

激光陀螺变锁区现象的研究与讨论*

樊振方 罗晖† 卢广锋 胡绍民

(国防科学技术大学光电学院, 长沙 410073)

(2011年11月1日收到; 2012年1月14日收到修改稿)

通过采用减低转速的办法测得的锁区值推算出的随机游走比用 Allan 方差方法拟合的随机游走要大很多. 为了解释这一问题, 建立了动态刻蚀光栅模型, 与以往的研究不同, 本文认为刻蚀光栅效应不只在驻波状态下发生, 在行波状态下也会存在, 而且与拍频频率呈现动态响应的关系. 这种模型得出了锁区随着转速的降低而不断增大的结论, 解释了长期以来困扰激光陀螺研究者的一些问题.

关键词: 激光陀螺, 锁区, 散射, 动态刻蚀光栅

PACS: 42.25.Fx

1 引言

激光陀螺基于 Sagnac 效应^[1], 采用正逆行光的频差来测量角运动, 由于正逆行光共用同一个光学腔, 能够取得较高的测量精度^[2]. 将激光应用于敏感角运动最早由 Heer 和 Rosenthal 提出^[3,4]. 1962年, Sperry 公司的 Macek 与 Davis 首次通过实验观察到激光陀螺感应角速度的现象^[5]. Aronowitz 改进了 Lamb 的半经典理论, 建立了完备的激光陀螺自治方程^[6-8].

广泛的研究认为, 激光陀螺中存在三种类型的误差: 1) 零偏误差; 2) 比例因子误差; 3) 闭锁效应^[9]. 其中前两种效应可以在陀螺的实际应用中通过标定来改善, 其不稳定性才是影响性能的关键因素. 闭锁效应是目前为止仍然是一项很重要的误差因素, 而由闭锁带来的影响在特定的条件下会投影至前两项.

机械抖动偏频因为物理条件的约束不会引入恒定偏差, 是目前为止应用最为广泛的偏频方式. 为了使得过锁区时的误差随机化, 往往在抖动信号中加入噪声. 抖动加噪声的方法, 虽然使得每次过锁区时的误差不再累积, 却产生了角度随机游走误

差^[10]. 由自发辐射引起的量子极限会使得激光陀螺的输出相位产生不确定性, 其统计特性也满足随机游走规律. 因此激光陀螺输出信号中的角度随机游走至少包含两部分: 一部分是由锁区引起的, 另一部分是由量子极限引起的. 随着工艺的提高, 激光陀螺的锁区在不断降低, 锁区引起的角度随机游走已经可以和量子极限比拟^[11].

因此虽然抖动偏频使得锁区的影响大大减小, 锁区仍然是除量子噪声外, 影响陀螺性能的一个重要因素. 衡量陀螺的锁区对于鉴定陀螺的性能是很有必要的. 为了测量锁区, 最为简单直观的方法是根据闭锁的原始定义, 从一个较大的惯性输入转速开始, 降低转速值, 观察何时不再有拍频信号输出, 这时的转速定义为入锁阈值. 另外一种方法是, 让陀螺首先处于闭锁状态, 缓慢增加转速, 直到出现拍频信号为止, 此时的转速定义为出锁阈值. 以上的测锁方法正是我国国家军用标准 GJB 2427-95 中采用的方法^[12].

用上述方法测量锁区时, 会发现激光陀螺的出锁阈值比入锁阈值大, 这种现象早已有所观察. 理论解释为当陀螺处于锁定状态时, 会在镜片的表面“刻蚀”成散射光栅, 这种散射光栅会加剧背向散射, 进而使得锁区增大^[13,14]. 所以不宜采用出锁

* 2010 年教育部“新世纪优秀人才支持计划”资助的课题.

† E-mail: luohui.luo@163.com

阈值来衡量陀螺的性能, 而采用入锁阈值作为衡量指标. 然而实验表明, 即使是入锁阈值仍然与机抖陀螺实际工作时的角度随机游走系数不相吻合. 针对这个问题, 在前人的基础上, 笔者唯象地提出了刻蚀光栅的动态响应模型, 指出镜片上的刻蚀响应不只在陀螺处于锁定状态时存在, 在行波状态下也同样存在. 采用这种模型, 能够解释许多与理论不相吻合的实验现象.

2 激光陀螺的实验数据分析

在抖动偏频下, 激光陀螺的拍频方程可以表达为^[15]

$$d\psi/dt = (2\pi/S_k)[\Omega_{in} + \Omega_d \sin(\omega_d t) + \Omega_L \cos(\psi)], \quad (1)$$

其中 ψ 为拍频信号的瞬时相位值; Ω_{in} 为输入角速率; Ω_L 为锁区值; Ω_d 是峰值抖动角速率; ω_d 是抖动角频率; Ω_L 为锁区; S_k 是激光陀螺的比例因子. Ω_{in} , Ω_d 及 Ω_L 的单位是 $(^\circ)/h$, 或者 $(^\circ)/s$, 二者是等价的; $d\psi/dt$ 的单位为 rad/s , S_k 的单位是 $(^\circ)/count$.

为了避免动态锁区, 往往会在抖动信号中注入噪声, 使得每次过锁区的误差随机化, 这样会使得激光陀螺的输出产生随机游走, 由锁区产生的随机

游走为^[15]

$$W = \Omega_L \sqrt{\frac{S_k}{2\pi\Omega_d}}, \quad (2)$$

激光陀螺偏频量与 Ω_d 的关系为^[16]

$$\Omega_d = \frac{S_k\pi}{2}\Omega_{bias}, \quad (3)$$

其中 Ω_{bias} 的单位是 $count/s$, 代入 (2) 式的

$$W = \Omega_L \sqrt{\frac{1}{\pi^2\Omega_{bias}}}, \quad (4)$$

其中 Ω_L 的单位是 $(^\circ)/s$, 如果取 W 的单位为 $(^\circ)/h^{0.5}$, 则在数值上

$$W = \frac{\Omega_L}{60\pi\sqrt{\Omega_{bias}}}. \quad (5)$$

采用国军标的方法对本单位生产的几个陀螺进行锁区测试. 表 1 为测试得到的锁区值、根据锁区推测得到的随机游走与陀螺工作状态下的随机游走. 在二频机抖陀螺中, 量子噪声与抖幅噪声都会引起角度随机游走. 在实际测算的随机游走中, 抖动引起的随机游走应该只占其中的一部分. 但在表 1 中由锁区推测出的随机游走却明显的比实际的随机游走大, 这显然是矛盾的.

自洽方程不足以解释上述现象, 必须建立新的模型. 本文试图通过探索背向散射的变化特征来找到答案.

表 1 传统测锁区方法推算出随机游走和实测随机游走对比

陀螺编号	$\Omega_L(^\circ/h)$	Random walk derived from $\Omega_L(^\circ/\sqrt{h})$	Working random walk $(^\circ/\sqrt{h})$
G1	230	3.15×10^{-3}	1.25×10^{-3}
G2	191	2.62×10^{-3}	1.98×10^{-3}
G3	216	2.99×10^{-3}	1.99×10^{-3}
G4	184	2.52×10^{-3}	1.35×10^{-3}
G5	203	2.77×10^{-3}	1.94×10^{-3}
G6	166	2.27×10^{-3}	1.56×10^{-3}
G7	168	2.31×10^{-3}	1.17×10^{-3}
G8	197	2.69×10^{-3}	1.77×10^{-3}
G9	160	2.19×10^{-3}	1.78×10^{-3}
G10	195	2.67×10^{-3}	1.60×10^{-3}

3 动态散射光栅模型及其讨论

当激光陀螺处于锁定状态时,其锁区在逐渐增大,这种现象已被较多的研究者所发现^[13,14,17].采用刻蚀光栅理论模型能够解释这种现象,认为在陀螺处于驻波状态时,在镜片的表面波节和波腹交替出现,会对镜片的反射率形成周期性的调制,将镜片“刻蚀”为一个周期性的散射光栅如图1所示^[13].

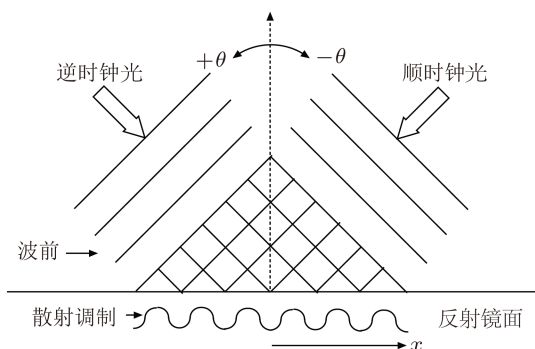


图1 镜片散射光栅示意图

由于正行光和逆行光的干涉,会在镜片上形成干涉条纹,干涉条纹会使得镜片的散射率产生周期性的调制,假设入射角为 θ_{in} 并且各个方向的散射是均匀的,则经调制后的镜片上各点的散射率 r 可以表达为

$$r = r_0 \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right), \quad (6)$$

其中 r_0 为常数, x 为镜片上的一维坐标, m 为刻蚀深度.由于双光束的作用, d 满足

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_{in}}, \quad (7)$$

其中 λ 为波长.根据光的传播理论,沿 θ 方向背向散射场为

$$E(\theta) = E_0 \int_{-L}^L r e^{i\delta} dx, \quad (8)$$

其中 δ 为光从入射光到背向散射光的光程差,其表达式为

$$\delta = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \theta_{in} + \sin \theta), \quad (9)$$

因此沿 θ 方向的合成背向散射为

$$R(\theta) = \frac{E(\theta)}{E_0} = \int_{-L}^L r e^{i\delta} dx$$

$$\begin{aligned} &= r_0 \int_{-L}^L \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right) \\ &\quad \times e^{i \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \theta_{in} + \sin \theta)} dx \\ &= r_0 \int_{-L}^L \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right) \\ &\quad \times e^{i \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \theta_{in} + \sin \theta)} dx. \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$f = -\frac{1}{\lambda} (\sin \theta_{in} + \sin \theta), \quad (11)$$

则(10)式可以写为

$$\begin{aligned} R(\theta) &= r_0 \int_{-L}^L \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right) e^{-i2\pi f x} dx \\ &= r_0 \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect} \left(\frac{x}{2L} \right) \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right) \\ &\quad \times e^{-i2\pi f x} dx, \end{aligned} \quad (12)$$

$R(\theta)$ 即为函数 $\text{rect} \left(\frac{x}{2L} \right) \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right)$ 的傅里

叶变换, f 的表达式如(11)式所示.根据傅里叶变换的性质,两个函数乘积的傅里叶变换等于各自傅里叶变换的卷积^[18]. $R(\theta)$ 的解析表达式可以得到

$$\begin{aligned} R(\theta) &= r_0 \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect} \left(\frac{x}{2L} \right) e^{-i2\pi f x} dx^* \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{d} \right) \right) e^{-i2\pi f x} dx \\ &= r_0 2L \text{sinc}(2fL)^* \left(\delta(f) - \frac{m}{2} \delta \right. \\ &\quad \left. \times \left(f - \frac{1}{d} \right) - \frac{m}{2} \delta \left(f + \frac{1}{d} \right) \right) \\ &= r_0 2L \left(\text{sinc}(2fL) \right. \\ &\quad \left. - \frac{m}{2} \text{sinc} \left(2 \left(f - \frac{1}{d} \right) L \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{m}{2} \text{sinc} \left(2 \left(f + \frac{1}{d} \right) L \right) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

对上式进行数值运算,取 $L = 1 \text{ mm}$,波长为 $0.6328 \text{ } \mu\text{m}$,输入角度 $\theta_{in} = 45^\circ$.在计算时(13)式中的 $r_0 2L$ 为常数,不计算在内.

当 $m = 0$ 时,可以得到各个方向上的背向散射分布如图2所示.图2(a)为散射角度在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 之间的散射分布,可见与反射相同方向的散射,即前向散射具有最强的散射幅度,与前向散射相比其他方向的散射与前向散射相比已经看不到了.为了观察入射方向的背向散射,只画出散射角度

在 $[0, \pi/2]$ 之间的部分, 即左半平面的背向散射, 如图 2(b) 所示. 从图 2(b) 可以看出没有形成调制光栅时, 左半平面的散射分布是连续均匀的, 沿入射方向的背向散射没有任何异常.

当 $m = 0.001$ 时, 可以得到各个方向上的背向散射分布如图 3 所示. 图 3(a) 为散射角度在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 之间的散射分布, 与图 2(a) 相似仍然具有较强的前向散射. 图 3(b) 所示为左半平面, 即散射角度在 $[0, \pi/2]$ 之间的背向散射, 与图 2(b) 相比由于调制光栅的存在, 沿入射光方向产生了较强的回波. 值得注意的是这种现象与入射光的入射角无

关, 无论入射角度多大, 回波的方向始终朝向入射光的方向. 例如在四边形激光陀螺中, 入射角的角度为 $\pi/4$, 而在三角形配置的陀螺中入射角的角度为 $\pi/6$. 更多的仿真结果表明, 随着调制深度 m 值的增大, 回波会变强, 背向散射就会变大, 而锁区与背向散射是有很大关系的, 所以锁区也会增大.

应该注意的是这种“刻蚀光栅”效应只有在环形配置的激光器中存在. 而在线性激光器由于高斯光束的等相面近似为平面, 产生散射光栅的可能性较小, 即使背射的存在, 它仍会与前向散射筒并为同一个方向.

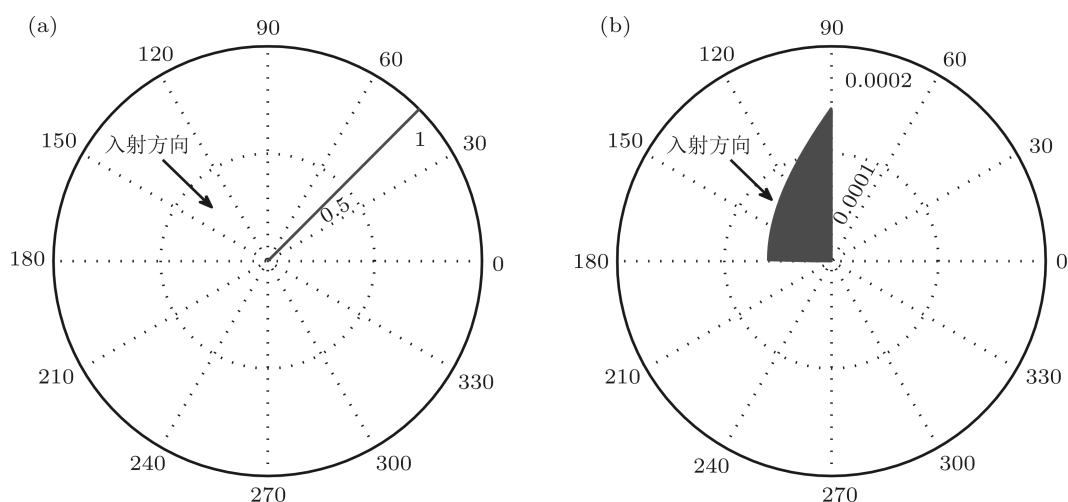


图 2 $m = 0$ 时的散射分布 (a) 整个平面的散射分布; (b) 左半平面的散射分布

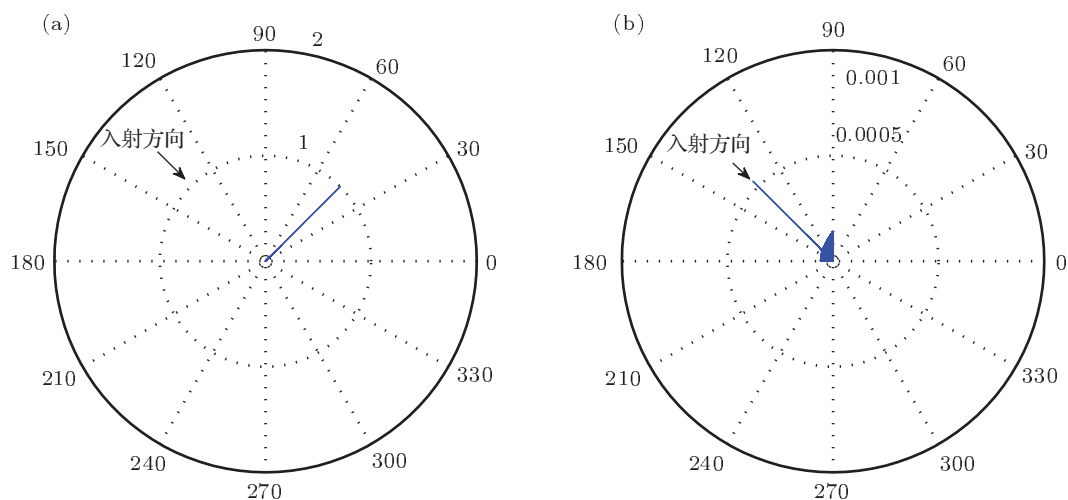


图 3 $m = 0.001$ 时的散射分布 (a) 整个平面的散射分布; (b) 左半平面的散射分布

可见在 (13) 式中调制深度 m 是一个较为重要的参数. 可以认为双向激光的干涉而引起的刻蚀作用不是瞬时完成的, 这种刻蚀应该有一个时间弛豫响应过程. 假设“刻蚀”对于干涉条纹的响应为一个一阶惯性环节, 其时间常数为 τ , 则调制深度 m 与拍频信号 $\Delta\nu$ 的关系可以表示为

$$m = C \left| \frac{1}{1 + i2\pi\Delta\nu\tau} \right|, \quad (14)$$

其中 C 为饱和调制深度, 与光强相关, i 为虚数单位. 根据观测经验, τ 是一个比较大的量, 其数量级估计在 1—10 s 之间. 当激光陀螺由行波状态转为驻波状态时, 镜片上的条纹不再移动, 光栅刻蚀效应不断加剧, m 以较慢的速率趋近于饱和值 C . 当由驻波转换为行波时, 镜片上的条纹开始移动, (14) 式所示的动态响应过程使得调制深度不断降低, 这时在宏观上体现为一种“擦除”效应. 所以在驻波状态下的锁区增大是可逆的, 当进入工作状态时, 散射光栅会被逐渐擦除, 陀螺可以逐渐恢复至正常状态. 由 (14) 式可见, 在行波状态下也会存在散射光栅, 只是它的调制深度比较低. 在行波状态下, 由于 τ 很大, m 可以近似表达为

$$m = \frac{C}{2\pi\Delta\nu\tau}, \quad (15)$$

可见调制深度与拍频频率成反比, 背向散射与拍频频率呈现非线性的关系, 随着 $\Delta\nu$ 的增大, m 可以减小到很小的值. 可见不同的拍频信号下, 由于背向散射是变化的, 锁区的值也是不一样的. 在采用国军标法测量锁区时, 需要缓慢降低转速, 转速降低时光栅“刻蚀”效应会加剧, 每个镜面的散射向入射光的方向聚集, 使得回波增强, 产生较大的背向散射, 加剧正逆光之间的耦合, 进而使得锁区变大, 锁区变大又拍频频率降低, 进一步使得“刻蚀”效应加剧, 如此循环往复, 这个过程如图 4 所示. 所以使得拍频信号消失时的转速已经不是实际工作时的锁区, 这时测得的值往往比工作时的锁区要大得多.

至此 (15) 式解释了前文提出的问题. 需要指出

的是由于响应时间 τ 的值较大, 当二频机抖陀螺处于工作状态时, 陀螺一般工作在拍频频率较大的位置, 而且通过锁区的速度又很快, 调制深度来不及响应, 这时可以认为锁区是基本不变的. 二频机械抖动陀螺 $\Delta\nu$ 的峰值可以达到 500 kHz. 取 $\tau = 5$ s 此时可以估计 m 的值为

$$m = \frac{C}{2\pi \cdot 5 \text{ s} \cdot 500 \text{ kHz}} = 6.4 \times 10^{-8} C, \quad (16)$$

可见对于二频机抖陀螺而言, 这种“刻蚀”效应的确是可以忽略不计, 但是在过锁时, 调制深度仍会略有增大.

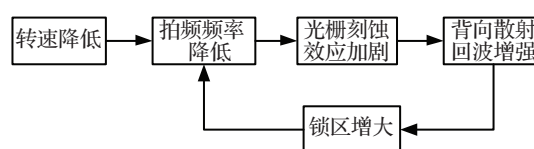


图 4 动态散射光栅效应的作用示意图

4 结论

在采用降低转速的办法测量陀螺的锁区往往比工作状态下的锁区偏大. 本文在前人的基础上提出了动态光栅刻蚀理论, 在刻蚀深度中引入了频率动态响应, 指出在陀螺内部同时存在“刻蚀”与“冲刷”两种过程, 当拍频频率较高时, 主要体现为“冲刷”效应, 而在拍频频率较低时, 主要体现为“刻蚀效应”. 当陀螺工作在完全闭锁状态时, 干涉条纹不动, “刻蚀”效应会加剧, 锁区逐渐增大, 这种锁区增大是可逆的. 一旦进入工作状态, 干涉条纹快速在镜片上移动, 主要体现为“冲刷”效应, 使锁区逐渐恢复. 在测量锁区时, 随着拍频频率的降低, 由于刻蚀光栅效应的加剧, 锁区是不断增加的. 文中提出的模型有一定的唯象性, 但却能够解释很多使研究者和工程人员疑惑的地方, 是对激光陀螺自治方程的有益补充.

[1] Post E J 1967 *Rev. Mod. Phys.* **39** 475
 [2] Killpatrick J E 1967 *IEEE Spec.* **4** 44
 [3] Heer C V 1961 *Bulletin of the American Physical Society*, New York, January, 1961, p58
 [4] Rosenthal A H 1961 *Journal of the Optical Society of America* **52**

1143
 [5] Macek W M, Davis D T M 1963 *Appl. Phys. Lett.* **2** 67
 [6] Lamb W E 1964 *Phys. Rev.* **134** 1429
 [7] Aronowitz F 1969 *Ph. D. Dissertation* (New York : New York University)

- [8] Mengozzi L N, Lamb W E 1973 *Phys. Rev. A* **8** 2103
- [9] Chow W W 1985 *Rev. Mod. Phys.* **57** 61
- [10] Ng L C 1993 On the Application of Allan Variance Method for Ring Laser Gyro Performance Characterization
- [11] Hammons S W, Ashby V J 1980 *National Aerospace and Electronics Conference* p388
- [12] COSTIND. *Test Methods for Ring Laser Gyros*. 1995.05.31 (in Chinese)
- [13] Chao S, Lim W H, Hammond J A 1984 *Physics of Optical Ring Gyros Snowbird* UT, USA 7–10 Jan. 1984 50–57
- [14] Andrews D A 1995 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **31** 1709
- [15] Aronowitz F 1999 *Fundamentals of the Ring Laser Gyro*
- [16] Fan Z F, Luo H, Lu G F, Hu S M 2011 *Chinese Journal of Lasers* **38** 0808004 (in Chinese) [樊振方, 罗晖, 卢广锋, 胡绍民 2011 中国激光 **38** 0808004]
- [17] Gao B L 1979 *Journal of NUDT* **1** 1 (in Chinese) [高伯龙 1979 国防科大工科学报 **1** 1]
- [18] Ji J R 2007 *Advanced Optics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [季家镛 2007 高等光学 (北京: 科学出版社)]

Research and discussion on the lock-in threshold variation of ring laser gyro*

Fan Zhen-Fang Luo Hui[†] Lu Guang-Feng Hu Shao-Min

(College of Optoelectronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 1 November 2011; revised manuscript received 14 January 2012)

Abstract

The lock-in threshold can be obtained by reducing the rotation rate. The lock-in threshold obtained using this method is inconsistent with the angle random walk derived from Allan variance. A dynamic burn-in grating model is proposed. The burn-in effect happens in the mirror not only in the standing wave state, but also in the traveling wave state, and it responds dynamically to beat frequency, which is different from previous research results. It can be derived that the lock-in threshold increases with the decrease of rotation rate for this model, and many puzzling phenomena of the ring laser gyro can be explained.

Keywords: ring laser gyro, lock-in threshold, scattering, dynamic burn-in grating

PACS: 42.25.Fx

* Project supported by Program for New Century Excellent Talents in University 2010.

[†] E-mail: luohui.luo@163.com