

费米 - 费米散射长度对费米超流气体在么正极限区域的隧穿现象影响*

马莹¹⁾ 王苍龙¹⁾ 王文元¹⁾ 杨阳¹⁾ 马云云¹⁾ 蒙红娟¹⁾ 段文山^{1)2)†}

1) (西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

2) (甘肃省原子分子物理与功能材料重点实验室, 兰州 730070)

(2011 年 12 月 3 日收到; 2012 年 3 月 7 日收到修改稿)

运用双势阱模型通过调节费米 - 费米散射长度研究了超流费米气体在么正极限区域的隧穿现象. 研究发现费米 - 费米散射长度对量子隧穿效应有显著的影响. 在确定的区域, 可以得到在双势阱中完全的量子隧穿现象, 而在另一些区域, 这种隧穿就完全消失. 由于在实验室中超流费米气体的散射长度是可以调节的, 所以在实验上可以实现通过调节散射长度来控制超流费米气体的宏观隧穿现象.

关键词: 费米超流气体, 散射长度, 隧穿

PACS: 03.75.Kk, 03.75.Lm, 03.75.Nt

1 引言

原子冷却技术的发展为研究玻色气体 [1-3], 费米气体 [4] 以及玻色 - 费米混合气体 [5] 的多体量子动力学性质提供了有力的工具. 近年来, 许多科技工作者利用双势阱模型对玻色 - 爱因斯坦凝聚 (BECs) 的许多重要的量子现象 [6-12] 进行了深入的研究, 例如 Josephson 振荡 [13-16], Landau-Zener 隧穿 [17,18], Rosen-Zener 隧穿 [19-21] 等. 最近, 人们在超冷费米气体的实验和理论 [22-30] 研究方面也取得了一系列的进展, 比如分子玻色 - 爱因斯坦凝聚的成功实现和 BCS-BEC 渡越过程的大量研究, 但是仍存在很多未解决的问题.

利用 Feshbach^[31-33] 共振技术可以调节费米超流气体的散射长度 [34,35], 使得它能够处于不同的超流区域. 定义一个无量纲化相互作用参数 $y = \frac{1}{k_F a_{sc}}$, 其中 $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$ 是费米波数, n 是费米子数密度, a_{sc} 是费米 - 费米散射长度. 当 $y > 1$ 时系统处于 BEC 区域, 当 $y < -1$ 时系统

处于 BCS 区域, 而当 $-1 < y < 1$ 时系统处于么正极限区域.

通过调节费米 - 费米散射长度, 本文研究了双势阱中超流费米气体在么正极限区域的隧穿现象. 研究发现, 散射长度 a_{sc} 能够显著影响量子隧穿. 在一些区域, 可以得到两阱中全部的粒子隧穿, 而在一些区域没有这种隧穿. 我们基于两模模型, 引入描述费米超流气体的动力学方程, 给出数值计算的结果并做了理论分析. 对所得结果做进一步讨论, 并且给出了解析结果, 发现数值解和解析解符合得非常好.

2 模型

本文研究一维的费米超流气体, 假设总粒子数为 N , 分布在两个阱 1 与 2 中, 所以, $N = N_1 + N_2 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$, 如果我们假设 $\varphi_j = \rho_j \exp(i\theta_j)$, ($j = 1, 2$). 当系统处于么正极限区域时, 系统的哈密顿量可以写成 [10]

$$H = \gamma s + \frac{3c_0}{5} [(1+s)^{5/3} + (1-s)^{5/3}]$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 10725521, 91021021, 10875098)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2007CB814800, 2011CB921503) 和西北师范大学自然科学基金 (批准号: NWNKJCG-03-48) 资助的课题.

† E-mail: duanws@nwnu.edu.cn

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3c_1}{4} [(1+s)^{4/3} + (1-s)^{4/3}] \\
 & - 2k\sqrt{1-s^2} \cos \theta, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中 γ 是两阱能级差, k 是两阱间的耦合强度, $s = \rho_1^2 - \rho_2^2$ 是两阱粒子数差, $\theta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ 是相对相位.

$$(c_0, c_1) = [e_0, e_1 y], \quad (2)$$

$$\frac{ds}{dt} = -2k\sqrt{1-s^2} \sin \theta, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\theta}{dt} = & \gamma + c_0 [(1+s)^{2/3} - (1-s)^{2/3}] \\
 & + c_1 [(1+s)^{1/3} - (1-s)^{1/3}] \\
 & + \frac{2ks}{\sqrt{1-s^2}} \cos \theta, \quad (4)
 \end{aligned}$$

这里 e_0, e_1, k 是可调参数, 本文计算中我们取 $e_0 = 0.9, e_1 = 6.7, k = 1.0$.

3 计算结果及其理论分析

下面研究相互作用参数 y 随时 t 变化时, 费米超流气体在双势阱中的隧穿. 我们设在区间 $0 \leq t \leq T$ 内, 参数 y 以如下的形式变化:

$$y = \frac{1}{a_0 + a_1 \sin^2 \frac{\pi t}{T}}, \quad (5)$$

当在 $t \leq 0$ 或 $t \geq T$ 区域内时, $a_1 = 0$; 式中 a_0, a_1 和 T 都是可调的参数. 因此在 $t = 0$ 和 $t = T$ 这两个时刻 y 值相同, $y = \frac{1}{a_0}$.

3.1 数值结果

在这节, 我们将通过数值模拟给出相互作用参数 y 按 (5) 式变化时, 费米超流气体 s 的变化规律.

图 1 给出了不同参数下布局数 s 随时间 t 的变化关系. 初始时刻所有的粒子都在一个阱中 ($s = 1$), 在图 1(a) 中, 取 $a_0 = 1.0, a_1 = 5.0, T = 250$, 我们发现 $t > T$ 时 $s = -1$; 而在图 1(b) 中 $t > T$ 时 $s = 1$, 这说明对于不同的 T , 当 $t > T$ 时粒子会囚禁在两个不同的阱中. 为了进一步说明系统参数如何影响隧穿, 我们给出了 s 随 T 的变化关系, 如图 2 所示.

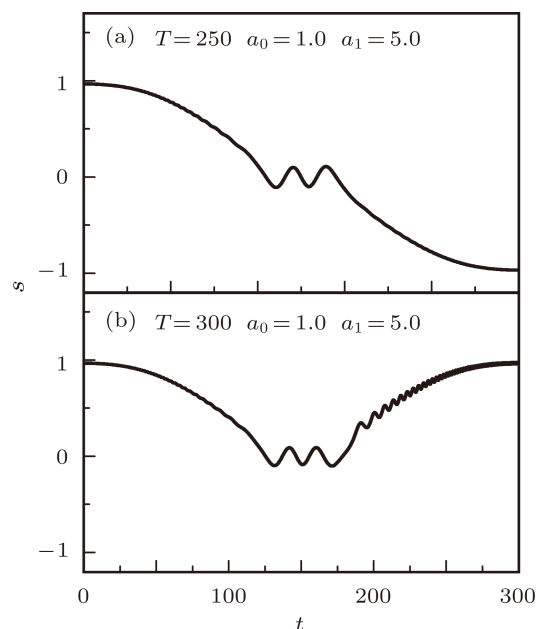


图 1 不同参数下布局数随时间 t 的变化, 参数取值为 $e_0 = 0.9, e_1 = 6.7, k = 1.0$ (a) $a_0 = 1.0, a_1 = 5.0, T = 250$; (b) $a_0 = 1.0, a_1 = 5.0, T = 300$

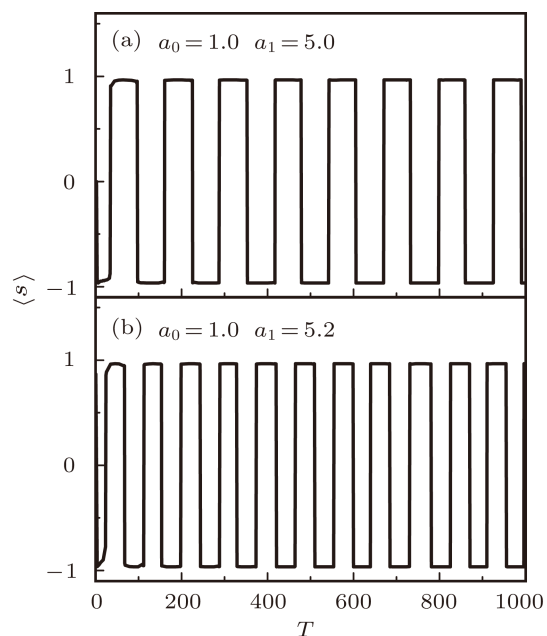


图 2 不同的非线性参数下跃迁率的数值解随 T 的变化 (a) $a_0 = 1.0, a_1 = 5.0$; (b) $a_0 = 1.0, a_1 = 5.2$

当系统参数分别取为 $(a_0, a_1) = (1.0, 5.0), (1.0, 5.2)$ 时, 得到了跃迁率的规则矩形周期变化. 这个矩形的振荡周期随参数 a_1 的增大而减小, 在实验上通过调节费米超流气体的散射长度就能容易地得到上述现象. 下面给出它的理论解释.

3.2 理论解释

量子本征态对应不动点的绝热演化. 为了获得不动点, 令 $\frac{ds}{dt} = 0$, $\frac{d\theta}{dt} = 0$. 图 3 给出了不动点随参数 y 的变化规律, 可以看出, 存在一个临界点 $y^* = 0.18$, 当 $y < y^*$ 只有一个不动点 ($s_f = 0$), $y > y^*$ 时, 存在非零不动点.

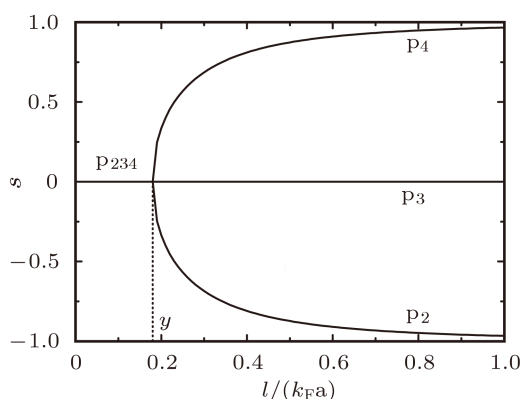


图 3 不动点随相互作用参数 y 的变化

随着时间 t 从到 T 变化, y 在变化, 在 $y < y^*$, 当区域内存在三个不动点 p_2, p_3 和 p_4 , 如图 3 所示, y 从初始点 $y = \frac{1}{a_0 + a_1}$ 变化到 $y = y^*$, $y = y^*(t = t^*)$ 三个不动点变为一个不动点 p_{234} . 随着时间的增加, y 从 y^* 变化到 $y = 1/a_0$, 然后从 $1/a_0$ 减小到 y^* , 此时 $t = T - t^*$, 然后再变到 $y = \frac{1}{a_0 + a_1}(t = T)$. 在点 $t = T - t^*$, $y = y^*$ 时, 单个不动点 p_{234} 将分为三个不动点 p_2, p_3 和 p_4 . 其中 p_3 是不稳定点, 我们不考虑它. 我们的问题是: 在时刻 $t = T - t^*$ 以后, 不动点将演化为 p_2 还是 p_4 , 如果是 p_2 , $s \rightarrow -1$, 如果是 p_4 , $s \rightarrow +1$. 实际上这个问题完全取决于在区域 $t^* < t < T - t^*$ 的总动力学相积累, 为此, 需要计算瞬时频率围绕固定点的振荡特性. 在么正极限区域 ($y \ll 1$) 小振幅的振荡频率:

$$\omega(t) = \sqrt{4k^2 - 4k[2e_0/3 + e_1 y/3]}, \quad (6)$$

临界点 y^* 能够从以下方程中获得

$$k = 2e_0/3 + e_1 y^*/3, \quad (7)$$

基于以上的分析, 得到 t^* 满足如下的方程

$$k = \frac{2e_0}{3} + \frac{e_1}{3} \left(\frac{1}{a_0 + a_1 \sin^2 \frac{\pi t^*}{T}} \right), \quad (8)$$

$$\varphi = \int_{t^*}^{T-t^*} \omega(t) dt. \quad (9)$$

因此, 图 2 中在绝热演化条件下一个规则振荡的周期可以用下式表示

$$T_{\text{rectangular}} = \pi T / \varphi. \quad (10)$$

对应以上理论, 在一个大的参数范围内, 我们能数值计算方程 (3) 和 (4). 在图 4 中可以看出方程 (10) 的解析解和数值解符合得很好.

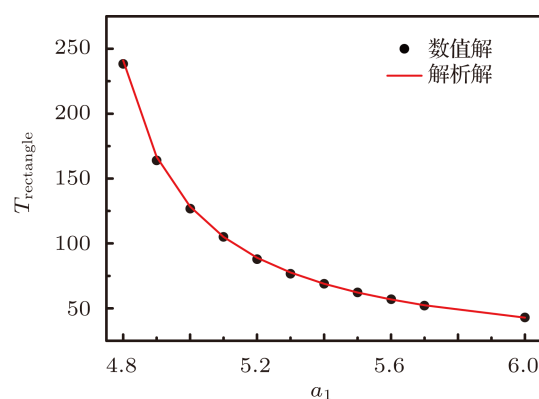


图 4 绝热演化条件下, 振荡周期随 a_1 的变化

4 结论

本文通过调节费米-费米散射长度研究了在双势阱中超流费米气体在么正极限区域的隧穿现象, 研究发现散射长度 a_{sc} 能够显著地影响量子隧穿. Feshbach 共振技术可以调节费米超流气体的散射长度. 最初, 我们使得费米超流对在一个阱中, 通过调节散射长度 $a_{sc}(y)$ 得到粒子在两阱中的完全隧穿现象或者完全没有隧穿现象, 从而通过 Feshbach 共振技术可以操控费米超流气体的隧穿现象及量子宏观性质. 最后对解析结果与数值结果做了比较, 发现结果符合得很好.

- [1] Salger T, Geckeler C, Kling S, Weitz M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 190405
- [2] Spielman I B, Phillips W D, Porto J V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 080404
- [3] Liu K, Tan L, Lü C H, Liu W M 2011 *Phys. Rev. A* **83** 063840
- [4] Shin Y, Zwierlein M W, Schunck C H, Schi-Rotzek A, Ketterle W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 030401
- [5] Qi P T, Duan W S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033627
- [6] Xiong H W, Lin S J, Zhang W P, Zhan M S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 120401
- [7] Chen Y H, Wu W, Tao H S, Liu W M 2010 *Phys. Rev. A* **82** 043625
- [8] Men F D, Lin H, Zhu H Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3236
- [9] Qin F, Chen J S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2654
- [10] Wang W Y, Duan W S, Sun J A, Yang Y 2011 *Eur. Phys. J. B* **84** 283
- [11] Huang Z F, Ou C J, Chen J C 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1380
- [12] Cong S H, Wang Y W, Sun G Z, Chen J, Yu Y, Wu P H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050316
- [13] Li W D, Zhou X J, Wang Y Q, Liang J Q, Liu W M 2001 *Phys. Rev. A* **64** 015602
- [14] Ancilotto F, Salasnich L, Toigo F 2009 *Phys. Rev. A* **79** 033627
- [15] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 043618
- [16] Adhikari S K, Salasnich L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033618
- [17] Liu J, Fu L B, Ou B Y, Chen S G, Wu B, Niu Q 2002 *Phys. Rev. A* **66** 023404
- [18] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023402
- [19] Ye D F, Fu L B, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013402
- [20] Li S C, Fu L B, Duan W S, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **78** 063621
- [21] He Y, Zhang X, Yang Y F, Li C F 2011 *Chin. Phys. B* **20** 054103
- [22] Ma Y, Fu L B, Yang Z A, Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese) [马云, 傅立斌, 杨志安, 刘杰 2006 物理学报 **55** 5623]
- [23] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 043618
- [24] Liu W M, Fan W B, Zheng W M, Liang J Q, Chui S T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 170408
- [25] Xie Z W, Zhang W P, Chui S T, Liu W M 2004 *Phys. Rev. A* **69** 053609
- [26] Huang G X, Velarde M G, Makarov V A 2001 *Phys. Rev. A* **64** 013617
- [27] Liu W M, Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2294
- [28] Fang Y C, Yang Z A, Yang L Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 661 (in Chinese) [房永翠, 杨志安, 杨丽云 2008 物理学报 **57** 661]
- [29] Zang X F, Li J P, Tan L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4348 (in Chinese) [臧小飞, 李菊萍, 谭磊 2007 物理学报 **56** 4348]
- [30] Zhang J C, Sun J F, Liu Y F 2011 *Chin. Phys. B* **20** 023401
- [31] Greiner M, Regal C A, Jin D S 2003 *Nature* **426** 537
- [32] Jochim S, Bartenstein M, Altmeyer A, Hendl G, Riedl S, Chin C, Denschlag J H, Grimm R 2003 *Science* **302** 2101
- [33] Bourdel T, Khaykovich L, Cubizolles J, Zhang J, Chevy F, Teichmann M, Tarruell L, Kokkel-Mans S J J M F, Salomon C 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 050401
- [34] Zhang J C, Wang K D, Liu Y F, Sun J F 2011 *Chin. Phys. B* **20** 093401
- [35] Hu Q B, Wang X F, Sun J F, Zhu Z L 2007 *Chin. Phys.* **16** 2367

The tunneling phenomena of the Fermi superfluid gases in unitarity by manipulating the Fermi-Fermi scattering length*

Ma Ying¹⁾ Wang Cang-Long¹⁾ Wang Wen-Yuan¹⁾ Yang Yang¹⁾ Ma Yun-Yun¹⁾
Meng Hong-Juan¹⁾ Duan Wen-Shan^{1)2)†}

1) (College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

2) (Key Laboratory of Atomic and Molecular Physics and Functional Materials of Gansu Province, Lanzhou 730070, China)

(Received 3 December 2011; revised manuscript received 7 March 2012)

Abstract

In the present work, we investigate the tunneling dynamics of superfluid Fermi gas in a double-well potential in a unitarity regime by adjusting the Fermi-Fermi scattering length. The scattering length can affect the quantum transition dramatically. In a certain regime, the complete population transfer between two modes can be obtained. However, in some other regimes, the quantum transition can be completely blocked.

Keywords: superfluid Fermi gas, scattering length, tunneling

PACS: 03.75.Kk, 03.75.Lm, 03.75.Nt

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10725521, 91021021, 10875098), the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2007CB814800, 2011CB921503) and the Natural Science Foundation of Northwest Normal University, China (Grant No. NWNNU-KJCXGC-03-48).

† E-mail: duanws@nwnu.edu.cn