

# 关于电路量子电动力学系统中光子自由度的消除方案\*

孟建宇 王培月 冯伟 杨国建 李新奇†

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

(2011年12月27日收到; 2012年3月13日收到修改稿)

基于超导传输线和超导量子比特相互耦合的电路量子电动力学 (quantum Electrodynamics, QED) 系统, 是目前固态量子信息领域的一个倍受关注的物理系统, 也是研究量子测量和量子控制的理想实验平台. 由于其中涉及的驱动场和超导传输线谐振腔支持的光子频率都在微波区, 在量子测量和量子控制研究中往往遇到大量光子数引起的状态空间维数过大带来的数值模拟方面的困难. 为了避免这个困难, 往往采取“消除”光子自由度的办法, 建立一个只保留量子比特状态自由度的有效描述方案. 本文通过对单比特的量子测量动力学的数值模拟, 检验了“绝热消除”和“极化子变换”两种方案的适用条件. 结果表明, 在量子非破坏 (quantum non-demolition, QND) 测量情况下, 极化子变换精确适用于任意驱动强度和任意 (光子) 泄漏速率微腔; 但在非 QND 测量情况下, 极化子变换相对通常的绝热消除方案, 并无优势. 在强泄漏微腔和弱耦合情况下, 两种消除光子自由度的方法都可以较好地描述测量动力学; 但如果微腔光子泄漏速率不是很大或量子比特与微腔耦合较强, 则需要纳入光子自由度做完整模拟, 此时的量子测量属性是一个尚待研究的课题.

**关键词:** 电路 QED, 绝热消除, 极化子变换, QND 测量

**PACS:** 03.67.Bg, 32.80.Qk, 42.50.Lc, 42.50.Pq

## 1 引言

由于具备良好的量子相干性和可集成性, 基于超导传输线和超导 Josephson 结耦合构成的超导微电路是目前最受重视的固态量子信息处理系统之一, 同时它还具有其他诱人的量子器件应用价值. 这个超导微电路通常被称为电路量子电动力学 (circuit quantum electrodynamics, 简称 cQED) 系统<sup>[1,2]</sup>, 因为它可以看成是基于原子的光学 Cavity-QED 系统的固态对应物<sup>[3]</sup>, 即基于超导 Josephson 结的量子比特 (qubit) 对应人工原子, 与之耦合的 (一维) 超导传输线对应光学微腔, 见图 1 所示. 基于这个固态量子电路系统, 近年来的研究取得了一系列重要进展, 例如, 观察到了微波光子的“类-粒子”特性<sup>[4]</sup>; 实现了单光子态<sup>[5]</sup> 和 Fock 态<sup>[6]</sup> 的

产生; 观察到了 Berry 相<sup>[7]</sup>; 实现了人工单原子激光<sup>[8]</sup>; 研究了量子测量和退相干之间的基本量子极限问题<sup>[9,10]</sup>; 实现了微波光子诱导的双量子比特之间的有效耦合和基本量子逻辑门操作<sup>[11]</sup>; 等等.

另一方面, 以上的电路 QED 系统, 由于超导量子比特和传输线之间可以实现强耦合, 以及各子系统优越的可控制性能, 使该复合结构特别适合用于量子测量和量子控制方面的研究<sup>[12-14]</sup>. 为了实现有效的量子测量, 这个系统需要较强的微波驱动, 从而在整个测量过程中, 微腔中存在着较大数目的光子数. 在理论研究中, 这将引起状态空间维数过大带来的数值模拟方面的困难. 为了简化计算, 避免这个困难, 往往采取“消除”光子自由度的办法, 建立一个只保留量子比特自由度的有效描述方案. 消除光子自由度的办法有两种, 一种是比较传统的“绝热消除”方案<sup>[15]</sup>, 另一种则是新近发展

\* 国家自然科学基金 (批准号: 101202101, 10874176) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2011CB808502, 2012CB932704) 资助的课题.

† E-mail: lixing@bnu.edu.cn

的“极化子变换”消除方法<sup>[16,17]</sup>.

本文的目的是通过对单比特的量子测量动力学做数值模拟,系统检验“绝热消除”和“极化子变换”两种消除方案的适用条件.结果表明,在量子非破坏(QND)测量情况下,极化子变换精确适用于任意驱动强度和任意(光子)泄漏速率微腔;但在非QND测量情况下,极化子变换相对通常的绝热消除方案,并无优势.在强泄漏微腔和弱耦合情况下,两种消除光子自由度的方法都可以较好地描述测量动力学;但如果微腔光子泄漏速率不很大或量子比特与微腔耦合较强,则需要纳入光子自由度做完整模拟,此时的量子测量属性是一个尚待研究的课题.

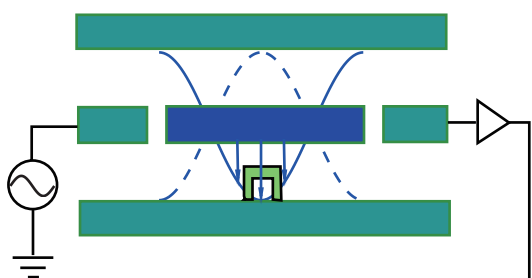


图1 含有一个人工原子的电路QED结构示意图,其中的人工原子为超导量子比特,与之耦合的微腔是一个受微波驱动的超导传输线谐振腔

## 2 系统与模型

本文所研究的电路QED系统如图1所示,其中的超导量子比特为人工两能级原子,超导传输线构成谐振腔和提供量子测量.该系统可用如下的Jaynes-Cummings(JC)模型描述<sup>[20,21]</sup>:

$$H = \omega_r a^\dagger a + \frac{\omega_q}{2} \sigma_z + \varepsilon(a^\dagger + a) + g(\sigma^- a^\dagger + \sigma^+ a). \quad (1)$$

值得指出,由于超导传输线是通过其上的(交流)电压作为控制门电压与超导量子比特耦合,所以,以上哈密顿量中的 $a^\dagger(a)$ 是交流电压量子化后的量子(光子)产生(湮灭)算符. $\omega_r$ 和 $\omega_q$ 分别是微波腔光子频率和量子比特的跃迁频率.方程(1)中的第一项和第二项分别为谐振腔和量子比特的哈密顿量;第三项描述微波驱动,其中 $\varepsilon = \epsilon_m e^{-i\omega_m t} + \text{c.c.}$ , $\epsilon_m$ 为驱动强度, $\omega_m$ 是驱动微波的频率(它通常与谐振腔频率相近);最后一项描述光子与量子比特之间的相互作用(JC模型), $g$ 为相互作用强度,

$\sigma^+(\sigma^-)$ 是qubit的状态升(降)算符.

该系统中的qubit测量方案,通常选为色散区(dispersive regime)测量.所谓色散区,是指谐振腔与原子之间的失谐量(detuning)远大于耦合强度,即 $|\Delta| = |\omega_q - \omega_r| \gg g$ .在此条件下,可以对JC哈密顿量做正则变换: $H_{\text{eff}} = U^\dagger H U$ ,其中 $U = \exp[\lambda(a^\dagger \sigma^- - a \sigma^+)]$ ,式中 $\lambda = g/\Delta$ .忽略 $g$ 的二阶以上小量,并变换到以 $\omega_m$ 频率旋转的相互作用表象,则系统的有效哈密顿量为

$$H_{\text{eff}} = \Delta_r a^\dagger a + \frac{\tilde{\omega}}{2} \sigma_z + \chi a^\dagger a \sigma_z + (\epsilon_m^* a + \epsilon_m a^\dagger), \quad (2)$$

式中, $\Delta_r = \omega_r - \omega_m$ (通常选 $\Delta_r = 0$ ), $\tilde{\omega} = \omega_q + \chi$ . $\chi = g^2/\Delta$ 是变换后谐振腔光场和qubit的有效耦合强度.可以看出,方程(1)中的相互作用项 $g(\sigma^- a^\dagger + \sigma^+ a)$ 在变换后变为 $\chi a^\dagger a \sigma_z$ .这表明,在色散区,qubit与谐振腔光场的相互作用会导致光场产生依赖于qubit状态的频率移动.这个频率移动,会引起透射微波的强度变化或位相移动,据此则可判断qubit的状态.这也正是该电路QED系统的色散测量原理.

在以上的量子测量过程中,微腔光子的随机泄漏将引起测量过程对量子比特的反作用(backaction),即测量过程不可避免的退相干效应.再考虑到qubit本身受其他环境的影响,整个系统的状态演化可由下面的量子主方程描述:

$$\dot{\rho} = -i[H_{\text{eff}}, \rho] + \kappa \mathcal{D}[a]\rho + \gamma_1 \mathcal{D}[\sigma^-]\rho + \frac{\gamma_\phi}{2} \mathcal{D}[\sigma_z]\rho, \quad (3)$$

其中的Lindblad超算符定义为 $\mathcal{D}[a]\rho = a\rho a^\dagger - 1/2\{a^\dagger a, \rho\}$ .(3)式的第二项描述光子从谐振腔的随机泄漏, $\kappa$ 为泄漏速率;第三项和第四项描述qubit受其他环境影响的退相干, $\gamma_1$ 和 $\gamma_\phi$ 分别为弛豫(relaxation)和退相(dephasing)速率.

## 3 光子自由度的消除方案

以上的量子主方程(3)含qubit和微腔光子两个子系统的自由度.当光子数较大时,数值模拟方程(3)将很耗时,并且从方程本身也不容易看出测量过程对qubit的backaction效应.如果能合理消除作为“测量仪器”一部分的微腔光子自由度,则可以克服以上两方面的不足.

### 3.1 常规的绝热消除方法

当光子从谐振腔漏出速率  $\kappa$  较大时, 通常采用以下的“绝热消除”方案.

1) 首先对主方程 (3) 做光场位移变换:  $\rho^D(t) = D^\dagger[\alpha_0]\rho(t)D[\alpha_0]$ , 其中  $D[\alpha_0] = e^{\alpha_0 a^\dagger - \alpha_0^* a}$  为位移算符, 光场位移量

$$\alpha_0 = -\frac{i\epsilon_m}{i\Delta_r + \kappa/2} \quad (4)$$

为微腔在不含 qubit 情况下, 受驱动后形成的稳态相干态参数 (即稳态为相干态  $|\alpha_0\rangle$ ). 位移变换后的主方程为

$$\begin{aligned} \dot{\rho}^D = & \mathcal{L}\rho^D - i\Delta_r[a^\dagger a, \rho^D] \\ & + \kappa\mathcal{D}[a]\rho^D - i\chi[a^\dagger a\sigma_z, \rho^D] \\ & - i\chi[(\alpha_0^* a + \alpha_0 a^\dagger)\sigma_z, \rho^D], \end{aligned} \quad (5)$$

其中的超算符  $\mathcal{L}$  定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\rho^D = & -i\frac{\tilde{\omega}}{2}[\sigma_z, \rho^D] - i\chi|\alpha_0|^2[\sigma_z, \rho^D] \\ & + \gamma_1\mathcal{D}[\sigma^-]\rho^D + \frac{\gamma_\phi}{2}\mathcal{D}[\sigma_z]\rho^D. \end{aligned} \quad (6)$$

2) 经过上面的位移变换后, 光子数将变得很少, 于是我们可以将密度矩阵按光子数 Fock 态做如下展开:

$$\begin{aligned} \rho^D = & \rho_{00}|0\rangle\langle 0| + \rho_{10}|1\rangle\langle 0| + \rho_{01}|0\rangle\langle 1| \\ & + \rho_{11}|1\rangle\langle 1| + \rho_{20}|2\rangle\langle 0| + \rho_{02}|0\rangle\langle 2|, \end{aligned} \quad (7)$$

代入方程 (5), 可以得到各密度矩阵元  $\rho_{nm}$  的演化方程. 进一步, 对光子自由度求迹, 定义只含 qubit 自由度的约化密度矩阵  $\rho = \text{Tr}[\rho^D] = \rho_{00} + \rho_{11}$ , 可得如下关于  $\rho$  的有效主方程:

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}\rho + \frac{\Gamma_d}{2}\mathcal{D}[\sigma_z]\rho, \quad (8)$$

其中

$$\Gamma_d = \frac{2\kappa|\alpha_0|^2\chi^2}{\Delta_r^2 + \kappa^2/4} \quad (9)$$

刻画了测量导致的退相干速率.

3) 与上面的状态方程“绝热消除”光子自由度相对应, 我们还可以对测量 (光) 电流表达式做光子自由度的绝热消除. 在色散测量中, 通常用 homodyne 方案测量微腔中的光子状态 (从而推测 qubit 的状态), 相应的输出电流为 [24]

$$J(t) = \sqrt{\kappa}\langle a e^{-i\phi} + a^\dagger e^{i\phi} \rangle_t + \xi(t), \quad (10)$$

其中  $\phi$  为本地参考光 (local oscillator) 与谐振腔中漏出光子的相对位相,  $\langle \dots \rangle_t$  定义为对微腔光子态

的平均. 由于这里表达的是单次测量实现 (单条量子路径) 的结果, 所以其中的“微腔光子态”是依赖测量结果的条件量子态 (它们的系综平均是上面的“非条件量子态”). 式中  $\xi(t)$  是高斯白噪声, 源于单次测量中量子态的随机塌缩 (collapse), 它的平均值  $E[\xi(t)] = 0$ , 关联函数  $E[\xi(t)\xi(t')] = \delta(t-t')$ . 利用上面的方法, 消除光子自由度, 测量电流可重新表达为

$$J(t) = -\sqrt{\Gamma_{ci}}\langle \sigma_z \rangle_t + \xi(t), \quad (11)$$

其中  $\Gamma_{ci} = \frac{4\kappa\chi^2 X^2}{\Delta_r^2 + \kappa^2/4}$ ,  $X = \text{Re}[\alpha_0^* e^{i(\phi-\theta)}]$ ,  $\theta = \arctan(\kappa/2\Delta_r)$ .  $\Gamma_{ci}$  的物理意义为量子测量的信息获取速率.

### 3.2 极化子变换消除方法

上面的绝热消除方案, 光场位移变换中的“位移量”不依赖 qubit 状态. 对这个缺点的一个可能改进是, 让“位移量”依赖 qubit 状态, 即采用所谓的“极化子变换”消除方案. 极化子变换消除光子自由度的主要步骤和结果如下.

1) 对主方程 (3) 做位移变换,  $\rho^P = P^\dagger \rho P$ , 其中

$$P(t) = \Pi_e D[\alpha_e(t)] + \Pi_g D[\alpha_g(t)], \quad (12)$$

这里的位移算符  $D[\alpha]$  与前面相同, 定义为  $D[\alpha] = e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a}$ . 但方程 (12) 中两个位移量依赖 qubit 状态, 具体表现为与 qubit 状态投影算符  $\Pi_j = |j\rangle\langle j|$  ( $j = e, g$ ) 相关联. 含时位移量  $\alpha_{e(g)}(t)$  对应 qubit 处于  $|e\rangle(|g\rangle)$  态的微腔光场相干态参数, 其演化方程满足

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_e(t) = & -i\epsilon_m - i(\Delta_r + \chi)\alpha_e(t) - \kappa\alpha_e(t)/2, \\ \dot{\alpha}_g(t) = & -i\epsilon_m - i(\Delta_r - \chi)\alpha_g(t) \\ & - \kappa\alpha_g(t)/2. \end{aligned} \quad (13)$$

经过上面的位移变换后, 主方程为

$$\begin{aligned} \dot{\rho}^P = & -i\frac{\tilde{\omega} + \tilde{B}}{2}[\sigma_z, \rho^P] - i(\Delta_r + \chi\sigma_z)[a^\dagger a, \rho^P] \\ & + \gamma_1\mathcal{D}[\sigma_- D^\dagger(\alpha_g)D(\alpha_e)]\rho^P \\ & + (\gamma_\phi + \Gamma_m/2)\mathcal{D}[\sigma_z]\rho^P/2 \\ & + \kappa\mathcal{D}[a]\rho^P + \frac{\kappa\beta}{2}[\sigma_z, \rho^P]a^\dagger \\ & + \frac{\kappa\beta^*}{2}a[\rho^P, \sigma_z], \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\Gamma_m(t) = \kappa|\beta|^2$ ,  $\tilde{B}(t) = (\beta\epsilon_m^* + \beta^*\epsilon_m)/2 + \kappa\text{Im}[\alpha_g\alpha_e^*]$ ,  $\beta(t) = \alpha_e(t) - \alpha_g(t)$ .

2) 将位移后的密度矩阵对光子自由度求迹, 然后再按 qubit 基矢展开:

$$\begin{aligned} \rho &= \text{Tr}[\rho^P] \\ &= \sum_n [\rho_{n,n,e,e}^P |e\rangle\langle e| + \rho_{n,n,g,g}^P |g\rangle\langle g|] \\ &\quad + \sum_{n,m} [\lambda_{n,m,m,n} |e\rangle\langle g| + \lambda_{m,n,n,m}^* |g\rangle\langle e|], \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\lambda_{n,m,p,q} = \rho_{n,m,e,g}^P \langle p|D(\beta)|q\rangle \exp(-i\text{Im}[\alpha_g\alpha_e^*])$ . 结合方程 (14) 和 (15), 并特别考虑到位移变换后光子数已经为零, 可得消除光场自由度后量子比特的有效主方程:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -i\frac{\tilde{\omega} + B(t)}{2}[\sigma_z, \rho] + \gamma_1\mathcal{D}[\sigma^-]\rho \\ &\quad + \gamma_\phi\mathcal{D}[\sigma_z]\rho/2 + \Gamma_d(t)\mathcal{D}[\sigma_z]\rho/2, \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $\Gamma_d(t) = 2\chi\text{Im}[\alpha_g(t)\alpha_e^*(t)]$  为测量 back-action 引起的量子比特退相干速率,  $B(t) = 2\chi\text{Re}[\alpha_g(t)\alpha_e^*(t)]$  描述了 ac-Stark 效应引起的量子比特能级移动.

3) 对 homodyne 电流表达式 (10) 重复以上的极化子变换消除方案, 结果为

$$J(t) = -\sqrt{\Gamma_{ci}}\langle\sigma_z\rangle_t + \xi(t), \quad (17)$$

式中  $\Gamma_{ci}(t) = \kappa|\beta(t)|^2 \cos^2(\phi - \theta_\beta)$  刻画了信息获取速率.

小结: 以上两种消除方案得到的有效主方程 (8) 和 (16) 形式相同, 但其中的测量 backaction 引起的退相干速率不同; 相应地, 测量电流中的信息获取速率也不相同.

#### 4 包含光子自由度的测量动力学分析

在细致检验以上两种消除光子自由度方案的精确性之前, 本节先考察 qubit 和微腔光场在测量过程中的耦合演化动力学. 我们将特别联系“薛定谔猫佯谬”做一些讨论, 因为这是一个很好的分析系统, 能揭示薛定谔猫佯谬中的一些关键问题.

在色散测量情况下, qubit 与微腔光子的有效作用形式为  $\chi a^\dagger a \sigma_z$ , 这将导致 qubit 处于状态  $|e\rangle$  (或  $|g\rangle$ ) 时, 光子频率有  $\chi$  (或  $-\chi$ ) 的移动. 在微波驱动和微腔光子泄漏的共同作用下, 相应的微腔光场相干态  $|\alpha_{e(g)}(t)\rangle$  中的相干态参数满足微分方

程 (13). 其解为

$$\alpha_{e(g)}(t) = \alpha_{e(g)}^{(s)} [1 - W(t)] + \alpha_e(t) W(t), \quad (18)$$

其中  $W(t) = e^{-i(\Delta_r \pm \chi)t - \kappa t/2}$ ,  $\alpha_{e(g)}^{(s)} = -i\epsilon_m/[i(\Delta_r \pm \chi) + \kappa/2]$  为稳态解.

现在考虑, 如果 qubit 的初态为  $c_e|e\rangle + c_g|g\rangle$ , 按照简单的量子耦合相互作用下的纠缠演化规则, 耦合系统的终态似乎应为:  $c_e|e\rangle \otimes |\alpha_e^{(s)}\rangle + c_g|g\rangle \otimes |\alpha_g^{(s)}\rangle$ . 可以看出, 该态正是“薛定谔猫佯谬”中出现的纠缠态, 即  $|\alpha_{e(g)}^{(s)}\rangle$  对应猫的“死(活)”状态. 差别在于, “薛定谔猫佯谬”中猫的“死(活)”状态难以有确切的量子刻画, 而这里的“仪器特征态”(相干态)意义则非常明确.

下面分析说明耦合演化的结果不会是上面的纠缠纯态. 问题的关键在于: 微腔光子的“泄漏”, 意味着微腔光子与“外界”有耦合, 且这个“外界”是一个无穷自由度的连续谱系统; 我们在描述 qubit 和微腔光场的联合演化时, 没有计入这些“无穷自由度”. 这相当于在“薛定谔猫佯谬”中, 我们没有计入除猫的“死(活)”特征以外的“(无穷)微观自由度”. 这种对无穷多微观态的忽略, 是导致量子叠加态退相干的根本原因. 基于以上认识, 对本文的模型系统, 在 qubit 无翻转情况下, 我们对包含微腔光子自由度的密度矩阵做如下严格展开:

$$\begin{aligned} \varrho(t) &= c_{ee}|e\rangle\langle e| \otimes |\alpha_e(t)\rangle\langle\alpha_e(t)| \\ &\quad + c_{gg}|g\rangle\langle g| \otimes |\alpha_g(t)\rangle\langle\alpha_g(t)| \\ &\quad + c_{eg}(t)|e\rangle\langle g| \otimes |\alpha_e(t)\rangle\langle\alpha_g(t)| \\ &\quad + c_{ge}(t)|g\rangle\langle e| \otimes |\alpha_g(t)\rangle\langle\alpha_e(t)|. \end{aligned} \quad (19)$$

代入方程 (3), 可得解析解

$$c_{eg}(t) = c_{eg}\mathcal{B}_{eg}(t) e^{-i\tilde{\omega}t - D(t)}, \quad (20)$$

其中  $\mathcal{B}_{eg}(t) = [(\alpha_g(t)|\alpha_e(t))]^{-1}$ ,  $D(t) = 2i\chi \int_0^t \alpha_e(s)\alpha_g^*(s)ds$ . 显然,  $c_{ge}(t) = c_{eg}^*(t)$ . 在以上结果中,  $c_{ee} = |c_e|^2$ ,  $c_{gg} = |c_g|^2$ ,  $c_{eg} = c_e^*c_g$  以及  $c_{ge} = c_g^*c_e$ . 根据 (18) 式给出的解析解, 可以进一步得到

$$\begin{aligned} D(t) &= \frac{2i\chi c_m^2}{(i\chi + \kappa/2)^2} \\ &\quad \times \left[ t - \frac{3}{4} \left( \frac{2 - 4\nu(t) + \nu^2(t)}{i\chi - \kappa/2} \right) \right], \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $\nu(t) = e^{-i\chi t - \kappa t/2}$ . 容易检验,  $\text{Re}D(t) > 0$ , 表明反映量子相干性的非对角项  $c_{eg}(t)$  将随时间衰减. 比较前面的经极化子变换消除光子自由度

后的有效主方程 (16), 其中的退相干速率  $\Gamma_d(t) = 2\chi\text{Im}[\alpha_g(t)\alpha_e^*(t)]$  应与这里的  $\text{Re}D(t)$  有基本相同的物理含义. 可以证明, 在长时间极限下, 两者完全相同, 逼近一个共同的退相干常数速率. 但在短时间尺度上, 由于猫态  $\alpha_e(t)$  和  $\alpha_g(t)$  相互不正交, 导致约化 qubit 状态和关联猫态的联合状态在高度非马尔科夫退相干过程中, 行为并不严格相同. 当 (测量) 时间足够长后, 系统最终退相干为混合态:  $\rho = c_{ee}|e\rangle\langle e| \otimes |\alpha_e\rangle\langle\alpha_e| + c_{gg}|g\rangle\langle g| \otimes |\alpha_g\rangle\langle\alpha_g|$ . 这个结果告诉我们, “薛定谔猫佯谬” 含有 “死” “活” 的纠缠纯态在忽略大量微观自由度的情况下是不存在的.

关于 “薛定谔猫佯谬”, 更加困难的问题在于: 如果保留 “微观自由度”, 情况会怎样呢? 在此, 我们提供一种试探性理解. 其实, “死” “活” 叠加态 (量子纯态) 与 (完全) 统计混合态, 仅在 “原始” 的死活表象下看, 并无可观察意义上的差别 (或者说显示不出差别); 但在某种 “旋转” 后的另外一个 “死活” 表象下看, 则有差别, 即纯态有量子干涉效应, 统计混合态则没有. 关于量子干涉效应, 可以有如下理解: 对于量子统计系综, 样本之间有 “量子关联 (默契)”; 而经典的统计系综的样本之间, 则无这种关联 (默契). 当原始的 “死活状态” 各自耦合上一个无穷自由度的 “环境状态” 后, 在 “旋转表象” 观察 “死活” 时, 环境状态无法对应, 结果就导致了样本之间的 “量子关联 (默契)” 消失. 我们认为, 这可以是理解 “薛定谔猫佯谬” 的一个方法.

回到本文研究的系统, 为了进一步演示 “猫态” 怎样受 qubit 状态的影响, 我们在图 2 中描绘了微腔光场密度矩阵  $\tilde{\rho} = \text{Tr}_{\text{qubit}}[\rho(t)]$  在相干态表象下的准概率分布函数, 即  $Q$  函数  $Q(\alpha) = \langle\alpha|\tilde{\rho}|\alpha\rangle/\pi$  随时间的变化情况. 我们假定初态为  $1/\sqrt{2}(|e\rangle+|g\rangle)\otimes|\alpha_0\rangle$ , 其中  $|\alpha_0\rangle$  为没有耦合 qubit 情况下的微腔光场稳态, 相干态参数  $\alpha_0$  由方程 (4) 给出. 图 2(a) 给出了该初始相干态的  $Q$  函数等高线图; 图 2(b) 和 2(c) 则分别为  $t = 2\kappa^{-1}$  和  $t = 3\kappa^{-1}$  的光场分布函数; 图 2(d) 为稳态光场分布函数, 它对应着  $|\alpha_g\rangle$  和  $|\alpha_e\rangle$  的完全统计混合态.

## 5 量子非破坏测量

上面的 “薛定谔猫佯谬” 分析中所考虑的测量, qubit 初态处于量子叠加态, 而在测量过程中, qubit 状态无翻转. 这实际上是一种比较简单的量子非

破坏测量模式. 下面我们比较分析绝热消除和极化子变换两种方法在这种测量情况下的准确程度. 由于在 QND 测量情况下, qubit 初始叠加态的两个分量的占据几率不变 (qubit 状态无翻转), 测量只引起两个叠加分量之间的退相干, 所以我们只需分析比较 qubit 约化密度矩阵非对角元  $\rho_{eg}$  的演化. 假定 qubit 初态为  $(|e\rangle+|g\rangle)/\sqrt{2}$ , 图 2 分别做出了含微腔光子自由度的主方程严格演化结果, 常规的绝热消除方法结果, 以及基于极化子变换的光子自由度消除方案的结果.

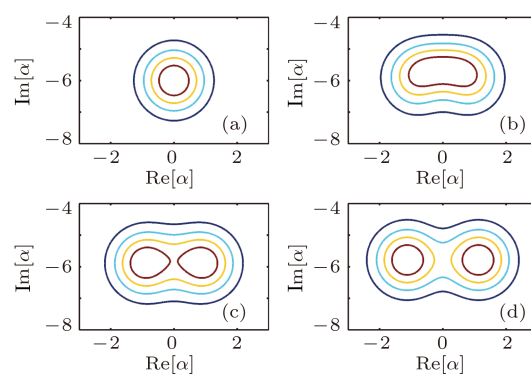


图 2 微腔光场密度矩阵的  $Q$  函数在不同时刻的等高线图 (a)  $t = 0$ ; (b)  $t = 2\kappa^{-1}$ ; (c)  $t = 3\kappa^{-1}$ ; (d) 稳态; 系统参数:  $\Delta_r = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ,  $\kappa = 1.0$ ,  $\epsilon_m = 3.0$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_\phi = 0$ ; 光场初态设定为没有 qubit 影响的稳态 (相干态)  $|\alpha_0\rangle$ ; 此图以及后面各图的数值结果, 都采用以  $\kappa$  为单位的约化单位制

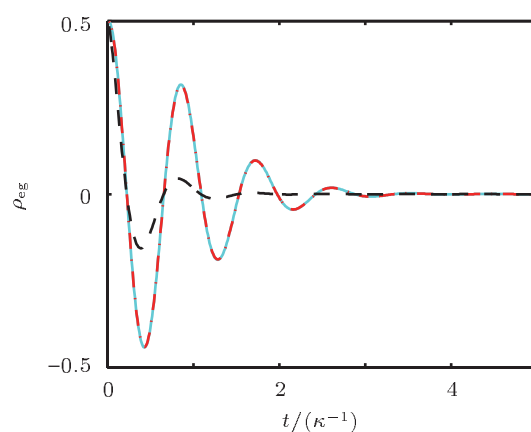


图 3 量子比特 (约化) 密度矩阵非对角元  $\rho_{eg}$  的时间演化对比图, 其中包括含光子自由度的主方程计算结果 (实线), 极化子变换消除光子自由度后的等效主方程结果 (点虚线), 以及绝热消除光子自由度后的等效主方程结果 (虚线); 量子比特初态设为  $(|e\rangle+|g\rangle)/\sqrt{2}$ ; 系统参数设为:  $\Delta_r = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ,  $\kappa = 1.0$ ,  $\epsilon_m = 3.0$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_\phi = 0$

首先我们看到, 在所用的参数条件下, 绝热消除方法得到的结果与严格模拟结果偏离很大. 其根本原因在于, 在通常的绝热消除方案中, 当

我们对微腔光场做位移变换时, 没有考虑 qubit 的影响, 即无论 qubit 处于  $|e\rangle$  或  $|g\rangle$  态, 位移变换中的位移量始终是  $\alpha_0 = -\frac{i\epsilon_m}{i\Delta_r + \kappa/2}$ . 这将导致位移变换后, 光场并不十分接近真空态  $|0\rangle$ . 于是之后按光子数的“小量”展开近似程度不好, 导致了图 3 所示的较大偏差. 为了更清楚地理解这个问题, 考虑新的位移变换: 让绝热消除中光场位移变换的位移量  $\alpha_0$  改为  $\alpha_e^{(s)}$ , 后者为 qubit 处于  $|e\rangle$  态时光场稳态  $|\alpha_e^{(s)}\rangle$  的相干态参数, 即  $\alpha_e^{(s)} = -\frac{i\epsilon_m}{i(\Delta_r + \chi) + \kappa/2}$ . 可以证明, 经过位移变换消除光子自由度后, (量子路径) 系综平均电流结果为

$$\begin{aligned} \bar{J}(t) = & -\frac{2\chi\text{Re}(\alpha_e^* e^{-i\theta})}{\sqrt{(\Delta_r + \chi)^2 + \kappa^2/4}} [\langle\sigma_z\rangle - 1] \\ & + 2\text{Re}(\alpha_e), \end{aligned} \quad (22)$$

式中  $\theta = \arctan[\kappa/2(\Delta_r + \chi)]$ ; 且在推导中, 我们已取本地光参考相位  $\phi = 0$ . 我们看到, 当 qubit 处于  $|e\rangle$  时,  $\bar{J}(t) = 2\text{Re}[\alpha_e]$ , 与含光子自由度的严格处理结果  $J_e^s$  相同. 但当 qubit 处于叠加态例如  $1/\sqrt{2}(|e\rangle + |g\rangle)$  时, 在通常的绝热消除方案中, 无法找到合适的位移量, 即无论  $\alpha_0$  还是  $\alpha_{e(g)}^{(s)}$  都不好, 并且腔内光场在达到稳态之前的随时间变化行为也未考虑. 所有这些缺陷, 导致了图 3 中的较大差异.

如 3.2 开头所述, 在 QND 测量情况下, 极化子变换方法可以克服以上缺点. 由于极化子变换中的光场位移算符为  $P(t) = \Pi_e D[\alpha_e(t)] + \Pi_g D[\alpha_g(t)]$ , 其中 qubit 投影算符  $\Pi_{e(g)} = |e(g)\rangle\langle e(g)|$ , 它建立了光场位移变换的位移量  $\alpha_{e(g)}(t)$  与 qubit 状态  $|e(g)\rangle$  的关联; 同时, 其中的位移参数还依赖时间, 具体由方程 (18) 决定. 将如此设计的位移变换应用于所考虑的 QND 测量, 即将变换算符  $P(t)$  作用于密度矩阵 (19) 上:

$$\begin{aligned} P\rho(t)P^\dagger = & c_{ee}|e\rangle\langle e| \otimes D[\alpha_e(t)] \\ & \times |\alpha_e(t)\rangle\langle\alpha_e(t)| D^\dagger[\alpha_e(t)] \\ & + c_{gg}|g\rangle\langle g| \otimes D[\alpha_g(t)] \\ & \times |\alpha_g(t)\rangle\langle\alpha_g(t)| D^\dagger[\alpha_g(t)] \\ & + c_{eg}(t)|e\rangle\langle g| \otimes D[\alpha_e(t)] \\ & \times |\alpha_e(t)\rangle\langle\alpha_g(t)| D^\dagger[\alpha_g(t)] \\ & + c_{ge}(t)|g\rangle\langle e| \otimes D[\alpha_g(t)] \\ & \times |\alpha_g(t)\rangle\langle\alpha_e(t)| D^\dagger[\alpha_e(t)]. \end{aligned} \quad (23)$$

由此可见, 各项中的光场相干态均被位移至严格的真空态  $|0\rangle$ , 位移空间中的光子数为 0, 因而之后的光子自由度消除不再有任何近似, 是完全严格的. 这就是图 3 中极化子变换结果与含光子自由度的主方程严格模拟结果完全符合的原因.

因此, 我们可以得到如下结论: 对于 qubit 无翻转的 QND 测量, 利用极化子变换可以严格消除光子自由度, 得到严格的 qubit 约化动力学方程 (16). 特别重要的是, 由此获得的测量 backaction 引起的退相干速率  $\Gamma_d(t) = 2\chi\text{Im}[\alpha_g(t)\alpha_e^*(t)]$  依赖时间, 有典型的非马尔科夫特性. 而通常的绝热消除方案, 即使在 QND 测量下也不准确, 由它所导出的 qubit 约化动力学方程与 qubit 的实际测量动力学有很大偏差, 其中所反映的测量 backaction 引起的退相干速率为常数, 与时间无关, 对应着高度的马尔科夫近似. 由下面的模拟分析可以看出, 只有在光子泄漏速率  $\kappa$  较大或 qubit 与微腔耦合较弱的情况下, 微腔中光场动力学无明显“结构”, 此时通常的绝热消除方案中的“常数位移”变换可以较好地消除光子自由度, 得到较准确的 qubit 约化密度矩阵方程.

## 6 量子相干振荡的测量

下面进一步考虑 qubit 量子相干振荡 (Rabi 振荡) 的测量动力学. 与此类似的一个装置, 是用介观输运仪器如量子点接触 (quantum point contact, 简称 QPC) 或单电子晶体管 (single electron transistor, 简称 SET), 对电荷量子比特进行测量. 在过去大约十五年中, 对这个系统进行研究的一个核心问题是测量 qubit 的相干振荡, 因为它在 QPC 或 SET 的输运电流功率谱中有特征结构. 人们对这个问题做了极其细致深入的研究, 获得了许多有益的认识<sup>[20–23]</sup>. 本文所研究的电路 QED 系统, 其对 qubit 的测量原理和以上两个介观输运仪器非常类似, 但对它的测量动力学和测量效率的了解还远不如 QPC/SET 深入. 因此, 作为研究的第一步, 有必要对 qubit 量子振荡测量动力学给出描述. 原则上, 在测量动力学的模拟研究中, 应对 qubit 和微腔光子自由度做全面描述. 但不同于 QPC 或 SET, 这里的微腔光子有可能涉及巨大的 Hilbert 空间, 将给测量动力学特别是量子路径模拟以及量子反馈控制研究带来困难. 因此, 人们十分希望能消除微腔光子自由度, 建立仅含 qubit 自由度的简化描述. 下面分别考察通常的绝热消除方案和极化子变换方法

在这个问题中的应用, 比较它们与严格模拟计算结果的差别, 并由此得出若干结论.

前面所讨论的 QND 测量过程, qubit 状态没有翻转. 现在引入 qubit 的量子相干振荡 (Rabi 振荡) 项  $\Omega_R \sigma_x / 2$ , 它具体可以通过操作超导 qubit 中的若干物理控制参量来实现. 在数值模拟中, 分别将此加入前面的全自由度量子主方程 (3)、绝热消除光子自由度后的量子主方程 (8)、以及极化子变换消除光子自由度后的量子主方程 (16) 即可. 图 4 是相关的结果比较, 其中主要比较了不同 Rabi 振荡频率下 qubit 约化密度矩阵对角元和非对角元的结果. 我们发现, 当 qubit 振荡较快时, 无论是通常的绝热消除方案, 还是前面 QND 测量中效果很好的极化子变换消除方法, 都不能恰当地描述量子测量下 qubit 的约化动力学行为. 只有在 qubit 振荡较慢时, 这两个方法才可以给出较好的结果. 其中的原因是当 qubit 振荡较快时, 微腔光场的变化跟不上 qubit 状态变化.

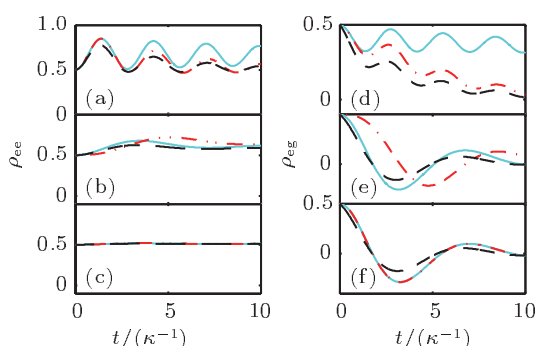


图 4 量子比特相干振荡测量下, 密度矩阵对角元和非对角元的时间演化对比图. 其中包括含光子自由度的主方程计算结果 (实线), 极化子变换消除光子自由度后的等效主方程结果 (点虚线), 以及绝热消除光子自由度后的等效主方程结果 (虚线); 量子比特初态设为  $1/\sqrt{2}(|e\rangle + |g\rangle)$ ; 系统参数设为  $\Delta_r = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ,  $\kappa = 1.0$ ,  $\epsilon_m = 1.0$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_\phi = 0$ ; 图 (a)—(c) 和 (d)—(f) 分别对应 Rabi 振荡频率  $\Omega_R = 2.0, 0.2, 0.02$

为了更清楚地说明这个问题, 如果我们假定微腔光场可以跟上 qubit 状态的变化, 则可以用 qubit 约化密度矩阵构造一个虚拟的微腔光场, 然后和实际光场对比, 比较二者之间的差别. 因为极化子变换的核心思想是让位移变换中的位移参数“同步”地依赖 qubit 状态所决定的微腔光场相干态, 因而在这种“理想同步”的情况下, 整个联合系统的状态应该满足方程 (19). 在图 5 中, 通过由微腔光场决定的 homodyne 光电流  $\text{Tr}[(a + a^\dagger)\rho(t)]$ , 分别做出

了真实光场和“理想构造光场”所对应的光电流结果. 我们发现, 二者并不相同, 其中理想的构造光场紧随 qubit 的 Rabi 振荡而振荡, 但实际光场确并不明显振荡, 表明实际光场不能同步地跟上 qubit 的状态变化. 这种差别随着 qubit 振荡频率的增大而增大, 同时也表明极化子变换消除光子自由度的方法也将更加失效.

最后, 我们 (数值) 证明, 当微腔光子泄漏速率逐渐增大时, 本文所讨论的两种消除光子自由度的方法都将逐步成立. 图 6 给出了消除光子自由度后的等效主方程和含光子自由度主方程的结果随光子泄漏速率  $\kappa$  的变化情况. 从中可以看出, 随着  $\kappa$  的增大, 绝热消除方法和极化子变换方法的结果都逐渐与严格结果符合. 其中的物理原因是因为当光子泄漏速率  $\kappa$  较大时, 微腔光场依赖 qubit 变化的含时“动力学”将逐步消失, 微腔光场基本处于稳态相干态  $|\alpha_0\rangle$  附近; 另外,  $|\alpha_e(t)\rangle$  和  $|\alpha_g(t)\rangle$  也与  $|\alpha_0\rangle$  非常接近. 在这种情况下, 经过位移变换后, 微腔光子数都接近零, 因此两种消除光子自由度的方法都很好. 但由于通常的绝热消除方法更加简单, 而极化子变换在 qubit 状态有振荡时又无明显优势, 所以此时采用通常的绝热消除方法即可.

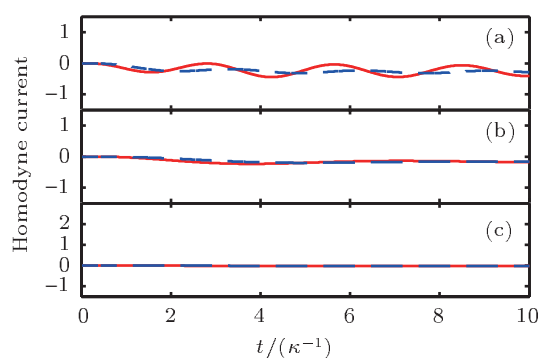


图 5 用实际微腔光场 (虚线) 和构造光场 (实线) 计算的 homodyne 电流. 系统参数:  $\Delta_r = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ,  $\kappa = 1.0$ ,  $\epsilon_m = 1.0$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_\phi = 0$ . 量子比特初态设为  $1/\sqrt{2}(|e\rangle + |g\rangle)$ ; 图 (a)—(c) 分别为 Rabi 振荡频率  $\Omega_R = 2.0, 0.2, 0.02$  下的结果对比

以上所讨论的光子泄漏速率  $\kappa$  很大的测量, 实际上对应着一种量子“弱测量”, 因为其中的微腔光场很微弱地依赖 qubit 的状态. 由此可以类推, 如果光子泄漏速率  $\kappa$  并不很大, 但如果 qubit 与微腔光场耦合很弱, 这也是一种量子弱测量, 此时两种消除光子自由度的方法也都适用. 值得指出, “量子弱测量”也是一种非常有用的测量手段 [24]. 对于本文

所讨论的电路 QED 系统, 在对 qubit 进行量子弱测量的情况下, 我们可以很好地消除微腔光子自由度, 得到等效的只含 qubit 自由度的量子路径方程, 并在此基础上实现对 qubit 量子相干振荡的量子反馈控制, 相关的控制方法可以参阅文献 [25,26]. 另外, 利用所得到的简化量子路径方程, 还可以进行其他有益的量子反馈控制, 例如实现多个 qubit 纠缠态的制备和稳定 [13,14].

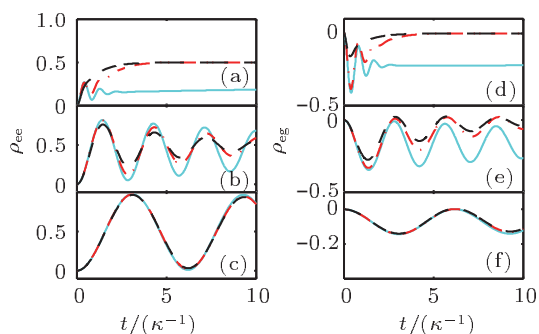


图 6 微腔光子具有不同泄漏速率 ( $\kappa$ ) 情况下的量子比特相干振荡测量 其中包括: 含光子自由度的主方程计算结果 (实线), 极化子变换消除光子自由度后的等效主方程结果 (点虚线), 以及绝热消除光子自由度后的等效主方程结果 (虚线); 系统参数为  $\Delta_r = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ,  $\Omega_R = 2.0$ ,  $\epsilon_m = 1.0$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_\phi = 0$ ; 图 (a)–(c) 和 (d)–(f) 分别为微腔光子泄漏速率  $\kappa = 0.5, 1.0, 2.0$ , 密度矩阵对角元和非对角元的相应结果

## 7 结论

通过对量子测量动力学的数值模拟, 本文研究了由超导传输线和超导量子比特耦合构成的电路 QED 系统中关于微腔光子自由度的两种消除方案的适用条件. 结果表明, 在 QND 测量情况下, 极化子变换精确适用于任意驱动强度和任意光子泄漏速率微腔. 但是, 在 qubit 有翻转例如相干振荡

情况下, 极化子变换相对通常的绝热消除方案, 并无优势. 在强泄漏微腔或弱耦合 (即量子测量为弱测量) 情况下, 两种消除光子自由度的方法都可以较好地描述测量动力学, 但绝热消除方案更加方便适用. 另外, 结合本文的测量系统, 我们还分析了与 QND 测量相对应的薛定谔猫佯谬问题.

如果微腔光子泄漏速率不是很大或量子比特与微腔耦合较强, 在实际应用问题的研究中, 则需要纳入微腔光子自由度做完整动力学模拟. 由于所涉及的驱动场和超导传输线谐振腔支持的光子频率都在微波区, 将遇到大量光子数引起的状态空间维数过大带来的数值模拟方面的困难. 因此, 在未来的研究中, 有必要发展更为有效的理论方法克服这方面的困难, 例如在光场相干态表象中建立 Fokker-Planck 方程, 然后用其他关于连续变量的偏微分方程分析和数值模拟方法求解相关问题. 值得指出, 在这种情形下, 本文所讨论的电路 QED 系统的量子测量属性更是一个值得深入研究的课题.

最后简要指出, 本文讨论的两种光子消除方案中所用的光场位移变换都属么正变换. 么正变换不会改变物理本质, 不同的变换应给出相同的物理结果. 所以, 对于我们的问题, 两种位移变换后得到的方程 (5) 和 (14) 都是严格的. 如果就用这两个方程做模拟计算, 将给出完全相同的 qubit 动力学. 本文中, 两种位移变换在一些参数情况下导致后来的结果有很大的差别, 原因不在变换本身是否有近似, 而在于这之后在主方程中做的“消除光子自由度”的后续处理. 还需注意, 由于两种光场位移变换都只含光子算符, 不含 qubit 算符, 所以可以直接在两种不同的“变换表象”中比较 qubit 的状态演化动力学. 另外, 我们所讨论的两个变换在初始时刻其实是相同的, 所以变换后包括微腔光场在内的整个系统的初态是相同的.

- [1] Blais A, Huang R S, Wallraff A, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062320
- [2] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, Frunzio L, Huang R S, Majer J, Kumar S, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Nature* **431** 162
- [3] Haroche S, Kleppner D 1989 *Phys. Today* **24**
- [4] Schuster D I, Houck A A, Schreier J A, Wallraff A, Gambetta J M, Blais A, Frunzio L, Majer J, Johnson B, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J 2007 *Nature* **445** 515
- [5] Houck A A, Schuster D I, Gambetta J, Schreier J A, Johnson B R, Chow J M, Frunzio L, Majer J, Devoret M H, Girvin S M,

Schoelkopf R J 2007 *Nature* **449** 328

- [6] Hofheinz M, Weig E M, Ansmann M, Bialczak R C, Lucero E, Neeley M, O'Connell A D, Wang H, Martinis J M, Cleland A N 2008 *Nature* **454** 310
- [7] Leek P J, Fink J M, Blais A, Bianchetti R, Gppl M, Gambetta J M, Schuster D I, Frunzio L, Schoelkopf R J, Wallraff A 2007 *Science* **318** 1889
- [8] Astafiev O, Inomata K, Niskanen A O, Yamamoto T, Pashkin Y A, Nakamura Y, Tsai J S 2007 *Nature* **449** 588
- [9] Schuster D I, Wallraff A, Blais A, Frunzio L, Huang R S, Majer J,



- Girvin S M, Schoelkopf R J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 123602
- [10] Gambetta J, Blais A, Schuster D I, Wallraff A, Frunzio L, Majer J, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 042318
- [11] Majer J, Chow J M, Gambetta J M, Koch J, Johnson B R, Schreier J A, Frunzio L, Schuster D I, Houck A A, Wallraff A, Blais A, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J 2007 *Nature* **449** 443
- [12] Sarovar M, Goan H S, Spiller T P, Milburn G J 2005 *Phys. Rev. A* **72** 062327
- [13] Liu Z, Kuang L, Hu K, Xu L, Wei S, Guo L, Li X Q 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032335
- [14] Feng W, Wang P, Ding X, Xu L, Li X Q 2011 *Phys. Rev. A* **83** 042313
- [15] Wiseman H M, Milburn G J 1993 *Phys. Rev. A* **47** 642
- [16] Gambetta J, Blais A, Boissonneault M, Houck A A, Schuster D I, Girvin S M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 012112
- [17] Hutchison C L, Gambetta J M, Blais A, Wilhelm F K 2009 *Can. J. Phys.* **87** 225
- [18] Jaynes E T, Cummings F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
- [19] Tavis M, Cummings F W 1968 *Phys. Rev.* **170** 379
- [20] Makhlin Y, Schön G, Shnirman A 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 357
- [21] Korotkov A N, Averin D V 2001 *Phys. Rev. B* **64** 165310
- [22] Gurvitz S A, Berman G P 2005 *Phys. Rev. B* **72** 073303
- [23] Li X Q, Cui P, Yan Y J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 066803
- [24] Wiseman H M, Milburn G J 2010 *Quantum Measurement and Control* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [25] Ruskov R, Korotkov A N 2002 *Phys. Rev. B* **66** 041401(R)
- [26] Jin J S, Li X Q, Yan Y J 2006 *Phys. Rev. B* **73** 233302

## On the schemes of cavity photon elimination in circuit-quantum electrodynamics systems\*

Meng Jian-Yu Wang Pei-Yue Feng Wei Yang Guo-Jian Li Xin-Qi<sup>†</sup>

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(Received 27 December 2011; revised manuscript received 13 March 2012)

### Abstract

The solid-state superconducting circuit-QED (quantum electrodynamics) system is a promising candidate for quantum computing and quantum information processing, which serves also as an ideal platform for quantum measurement and quantum control studies. In this context, a large number of cavity photons may be involved in the quantum dynamics and will degrade the simulation efficiency. To avoid this difficulty, it is helpful to eliminate the degrees of freedom of the cavity photons, and obtain an effective master-equation description which contains only the qubit states. In this work, we examine two such schemes, the adiabatic elimination (AE) and the more recently proposed polaron transformation (PT) approaches, by comparing their results with exact numerical simulations. We find that in the absence of qubit-flip, which is a specific quantum nondemolition (QND) measurement, the PT scheme is superior to the AE method. Actually, in this case the PT scheme catches the measurement dynamics exactly. However, in the presence of qubit-flip such as for qubit oscillation measurement, the PT scheme is no longer better than the AE approach. We conclude that both schemes, in the weak measurement regime, can work almost equally well. This corresponds to strong cavity damping or weak coupling between the qubit and cavity photons. Out of this regime, unfortunately, one has to include the cavity photons into numerical simulations and more advanced methods/techniques are waiting for their exploration in this field.

**Keywords:** circuit-QED, adiabatic elimination, polaron transformation, QND measurement

**PACS:** 03.67.Bg, 32.80.Qk, 42.50.Lc, 42.50.Pq

\* This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 101202101, 10874176), and the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CB808502, 2012CB932704).

<sup>†</sup> E-mail: lixing@bnu.edu.cn