

Chen 系统在微弱信号检测中的应用*

王梦蛟^{1)†} 曾以成²⁾ 谢常清¹⁾ 朱高峰¹⁾ 唐淑红¹⁾

1) (湖南人文科技学院物理与信息工程系, 娄底 417000)

2) (湘潭大学材料与光电物理学院, 湘潭 411105)

(2011年9月3日收到; 2012年2月29日收到修改稿)

微弱谐波信号的灵敏检测具有重要的实际应用意义, 本文利用受控 Chen 系统来实现强噪声背景下的这种检测. 因动力系统可分解为慢变系统与快变系统的叠加, 这里用平均法对检测系统进行处理得到慢变系统, 并获取使系统由周期轨道突变为稳定平衡点的检测参数临界值. 通过调节检测参数, 观测系统状态变量的变化可判断待测信号是否存在. 仿真结果表明, 此方法可以准确检测出强噪声背景下的微弱谐波信号. 与目前其他基于混沌振子的检测方法相比, 该方案对噪声具有更强的免疫性, 而且可通过理论分析得出检测参数阈值的准确范围, 有利于在相关领域推广应用.

关键词: Chen 系统, 微弱谐波信号, 信号检测, 平均法

PACS: 05.45.Gg

1 引言

将强噪声背景下的微弱信号检测出来是信号检测领域的一个热门研究方向. 传统的微弱信号检测方法是基于线性的、确定性的系统, 而混沌理论的发展为微弱信号检测提供了新的方法. 混沌测量方法是一种与现有各种信号测量方法完全不同的崭新的信号处理方法, 它一经问世就受到高度重视^[1-7]. 与传统信号检测方法相比较, 基于混沌振子的微弱信号检测方法具有独特的优势, 可在极低信噪比条件下实现对微弱信号的有效检测. 目前, 国内学者在利用 Duffing 混沌系统进行微弱信号检测的研究中取得了一定进展^[1-3]. 利用 Duffing 振子能在极低信噪比条件下实现对微弱信号的检测, 信噪比可达 -111 dB^[3], 但此类检测系统只有在背景噪声功率很低的情况下才能取得比较好的检测效果, 且参数临界值的计算过程比较复杂^[4], 这使得该方法的应用受到一定的局限.

近年来, 以 Lorenz 系统、Chen 系统为代表的

自治混沌系统得到了广泛的研究^[8-14]. 如果能将这类自治混沌振子运用到微弱信号检测中, 则已有的关于该类混沌振子的研究成果将得到充分利用, 也将为基于混沌振子的微弱信号检测领域提供新思路. 目前将混沌系统用于弱信号检测, 以非自治的 Duffing 系统居多, 且主要是利用系统“相变”, 即从周期态到混沌态的转变等. Chen 系统作为一类典型的自治混沌系统得到了广泛的研究^[11,15]. 研究表明, Chen 系比 Lorenz 系统具有更复杂的拓扑结构和动力学行为^[15], 这使得它在工程应用中具有更广泛的应用前景. 本文以受控 Chen 系统为基础建立检测模型, 利用平均法对检测系统进行处理, 根据 Chen 系统的动力学性质判断检测参数阈值. 通过调节检测参数, 并观察检测系统的输出信号来判断是否有待测信号存在.

2 检测系统设计与检测参数设置

2.1 检测系统的设计

基于混沌振子的微弱信号检测本质上是周期

* 国家自然科学基金 (批准号: 60972147) 和湖南人文科技学院青年基金 (批准号: 2011QN14) 资助的课题.

† E-mail: wangmengjiao_1983@163.com

微扰对混沌振子的控制^[16-18]. 利用 Duffing 振子进行微弱信号检测的基本原理是将待检测信号作为系统周期驱动力的扰动而加入系统, 然后通过观察系统相态变化来判断待测信号是否出现从而达到检测的目的^[1]. 而 Chen 系统中不存在显含时间的策动信号, 因此不能直接采用此类方法.

近年针对自治混沌系统的混沌控制问题提出了非共振参数策动混沌控制方法^[19,20], 该控制方法不仅简便易行, 而且可以通过严格的理论分析求解控制参数, 有利于已有的对自治混沌系统研究成果的推广应用. 我们曾利用非共振参数策动混沌控制方法实现了对 Chen 系统的混沌抑制^[21], 可将系统从混沌态控制到周期态或稳定于平衡点. 基于上述思想, 在这里进一步利用 Chen 系统对强噪声背景下微弱谐波信号进行检测的基本思路是: 首先基于非共振参数策动混沌控制方法, 利用谐波控制信号将 Chen 系统控制到一个临界状态, 然后将待测谐波信号作为控制信号的一个微扰加入检测系统, 通过调节检测参数, 并观测系统输出的变化便可判断出待测信号是否出现从而达到检测目的.

Chen 系统的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (1)$$

依据文献[21]中的控制方法, 将待测信号作为控制信号的扰动引入系统, 设其频率为 ω , 且系统(1)的平均频率 ω_0 远小于 ω , 设计检测系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = c[1 + k \cos(\omega t + \varphi) \\ + \beta u(t)](x + y) - ax - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad (2)$$

其中, 参数 $a = 35$, $b = 3$, 固定这两个参数值不变, 参数 c 的值可以调节, $k \cos(\omega t + \varphi)$ 为谐波控制信号, 该控制信号的作用是将系统控制到一个临界状态, 控制信号中的相位 φ 是可调参数用它来保持谐波控制信号和待测信号的相位相同. $u(t) = s(t) + n(t)$ 为检测系统的输入, 其中 $n(t)$ 代表噪声信号, $s(t)$ 为需要检测的微弱谐波信号, 参数 β 用于调节系统输入信号功率. 系统状态变量 y 为系统的输出信号.

2.2 检测参数选定

令参数 $\beta = 0$, 即在检测系统(2)没有输入时, 利用平均法对其进行处理. 平均法是非线性振动解析方法中的一种重要的近似解析方法, 其物理本质是: 认为非线性振动系统的解具有快变和慢变两种时间尺度, 在快变周期内可将其视为振幅和初相角不变的简谐振动, 但较长时间内其振幅和初相角会缓慢变化, 即系统的解是包络缓慢变化的简谐振动^[21,22]. 基于这种方法, 并参考文献[20, 23]中的处理方法, 可将控制系统(2)中的系统变量分解为按系统平均频率 ω_0 变化的慢变量和按外加控制信号频率 ω 变化的快变量, 慢变量描述系统长期演化的趋势, 快变量则表示系统变量的局部振荡形态, 因此只要使慢变系统全局稳定即可达到控制目标. 现将系统变量分解为

$$\begin{cases} x = x_s + x_q, \\ y = y_s + y_q, \\ z = z_s + z_q, \end{cases} \quad (3)$$

式中的下标 s 和 q 分别代表慢变和快变. 为了得到慢变量演化方程, 参考文献[20, 23]中的研究成果, 我们做如下设定: 设慢变量的振幅远大于快变量的振幅, 并且在谐波控制信号的一个振荡周期 $T = 2\pi/\omega$ 内快变量的平均值为零^[23]. 为了便于分析, 我们用算子 $\langle \bullet \rangle$ 代表谐波控制信号的一个振荡周期内的积分平均, 即 $1/T \int_t^{t+T} (\bullet) dt$, 将系统状态变量分解方程(3)代入检测系统方程(2), 然后对系统变量进行积分, 在积分的过程中把周期 T 内的慢变量当做常量进行处理^[23], 经过上述操作后得到慢变系统方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_s = a(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s = c(x_s + y_s) + \langle ckx_q \cos(\omega t) \rangle \\ + \langle cky_q \cos(\omega t) \rangle - ax_s - x_s z_s, \\ \dot{z}_s = x_s y_s - bz_s. \end{cases} \quad (4)$$

方程中把积分不等于零的高阶小量进行了舍弃, 将检测系统方程(2)和积分后的方程(4)进行比较, 可以得到以下形式的快变量方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_q = a(y_q - x_q), \\ \dot{y}_q = cy_q + ckx_s \cos(\omega t) + cky_s \cos(\omega t), \end{cases} \quad (5)$$

由(5)式可得

$$\ddot{x}_q = a[ckx_s \cos(\omega t) + cky_s \cos(\omega t)], \quad (6)$$

上式中舍掉了远小于慢变量 x_s 和 y_s 的快变量 x_q , y_q . 对 (6) 式进行积分处理得到 x_q 的表达式

$$x_q = -\frac{[acky_s \cos(\omega t) + ackx_s \cos(\omega t)]}{\omega^2}, \quad (7)$$

对 (5) 式中的 \dot{y}_q 项进行积分后得

$$y_q = \frac{[\omega ck \sin(\omega t) - c^2 k \cos(\omega t)](y_s + x_s)}{\omega^2 + c^2}. \quad (8)$$

将 (7) 和 (8) 代入 (4) 式积分后得慢变系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_s = a(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s = c_m(x_s + y_s) - ax_s - x_s z_s, \\ \dot{z}_s = x_s y_s - bz_s, \end{cases} \quad (9)$$

方程中的参数

$$c_m = [c - (ac^2 k^2)/(2\omega^2) - (c^3 k^2)/(2\omega^2 + 2c^2)].$$

将系统方程 (9) 与系统方程 (1) 进行比较可知, 当参数 $c_m = c$ 时两个系统拥有相同的动力学性质. 由文献 [15] 对 Chen 系统分岔特性的分析可知, 当参数 $c < a/2$ 时系统 (1) 稳定于原点. 而系统 (9) 与系统 (1) 又具有相同的动力学性质, 因此通过式 $c_m < a/2$ 可以计算出 k 在如下范围内系统 (9) 将稳定于原点:

$$k > k_m = \sqrt{\frac{c - a/2}{(ac^2)/(2\omega^2) + c^3/(2\omega^2 + 2c^2)}}. \quad (10)$$

文献 [21] 的研究表明当控制参数略小于实际控制参数值时, 系统将稳定于小振幅周期轨道. 进一步研究发现当系统稳定于小振幅周期轨道时, 将受强噪声干扰的微弱谐波信号作为控制信号的扰动加入系统中系统将稳定于原点, 而强噪声单独作用时不能将系统控制到原点. 因此, 取控制参数 $k = k_m$, 通过系统仿真对控制参数值进行修正, 取修正后的参数将系统控制到临界周期态, 当待测信号出现时检测系统的输出信号 y 将收敛于零, 以此判断待测信号是否存在. 当待测信号的频率 ω 确定后, 若要检测其他频率 $\omega_1 \neq \omega$ 的信号, 则只需对系统 (2) 进行时间尺度变换 $t = \omega_1 t_1 / \omega$ 即可 [1].

3 数值实验

在检测系统 (2) 中取参数 $c = 22$, 求得系统平均频率 $\omega_0 \approx 6$ rad/s, 综合考虑参数要求后取 $\omega = 60$ rad/s. 通过 (10) 式的计算和系统仿真修正得当 $k = 1.17$ 时系统处于临界周期

态, 令 $k = 1.17$, $\varphi = 0$, $\beta = 1$, 当系统输入信号 $u(t) = 0$ 时, 系统输出信号 y 为临界周期态, 如图 1 所示.

当输入信号为功率 $P = 0.2$ W 的白噪声时, 系统输出信号的基本波形仍为谐波信号, 但因为受到噪声的干扰其包络会随机起伏, 如图 2 所示. 令 $s(t) = \mu \cos(\omega t)$, μ 由 0 逐渐增大, 当 $\mu = 0.01$ V 时, 输出信号将收敛到 0, 如图 3 所示. 因此, 通过观察输出信号 y 的相图即可判定待检测的微弱谐波信号是否存在.

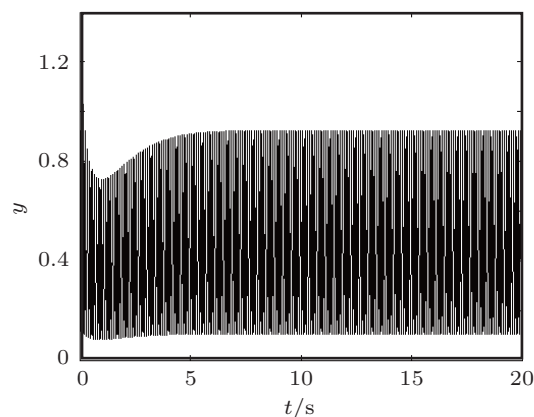


图1 无输入信号时系统的输出

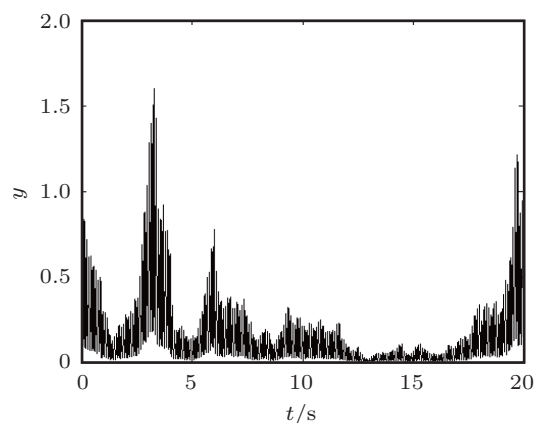


图2 输入信号为白噪声时系统的输出

由以上仿真结果可以计算出系统的最低信噪比工作门限为

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{0.5 \times 0.01^2}{0.2} = -36 \text{ dB}.$$

目前, 在时域微弱周期信号检测领域, 利用混沌理论之外的其他检测方法能达到的最低信噪比工作门限为 -10 dB [2], 表明该检测系统对于微弱谐

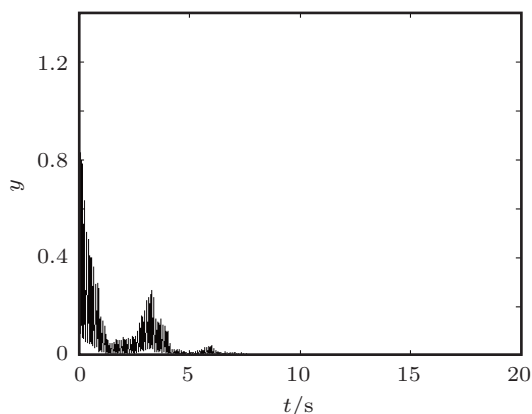


图3 输入信号为含有微弱谐波信号白噪声时的系统输出

波信号非常敏感. 与目前其他基于混沌振子的微弱信号检测系统相比^[1-4], 该系统在背景噪声功率更

大的情况下仍能对谐波信号进行有效检测, 说明系统对噪声具有更强的免疫性, 且通过理论分析可得出检测参数阈值的准确范围.

4 结论

本文利用非共振参数策动混沌控制原理, 设计了基于 Chen 系统的强噪声背景下微弱谐波信号检测模型. 利用平均法和系统动力学性质确定了检测参数临界值, 并通过系统仿真对检测参数临界值进行了修订. 仿真实验结果表明, 取修订后的参数值, 当系统输入中含有待测微弱谐波信号时, 系统输出将由周期信号突变为零, 且可以达到极低的信噪比工作下限. 与同类检测模型相比, 该模型对噪声具有更强的免疫性, 有利于在相关领域应用.

- [1] Wang G Y, Tao G L, Chen X, Lin J Y 1997 *J. Sci. Instru.* **18** 209 (in Chinese) [王冠宇, 陶国良, 陈行, 林建亚 1997 仪器仪表学报 **18** 209]
- [2] Li Y, Yang B J 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 19 (in Chinese) [李月, 杨宝俊 2003 科学通报 **48** 19]
- [3] Li Y, Lu P, Yang B J, Zhao X P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1672 (in Chinese) [李月, 路朋, 杨宝俊, 赵雪平 2006 物理学报 **55** 1672]
- [4] Chen L, Wang D S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5098 (in Chinese) [谌龙, 王德石 2007 物理学报 **56** 5098]
- [5] Chen Z, Zeng Y C, Fu Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 46 (in Chinese) [陈争, 曾以成, 付志坚 2008 物理学报 **57** 46]
- [6] Xing H Y, Jin T L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 140 (in Chinese) [行鸿彦, 金天力 2010 物理学报 **59** 140]
- [7] Xu Y C, Yang C L, Qu X D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030516
- [8] Jia H Y, Chen Z Q, Ye F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010203 (in Chinese) [贾红艳, 陈增强, 叶菲 2011 物理学报 **60** 010203]
- [9] Feng C W, Cai L, Kang Q, Zhang L S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030503 (in Chinese) [冯朝文, 蔡理, 康强, 张立森 2011 物理学报 **60** 030503]
- [10] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [11] Chen G, Ueta T 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1465
- [12] Liu C X, Liu L, Liu K 2004 *Chaos, Soliton and Fractals* **22** 1031
- [13] Tang L R, Li J, Fan B, Zhai M Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 785 (in Chinese) [唐良瑞, 李静, 樊冰, 翟明岳 2009 物理学报 **58** 785]
- [14] Yu F, Wang C H, Yin J W, Xu H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020506 (in Chinese) [余飞, 王春华, 尹晋文, 徐浩 2012 物理学报 **61** 020506]
- [15] Ueta T, Chen G R 2000 *Int. J. Bifur. Chaos* **10** 1917
- [16] Li Y, Yang B J 2004 *Introduction of Detection Methods with Chaotic Oscillator* (1st Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp49-51 (in Chinese) [李月, 杨宝俊 2004 混沌振子检测引论 (第1版) (北京: 电子工业出版社) 第49-51页]
- [17] Lima R, Pettini M 1990 *Phys. Rev. A* **41** 726
- [18] Chacón R, Bejarano J D 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 3103
- [19] Soong C Y, Huang W T, Lin F P, Tzeng P Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 0162111
- [20] Choe C U, Hohne K, Benner H, Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. E* **72** 0362061
- [21] Wang M J, Zeng Y C, Chen G H, He J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 0105091 (in Chinese) [王梦蛟, 曾以成, 陈光辉, 贺娟 2011 物理学报 **60** 0105091]
- [22] Liu Y Z, Chen L Q 2001 *Nonlinear Vibrations* (1st Ed.) (Beijing: High Education Press) pp73-82 (in Chinese) [刘延柱, 陈立群 2001 非线性振动 (第1版) (北京: 高等教育出版社) 第73-82页]
- [23] Kivshar Yu S, Rodelsperger F, Benner H 1994 *Phys. Rev. E* **49** 319

Application of Chen's system to detecting weak harmonic signals*

Wang Meng-Jiao^{1)†} Zeng Yi-Cheng²⁾ Xie Chang-Qing¹⁾
Zhu Gao-Feng¹⁾ Tang Shu-Hong¹⁾

1) (*Department of Physics and Information Engineering, Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000, China*)

2) (*School of Material Science and Photoelectronic Physics, Xiangtan University, Xiangtan 411005, China*)

(Received 3 September 2011; revised manuscript received 29 February 2012)

Abstract

The detection of weak harmonic signals has important practical value. In this paper, the detection of weak harmonic signals in strong noise is realized with the controlled Chen's system. Dynamics can be divided into slowly varying dynamics and fast varying dynamics, so a slowly varying dynamics is obtained by an averaging method. The critical values of detection parameters are determined, which lead to a sudden change of system dynamical behavior from periodic orbit to stable equilibrium point. Weak harmonic signals can be detected by adjusting the detection parameters and observing the change of system variables. Simulation results show that weak harmonic signals in strong noise can be detected accurately with this system. Compared with existing detection methods with chaotic oscillator, this method is of stronger immunity to noise, and the accurate range of parameter threshold can be obtained through theoretical analysis, which enables its popularization and application in relevant fields.

Keywords: Chen's system, weak harmonic signal, signal detection, averaging method

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60972147) and the Young Foundation of Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, China (Grant No. 2011QN14).

† E-mail: wangmengjiao_1983@163.com