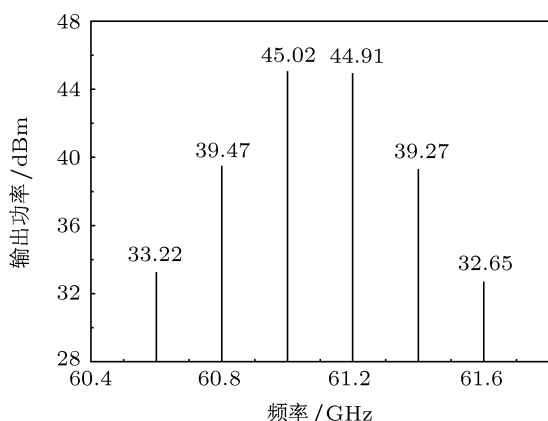


图 5 互调分量计算

### 3.3.4 饱和输出功率及增益

图 6 为工作频带内各个频率点的饱和和输出功率情况. 图 7 为对应频率点的增益情况比较. 从图中几组数据的比较情况来看, 理论模拟结果数据比

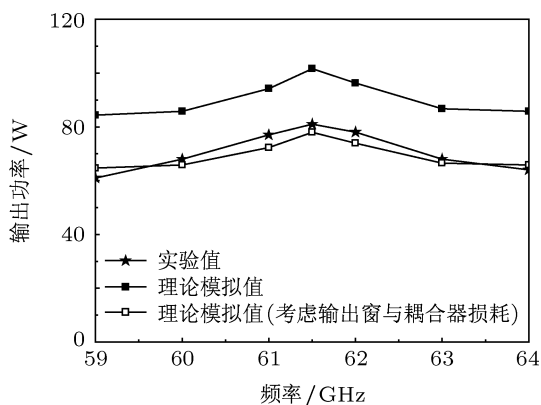


图 6 饱和输出功率比较

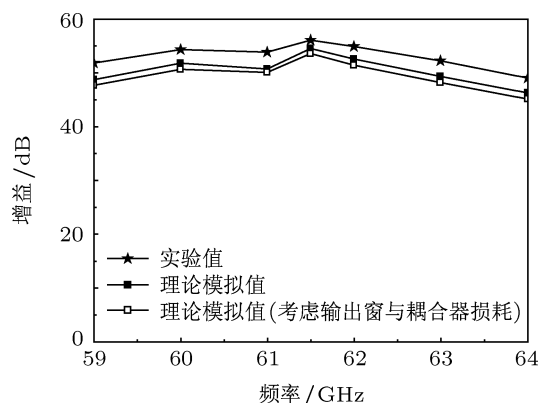


图 7 增益比较

热测值要高, 这是由于相互作用模拟过程中还没有考虑输出窗损耗以及耦合输出的损耗的缘故. 根据文献 [12], 在实际测量当中, 输出窗考虑驻波比影响反射损耗为 0.07 dB, 而定向耦合器线路损耗为 1.08 dB, 共产生 1.15 dB 的损耗. 因此, 考虑到上述损耗, 将理论模拟结果都降低 1.15 dB, 调整后的模拟结果与热测值误差在 5% 以内, 见图 6.

文中所述的理论并未考虑返波振荡的影响, 对于返波振荡的研究将在后续工作中进行探讨.

## 4 结论

本文对耦合腔行波管一维注波相互作用理论进行了初步研究, 并且编写了可用于耦合腔行波管设计的一维软件. 计算了 59 GHz—64 GHz 耦合腔行波管的 AM-PM 相位失真, 三阶互调以及五阶互调分量. 同时模拟得到了整个工作频带 59 GHz—64 GHz 饱和输出功率曲线, 计算结果与文献中的热测结果误差在 5% 以内. 从而验证了这一维相互作用理论的可行性.

[1] Vaughan J R M 1975 *IEEE Trans. Electron Oct.* **22** 880  
 [2] Freund H P, Antonsen T M Jr, Zaidman E G 2002 *Phys. Plasmas* **30** 1024  
 [3] Chernin D, Antonsen T M Jr, Chernyavskiy I A, Vlasov A N, Levush B, Begum R, Legarra J 2011 *IEEE Trans. Electron Apr.* **4** 1229  
 [4] Xiong X Z, Li S, Li J Y 1995 *Journal of UESTC of China* **24** 619 (in Chinese) [熊祥正, 李慎, 李家胤 1995 电子科技大学学报 **24** 619]  
 [5] Curnow H J 1965 *IEEE Trans Microwave* **13** 671  
 [6] Qiu W, Lee H J, Verboncoeur J P, Birdsall 2001 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29** 911  
 [7] Dialetis D, Chernin D P, Antonsen T M Jr, Chang C L, Levush B 2005 *IEEE Trans. Electron May.* **52** 774  
 [8] Kosmahl H G, Branch G M Jr 1973 *IEEE Trans. Electron Dev.* **20** 621  
 [9] Chernin D P, Antonsen T M Jr 2001 *IEEE Trans. Electron Dev.* **48** 3  
 [10] Chernin D P, Antonsen T M Jr, Levush B 2003 *IEEE Trans. Electron Dev.* **2540**  
 [11] Kory C L 1996 *IEEE Trans. Electron Dev.* **43** 1317  
 [12] Wilson J D, Kory C L 1995 *IEEE Trans. Electron Dev.* **42** 2015

- [13] Xiao L 2006 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Institute of Electronics, Chinese Academy of Science) (in Chinese) [肖刘 2006 博士学位论文 (北京: 中国科学院电子学研究所)]
- [14] Peng W F, Hu Y L, Yang Z H, Li J Q, Lu Q R, Li B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8478 (in Chinese) [彭维峰, 胡玉禄, 杨中海, 李建清, 陆麒如, 李斌 2010 物理学报 **59** 8478]
- [15] Peng W F, Hu Y L, Yang Z H, Li J Q, Lu Q R, Li B 2011 *Chin Phys. B* **20** 078401
- [16] Peng W F, Hu Y L, Yang Z H, Li J Q, Lu Q R, Li B 2011 *Chin Phys. B* **20** 028401
- [17] Hu Y L, Yang Z H, Li J Q, Li B, Gao P, Jin X L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6665 (in Chinese) [胡玉禄, 杨中海, 李建清, 李斌, 高鹏, 金晓林 2009 物理学报 **58** 6665]

## Calculation of beam-wave interaction of coupled-cavity TWT using equivalent circuit model\*

Bai Chun-Jiang Li Jian-Qing Hu Yu-Lu Yang Zhong-Hai Li Bin<sup>†</sup>

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vacuum Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 28 November 2011; revised manuscript received 27 February 2012)

### Abstract

A nonlinear model for the numerical simulation of coupled-cavity traveling wave tube is described. The model is based on the Curnow equivalent circuit from which the matrix equations for the fields of any single cavity can be obtained. And the model can be divided into the matrix equations, the motion equations and the space-charge field equations, in which the sever, dynamic tapering in the circuit and the multiple-frequency signal amplification can be also considered. The simulation is used to analyze the nonlinear AM-PM distortion and the intermodulation products of a coupled cavity TWT whose working frequencies range from 59 GHz to 64 GHz. And the analysis of the saturated output power within the frequency band is also included. Comparing the simulation results with the measurements, the percentage difference between the calculation results and the test results is less than 5%.

**Keywords:** coupled cavity TWTs, beam-wave interaction, nonlinear theory, equivalent circuit

**PACS:** 84.40.Fe, 13.40.Ks

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60801029, 10876005, 60931001, 61071030, 10905009).

<sup>†</sup> E-mail: libin@uestc.edu.cn