

# 开放的 V 型三能级系统中原子注入和退出速率 对位相相关的无反转激光增益和强度 空间演化的调制作用\*

梁颖<sup>1)</sup> 贾克宁<sup>1)</sup> 刘中波<sup>1)</sup> 全殿民<sup>2)</sup> 樊锡君<sup>1)†</sup>

1)(山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

2)(山东大学物理学院, 济南 250100)

(2011 年 9 月 18 日收到; 2012 年 3 月 6 日收到修改稿)

利用数值计算结果, 研究了具有自发辐射诱导相干的开放 V 型三能级原子系统中的传播效应。研究表明: 改变探测场和驱动场之间的相对位相无反转激光 (LWI) 增益和强度随传播距离的变化即空间演化具有重要的影响; 而原子的注入速率比 ( $S$ ) 和退出速率 ( $r_0$ ) 的改变将对位相相关的 LWI 增益和强度的空间演化产生明显的调制作用。在  $S(r_0)$  的一定取值范围内,  $S(r_0)$  的值越大, LWI 增益和强度越大且强度达到极大值需要的传播距离越长; 相应封闭系统中 LWI 增益和强度的最大值及能产生增益的传播距离都小于开放系统。Doppler 效应对 LWI 增益和强度的空间演化也具有明显的影响, 存在 Doppler 效应时得到的 LWI 增益和强度明显小于无 Doppler 效应时的值。

**关键词:** 开放系统, 注入和退出速率, 相对位相, 空间演化

**PACS:** 42.50.Gy, 42.50.Nn

## 1 引言

20 世纪 80 年代末 Kocharovskaya 和 Khanin<sup>[1]</sup>, Harris<sup>[2]</sup> 和 Scully 等<sup>[3]</sup> 相继独立地提出了产生无反转激光 (LWI) 的理论方案。LWI 的产生是量子相干和干涉的结果, 不需要实现粒子数反转, 所以可以在应用传统激光理论和方法很难甚至不可能产生激光的高频光谱区 (X- 射线甚至  $\gamma$ - 射线区) 产生激光<sup>[4]</sup>; 另外, LWI 具有减小自发辐射噪声和振幅压缩等统计性质<sup>[5]</sup>。LWI 的研究不仅具有重要的理论价值而且具有广阔的应用前景, 因而一直引起人们的高度重视和极大研究兴趣 (可参见评论文章<sup>[6]</sup> 和最近论文<sup>[7-13]</sup> 及其中的参考文献)。现在我们对 LWI 的研究给出一个简要的概括和总结。LWI 的研究可以分为理论研究和实验研究两个方面。为了减小文章篇幅, 我们在介绍理论研究情况

时将不给出相应参考文献。理论研究根据考虑的角度不同而有不同的分类方式。1) 按研究目的分类, 主要包括 ① 产生 LWI 的方案及对产生 LWI 的物理机制 (解释), ② 提高 LWI 增益 (即无反转增益) 的途径, ③ LWI 系统的稳定性分析与原子响应的时间演化, ④ 各种条件 (光场强度、失谐、非相干泵浦、Doppler 展宽、外加磁场、传播等) 对 LWI 及其增益的影响, ⑤ 对 LWI 及其增益的相干控制 (如下面将涉及的自发辐射诱导相干 (SGC) 和相对位相控制)。现在人们已经提出了各种产生 LWI 的方案并给出了相应的物理机制 (解释)。虽然总的说来 LWI 的产生是量子相干和干涉的结果, 但产生 LWI 的方案不同则具体物理机制 (解释) 也会有所不同。人们对其他几方面的内容 (②—⑤) 也进行了广泛深入的研究。实际上, 往往在一篇论文中会涉及以上所列研究内容的多个方面, 只是以某个方面作为重点而已。近年来, 关于 LWI 及其增益的相

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11175105) 资助的课题。

† E-mail: xjfan108@163.com

干控制研究引起了人们的特别关注。2) 按理论研究的性质可分为半经典理论(包括线性理论与非线性理论)和全量子理论, 目前半经典理论研究比较充分, 但全量子理论研究较少; 3) 按具体研究对象主要分为原子系统和分子系统。目前对原子系统的理论研究较充分, 对分子系统的研究很少, 也有个别作者研究了半导体量子阱中的 LWI 问题。原子系统又可以分为二能级系统和多能级系统(三、四、五能级)。考虑到施加的外场与能级的关系后, 多能级系统又存在不同的形式。三能级系统可分为 V 型、 $\Lambda$  型和  $\Xi$  型, 四能级系统有双  $\Lambda$  型, 准  $\Lambda$  型, Y 型, 倒 Y 型, N 型, tripod 型等, 五能级及其以上能级系统有更多的形式。目前对二能级和三能级原子系统的研究较多而对四能级原子系统的研究较少, 只有极个别作者的研究涉及到五能级和六能级原子系统。考虑到原子的初始预制情况, 原子系统又可分为开放系统与封闭系统; 目前对封闭原子系统的研究比较充分, 但对开放原子系统的研究还很少。与 LWI 的理论研究相比, 由于实验条件要求很高, LWI 的实验研究进展则相对较小。尽管产生 LWI 的理论预言早在 20 多年前就已被作出, 但迄今为止也仅有 10 多篇关于观察到无反转放大的实验报道; 而真正从实验上获得了 LWI 的报道则只有 4 例<sup>[14-17]</sup>, 而且得到的 LWI 基本属于可见光光谱区域。现在看来, 要从实验上得到高频光谱区(X-射线甚至  $\gamma$ -射线区)的 LWI 还需要较长时间的研究工作。

产生量子相干有不同的方法。一般情况下是通过相干驱动场<sup>[4]</sup>或初始相干性注入<sup>[18,19]</sup>实现的。不同自发辐射通道之间的干涉也可以导致相干性, 通常称为自发辐射诱导相干(SGC)<sup>[20,21]</sup>。目前, 人们已经对 SGC 对原子系统中的光学性质和现象的影响进行了广泛的研究。研究表明, SGC 效应的存在将导致施加于原子系统的光场位相对原子系统的光学性质和现象(包括 LWI 及其增益)产生明显影响<sup>[22-36]</sup>。另外, Doppler 效应<sup>[37,38]</sup>和传播效应<sup>[39,40]</sup>是影响 LWI 增益的两个重要因素。传播效应是指由于驱动场在原子介质中传播时的损耗而导致的各能级粒子布居、探测场增益(吸收)、探测场和驱动场 Rabi 频率(强度)随介质中空间位置的改变而发生的变化, 即空间演化。文献[41-44]分别研究了存在 Doppler 展宽的不同类型的三能级原子系统中的传播效应。其中, 文献[41-43]所研究的都是不具有 SGC 的封闭原子系统中的传播效

应; 文献[44]首次研究了具有 SGC 的封闭  $\Lambda$  型三能级原子系统的传播效应。而开放原子系统是与封闭原子系统具有明显差别的另一类重要的原子系统。与封闭系统不同, 开放系统原子的相干性可以通过原子进入激光腔前的适当预制而得到; 另外, 开放系统比相应的封闭系统增加了系统的控制参数(原子注入和退出速率)<sup>[45-47]</sup>。可以预见开放原子系统中的传播效应必然展现某些与封闭系统不同的特点, 因此研究开放原子系统中的传播效应是十分必要的。LWI 研究的重要课题之一是如何提高 LWI 增益以获得更大的 LWI 强度。本文研究了具有 SGC 的开放 V 型三能级原子系统中探测场和驱动场之间的相对位相、原子注入和退出速率对传播效应(主要是 LWI 增益和强度空间演化)的影响, 分析了存在与不存在 Doppler 展宽两种情况时的差别。我们发现, 相对位相对传播效应有明显的影响, 原子注入和退出速率对位相相关的传播效应有显著调制作用, 通过选择适当的相对位相、原子注入和退出速率的大小, 在开放系统可以得到比封闭系统更大的 LWI 增益和强度, 而 Doppler 展宽的存在将减小 LWI 增益和强度。

## 2 系统模型及密度矩阵运动方程

考虑一开放的 V 型三能级原子系统, 如图 1 所示。 $|1\rangle$  是基态能级,  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  分别是两个激发态能级。在能级  $|2\rangle$  和  $|1\rangle$  之间施加一个频率为  $\omega_c$ , Rabi 频率为  $\Omega = \mu_{12} \cdot \epsilon_c / 2\hbar$  的相干强驱动场  $\epsilon_c$ , 在能级  $|3\rangle$  和  $|1\rangle$  之间施加一个频率为  $\omega_p$ , Rabi 频率为  $G = \mu_{13} \cdot \epsilon_p / 2\hbar$  的相干弱探测场  $\epsilon_p$ 。能级  $|1\rangle$  和  $|3\rangle$  之间施加一泵浦速率为  $2R$  的非相干泵浦场。能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  到能级  $|1\rangle$  的自发衰变速率分别为  $2\gamma_2$  和  $2\gamma_3$ 。能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  到能级  $|1\rangle$  的跃迁频

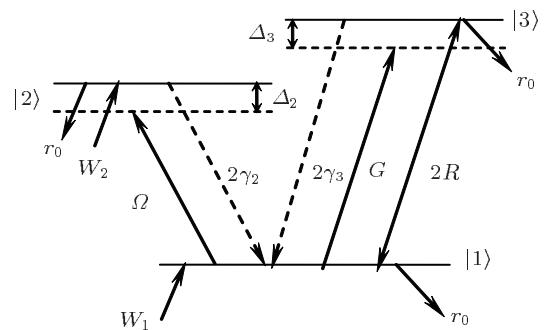


图 1 开放的 V 型三能级系统

率分别为  $\omega_{21}$  和  $\omega_{31}$ .  $W_1$  和  $W_2$  分别是能级  $|1\rangle$  与  $|2\rangle$  的粒子注入速率,  $r_0$  为原子与场相互作用后从腔中退出的速率, 并有  $r_0 = W_1 + W_2$ .

在电偶极近似和旋波近似下, 具有 SGC 的开放的 V 型三能级系统的密度矩阵运动方程为<sup>[48]</sup>

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{11} = & 2\gamma_2\rho_{22} + 2\gamma_3\rho_{33} - r_0\rho_{11} - i\Omega\rho_{12} + i\Omega^*\rho_{21} \\ & - iG\rho_{13} + iG^*\rho_{31} + 2R(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ & + 2\eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}(\rho_{23} + \rho_{32}) + W_1,\end{aligned}\quad (1a)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{22} = & -(2\gamma_2 + r_0)\rho_{22} - \eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}(\rho_{23} \\ & + \rho_{32}) + i\Omega\rho_{12} - i\Omega^*\rho_{21} + W_2,\end{aligned}\quad (1b)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{33} = & 2R\rho_{11} - (2\gamma_3 + 2R + r_0)\rho_{33} \\ & - \eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}(\rho_{23} + \rho_{32}) + iG\rho_{13} \\ & - iG^*\rho_{31},\end{aligned}\quad (1c)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{23} = & -[\gamma_2 + \gamma_3 + R + r_0 + i(\Delta_3 - \Delta_2)]\rho_{23} \\ & - \eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}(\rho_{22} + \rho_{33}) \\ & + i\Omega\rho_{13} - iG^*\rho_{21},\end{aligned}\quad (1d)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{21} = & -(\gamma_2 + R + r_0 - i\Delta_2)\rho_{21} \\ & - \eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}\rho_{31} \\ & + i\Omega(\rho_{11} - \rho_{22}) - iG\rho_{23},\end{aligned}\quad (1e)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{31} = & -(\gamma_3 + 2R + r_0 - i\Delta_3)\rho_{31} \\ & - \eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}\rho_{21} \\ & + iG(\rho_{11} - \rho_{23}) - i\Omega\rho_{31},\end{aligned}\quad (1f)$$

并且满足  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$ ,  $\rho_{ij}^* = \rho_{ji}$ .  $\rho_{ii}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 是态  $|i\rangle$  上的粒子数布居, 而  $\rho_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 表示态  $|i\rangle$  和态  $|j\rangle$  之间的原子极化. 方程组中  $\Delta_2 (= \omega_{21} - \omega_c)$ ,  $\Delta_3 (= \omega_{31} - \omega_p)$  分别表示驱动场和探测场与相应原子能级跃迁的频率的失谐;  $\eta\cos\theta\sqrt{\gamma_2\gamma_3}$  表示由自发辐射引起的量子相干即 SGC,  $\theta$  为偶极矩  $\mu_{21}$  和  $\mu_{13}$  之间的夹角. 如果能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  相距足够近, 就必须考虑 SGC 效应, 此时  $\eta = 1$ , 否则  $\eta = 0$ ; 如果偶极矩阵元  $\mu_{21}$  和  $\mu_{13}$  是正交的 ( $\theta = \pi/2$ ), 则没有 SGC 效应存在, 方程组 (1) 变为无 SGC 效应时的开放的 V 型三能级原子系统密度矩阵运动方程组<sup>[49]</sup>. 当  $\theta \neq \pi/2$  时, 则存在 SGC 效应,  $\theta$  角的数值代表 SGC 效应的强度. 当  $W_1 = W_2 = r_0 = 0$  时, 方程组 (1) 变为存在 SGC 效应时的封闭的 V 型三能级原子系统的密度矩阵运动方程组<sup>[50]</sup>.

由于 SGC 效应的存在, 原子系统的性质不仅依赖于施加的光场的振幅和频率, 而且也依赖于光场的位相. 因此, 探测场和驱动场的 Rabi 频率必须取为复量. 如果定义  $\phi_p$  和  $\phi_c$  分别为探测场和驱动场的位相, 则

$$\begin{aligned}\Omega &= \Omega_c e^{i\phi_c}, \\ G &= G_p e^{i\phi_p} \quad (\Omega_c \text{ 和 } G_p \text{ 为实数}).\end{aligned}\quad (2)$$

方程组 (1) 中的变量相应地变为

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{ii} &= \rho_{ii}, \quad \tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} e^{i\phi_c}, \quad \tilde{\rho}_{13} = \rho_{13} e^{i\phi_p}, \\ \tilde{\rho}_{23} &= \rho_{23} e^{i\Phi}, \quad \Phi = \phi_p - \phi_c.\end{aligned}\quad (3)$$

将 (2), (3) 式代入方程组 (1) 后, 可得到重新定义的密度矩阵运动方程组如下:

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{11} = & 2\gamma_2\tilde{\rho}_{22} + 2\gamma_3\tilde{\rho}_{33} - r_0\tilde{\rho}_{11} - i\Omega_c(\tilde{\rho}_{12} \\ & - \tilde{\rho}_{21}) - iG_p(\tilde{\rho}_{13} - \tilde{\rho}_{31}) + 2R(\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{11}) \\ & + 2p^*\tilde{\rho}_{23} + 2p\tilde{\rho}_{32} + W_1,\end{aligned}\quad (4a)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{22} = & -(2\gamma_2 + r_0)\tilde{\rho}_{22} - p^*\tilde{\rho}_{23} - p\tilde{\rho}_{32} \\ & + i\Omega_c(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}) + W_2,\end{aligned}\quad (4b)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{33} = & 2R\tilde{\rho}_{11} - (2\gamma_3 + 2R + r_0)\tilde{\rho}_{33} \\ & - p^*\tilde{\rho}_{23} + p\tilde{\rho}_{32} + iG_p(\tilde{\rho}_{13} - \tilde{\rho}_{31}),\end{aligned}\quad (4c)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{23} = & -[\gamma_2 + \gamma_3 + R + r_0 + i(\Delta_3 - \Delta_2)]\tilde{\rho}_{23} \\ & - p(\tilde{\rho}_{22} + \tilde{\rho}_{33}) + i\Omega_c\tilde{\rho}_{13} - iG_p\tilde{\rho}_{21},\end{aligned}\quad (4d)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{21} = & -(\gamma_2 + R + r_0 - i\Delta_2)\tilde{\rho}_{21} \\ & - p\tilde{\rho}_{31} + i\Omega_c(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{22}) - iG_p\tilde{\rho}_{23},\end{aligned}\quad (4e)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{31} = & -(\gamma_3 + 2R + r_0 - i\Delta_3)\tilde{\rho}_{31} \\ & - p^*\tilde{\rho}_{21} + iG_p(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}) - i\Omega_c\tilde{\rho}_{31},\end{aligned}\quad (4f)$$

其中  $p = \sqrt{\gamma_2\gamma_3}\cos\theta\eta e^{i\Phi}$ .

假设驱动场和探测场皆为沿  $z$  方向的线性极化场, 在慢变振幅近似和旋波近似下, 驱动场和探测场的传播方程可写为如下形式<sup>[43]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial z}\Omega_c(z) = \frac{3N\gamma_2\lambda_c^2}{4\pi} \text{Im}\tilde{\rho}_{21}(z), \quad (5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}G_p(z) = \frac{3N\gamma_3\lambda_p^2}{4\pi} \text{Im}\tilde{\rho}_{31}(z), \quad (5b)$$

其中,  $N$  代表原子密度,  $\lambda_c$  和  $\lambda_p$  分别代表探测场和驱动场的波长.

到现在为止, 以上的讨论一直是针对静止的、无 Doppler 展宽的原子系统. 为了将 Doppler 效应考虑在内, 在方程组 (4) 中的失谐  $\Delta_2$  和  $\Delta_3$  需要用相应的与原子运动速度有关的失谐  $\Delta_2(v)$  和  $\Delta_3(v)$

来代替,  $\Delta_2(v)$  和  $\Delta_3(v)$  的表达式如下:

$$\Delta_2(v) = \Delta_2^0 + \omega_c v/c, \quad (6a)$$

$$\Delta_3(v) = \Delta_3^0 + \omega_p v/c, \quad (6b)$$

其中,  $v$  是原子的运动速度, 其运动方向与同向传播的驱动场和探测场的传播方向相反,  $c$  是光速,  $\Delta_2^0 \equiv \Delta_2(v=0) = \omega_{21} - \omega_c$  和  $\Delta_3^0 \equiv \Delta_3(v=0) = \omega_{31} - \omega_p$  是正常(原子静止)时的失谐. 我们假定原子的运动速度服从 Maxwell 分布, 考虑 Doppler 展宽的影响后,

$$N(\nu) = \frac{N_0}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\nu^2}{\sigma^2}\right), \quad (7)$$

其中,  $\sigma$  表示最可几速率. Doppler 半极大展宽为

$$D = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\sigma}{c} \omega_p. \quad (8)$$

考虑到 Doppler 效应后, 方程组 (5) 应被更改为 [43]

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega_c(z) = \frac{3\gamma_2 \lambda_c^2}{4\pi} \int N(v) \text{Im}\tilde{\rho}_{21}(z, v) dv, \quad (9a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} G_p(z) = \frac{3\gamma_3 \lambda_p^2}{4\pi} \int N(v) \text{Im}\tilde{\rho}_{31}(z, v) dv. \quad (9b)$$

探测场的增益(吸收)正比于  $\tilde{\rho}_{31}$  的虚部. 在我们的记法中, 当  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} > 0$  时探测场被放大, 当  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} < 0$  时探测场被削弱. 当  $\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{11} < 0$  (即无粒子数反转) 和  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} > 0$  同时被满足时, 则出现无粒子数反转增益即 LWI 增益, 进而可以产生 LWI.

### 3 数值计算结果及讨论

下面我们利用数值计算结果, 分别讨论不存在和存在 Doppler 展宽两种情况下探测场和驱动场的相对位相  $\Phi$  的改变对光场传播效应的影响以及粒子退出速率( $r_0$ )和粒子注入速率( $W_1$  和  $W_2$ )对相对位相相关的光场传播效应的调制作用, 并且将开放系统与相应封闭系统情况加以对比. 在以下的讨论中, 各图都使用了如下参量值:  $\theta = \pi/4$ ,  $\gamma_3 = 2\pi \times 3$  MHz,  $\gamma_2 = 3\gamma_3$ ,  $R = 0.7\gamma_3$ ,  $\lambda_p = 780$  nm,  $\lambda_c = 780$  nm,  $\Delta_2 = 0$ ,  $\Delta_3 = 0$ ,  $N_0 = 2.0 \times 10^{15}/\text{m}^3$ , 介质入口处的驱动场和探测场的 Rabi 频率分别为  $\Omega_{\text{cin}} = 2\pi \times 25$  MHz 和  $G_{\text{pin}} = 2\pi \times 1$  MHz. 为了讨论问题的方便,

我们令能级  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  的粒子注入速率  $W_1$  和  $W_2$  之比为  $S$ , 即  $S = W_1/W_2$ .

#### 3.1 无 Doppler 效应情况

首先我们讨论不考虑 Doppler 效应的情况下, 相对位相光场传播效应的影响.

图 2 给出了  $\Phi$  取不同值即相对位相不同时粒子数之差  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$ 、增益(吸收)系数  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$ 、探测场及驱动场 Rabi 频率  $\Omega_c$  及  $G_p$  随传播距离的变化即空间演化.

图 2(a) 表明,  $\Phi$  取不同值时, 虽然  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  的空间演化有所不同, 但  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  总是小于零, 说明粒子数始终是无反转的, 所以对应的增益皆为 LWI 增益. 由图 2(b) 我们可以看出: 无 Doppler 效应时, 相对位相  $\Phi$  的改变对增益的空间演化具有显著的影响. 当  $\Phi = 0$  (即仅考虑 SGC 效应) 时, 增益极大值较小但能产生增益的传播距离最长; 当  $\Phi = \pi/2$  时, 增益取得最大值但能产生增益的传播距离较短; 当  $\Phi = \pi/4$  时, 可得到的增益极大值和能产生增益的传播距离长度皆处于  $\Phi = 0$  和  $\Phi = \pi/2$  两种情况之间; 当  $0 \leq \Phi_1 < \pi$  时, 对应  $\Phi_1$  与  $\Phi_2 (= \Phi_1 + \pi)$  的两条增益(吸收)曲线关于  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} = 0$  的直线对称, 如对应  $\pi/2$  与  $3\pi/2$  ( $0$  与  $\pi$ ) 的两条增益(吸收)曲线; 而  $\Phi$  对增益的影响具有周期性, 周期为  $2\pi$ . 图 2(c) 表明, 不管  $\Phi$  取值大小,  $\Omega_c$  总是随传播距离的增大而逐渐减小最后趋于 0. 从图 2(d) 也可以看出, 当  $0 \leq \Phi \leq \pi/2$  时, 不管相对位相取值大小, 随着传播距离的增大,  $G_p$  总是先增大后减小, 当增益为零即  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} = 0$  时达到极大值(与图 2(b) 对比), 然后  $G_p$  逐渐减小, 这是由于此时  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  已为负值即变为吸收, 这显然遵守能量守恒定律.  $\Phi = 0$ ,  $\Phi = \pi/4$  和  $\Phi = \pi/2$  这三种情况相比, 在  $\Phi = \pi/4$  时可以得到最大的稳定  $G_p$  值,  $\Phi = \pi/4$  (即仅考虑 SGC 效应) 时, 得到的  $G_p$  值最小. 当  $\Phi = 0$  时, 由于探测场始终处于吸收状态, 即  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  为负值, 所以  $G_p$  随传播距离的增大逐渐减小至一个稳定值.

下面我们讨论改变粒子注入速率比  $S$  和退出速率  $r_0$  对传播效应的影响.

当  $r_0 = 0.8$  MHz,  $S$  取不同值时, 粒子数之差  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$ 、增益(吸收)系数  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$ 、探测场及驱动场 Rabi 频率  $\Omega_c$  及  $G_p$  随传播距离的变化即空间演化如图 3 所示. 实际上封闭系统(closed system)也就是  $S = 0$  的系统.

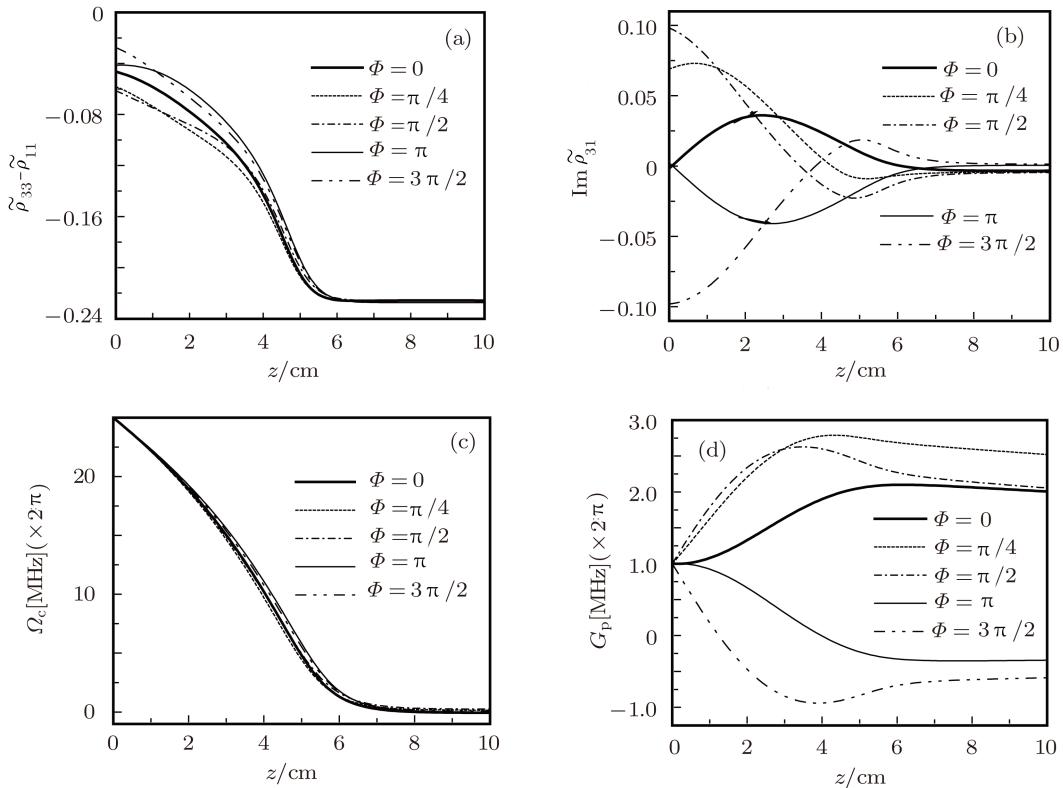
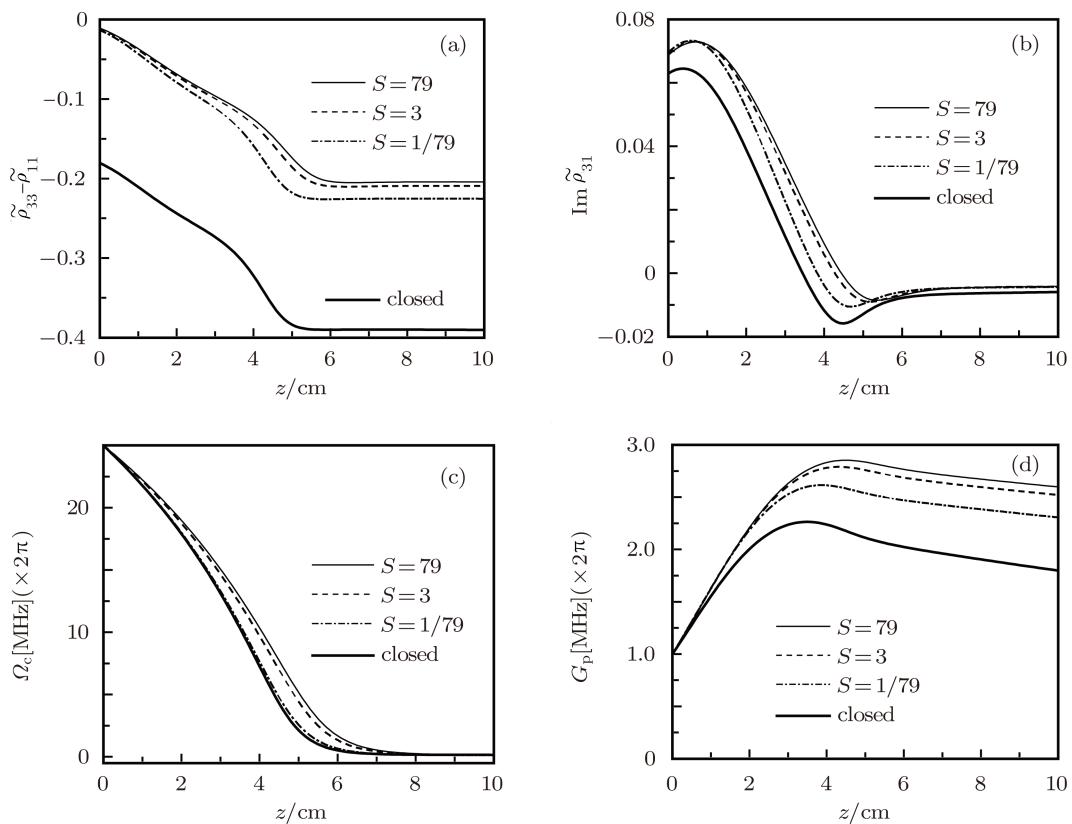
图 2 不同  $\phi$  值时,  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$ ,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$ ,  $\Omega_c$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $S = 3$ ,  $r_0 = 0.8$  MHz,  $D = 0$ 图 3 不同  $S$  值时,  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$ ,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$ ,  $\Omega_c$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $\Phi = \pi/4$ ,  $r_0 = 0.8$  MHz,  $D = 0$

图 3(a) 表明, 虽然由于  $S$  的变化对  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  空间演化的影响与  $\Phi$  的变化对  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  空间演化的影响(见图 2(a)) 明显不同, 但在开放系统和封闭系统中,  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  都总是小于零, 即粒子数始终是无反转的, 所以对应的增益皆为 LWI 增益. 由图 3(b) 可以看出: 开放系统和封闭系统的增益皆随传播距离的增加而先增大后减小, 传播到一定距离后增益转变为吸收; 封闭系统中增益及能产生增益的传播距离都小于开放系统; 在开放系统中, 增益极大值及能产生增益的传播距离皆随  $S$  取值的增大而增大. 图 3(c) 显示, 开放系统和封闭系统中的驱动场 Rabi 频率都随传播距离的增大而单调减小, 最后趋于零; 驱动场 Rabi 频率减小的速度, 在封闭系统中比在开放系统中快,  $S$  值小时比  $S$  值大时快. 图 3(d) 表明, 开放系统和封闭系统中的探测场 Rabi 频率都是随传播距离的增大而先增大后减小, 当增益为零时达到最大值, 而此时驱动场 Rabi 频率减小为零; 封闭系统中的探测场 Rabi 频率最大值明显小于开放系

统, 开放系统中的探测场 Rabi 频率极大值则随  $S$  值的增大而增大.

在下面的讨论中, 条件  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11} < 0$  总是被满足的, 即粒子数总是无反转的, 所以对应的增益皆为 LWI 增益. 另外, 驱动场 Rabi 频率  $\Omega_c$  总是随传播距离的增大而单调减小, 最后趋于零, 尽管在不同情况下  $\Omega_c$  的空间演化有所不同. 为了压缩文章篇幅, 我们将不再给出  $\tilde{\rho}_{33}-\tilde{\rho}_{11}$  和  $\Omega_c$  的空间演化.

当  $\Phi = \pi/4$ ,  $S = 3$ , 而  $r_0$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离的变化即空间演化如图 4 所示. 实际上封闭系统也就是  $r_0 = 0$  的系统. 图中  $r_0$  的数值是以 MHz 为单位.

比较图 4 与图 3 可以看出: 退出速率  $r_0$  的改变与  $S$  的改变对  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  空间演化规律的影响类似, 即  $r_0$  的值越大, 增益及  $G_p$  越大且增益减小到 0,  $G_p$  达到最大值需要的传播距离越长; 在开放系统中可得到的增益和  $G_p$  明显大于封闭系统.

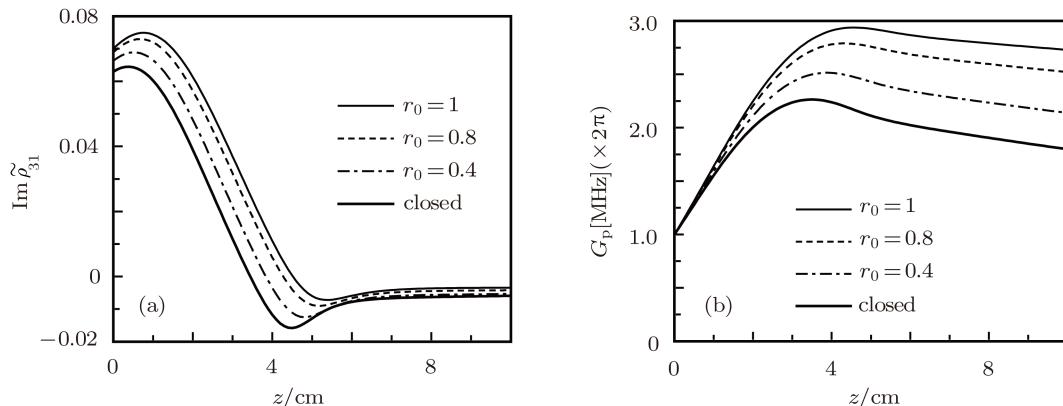


图 4  $r_0$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $\Phi = \pi/4$ ,  $S = 3$ ,  $D = 0$

### 3.2 存在 Doppler 效应情况

现在我们讨论存在 Doppler 展宽且探测场和驱动场传播方向与原子运动方向相同时相对位相、粒子注入速率比和退出速率对光场传播的影响. 以下讨论中 Doppler 展宽取为  $D = 100$  MHz.

图 5 给出了  $\Phi$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  及  $G_p$  随传播距离的变化. 比较图 5(a) 和 (b) 与图 2(b) 和 (d) 可以看出: 与无 Doppler 效应时的情况类似, 存在 Doppler 效应时  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  的空间演化对相对位相是非常敏感的; 但存在与不存在 Doppler 效应两种情况下  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  的空间演化也存在着明

显的差别: 1) 无 Doppler 效应情况下, 当  $0 \leq \Phi_1 < \pi$  时, 对应  $\Phi_1$  与  $\Phi_2 (= \Phi_1 + \pi)$  的两条增益(吸收)曲线关于  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31} = 0$  的直线对称; 而存在 Doppler 效应的情况下这种对称性不再存在; 2) 有 Doppler 效应时得到的增益和  $G_p$  最大值都小于无 Doppler 效应时的值.

在有 Doppler 效应的情况下, 当  $r_0 = 0.8$  MHz,  $S$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化如图 6 所示.

比较图 6(a) 和 (b) 与图 3(b) 和 (d) 可以看出: 1) 与无 Doppler 效应时类似, 当存在 Doppler 效应时,  $S$  的值越大, 增益和  $G_p$  越大且存在增益

的传播距离越长; 2) 不论是封闭系统 ( $S = 0$ ) 还是开放系统 ( $S \neq 0$ ), 有 Doppler 效应时, 存在增益的传播距离比无 Doppler 效应时明显增长, 但增益和  $G_p$  的最大值比无 Doppler 效应时明显减小.

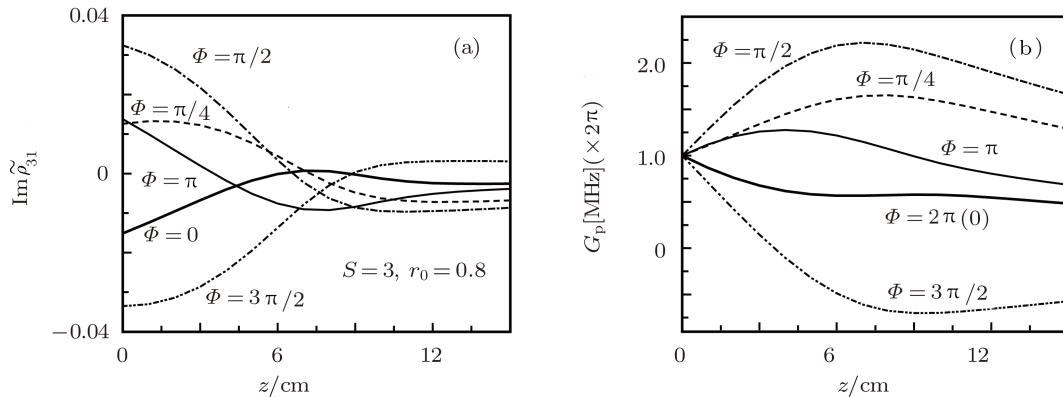


图 5  $\Phi$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $S = 3, r_0 = 0.8 \text{ MHz}, D = 100 \text{ MHz}$

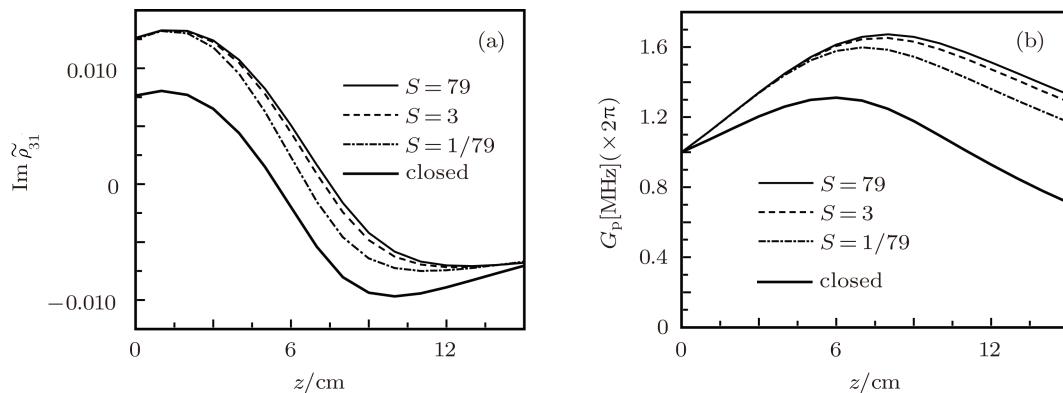


图 6  $S$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $\Phi = \pi/4, r_0 = 0.8 \text{ MHz}, D = 100 \text{ MHz}$

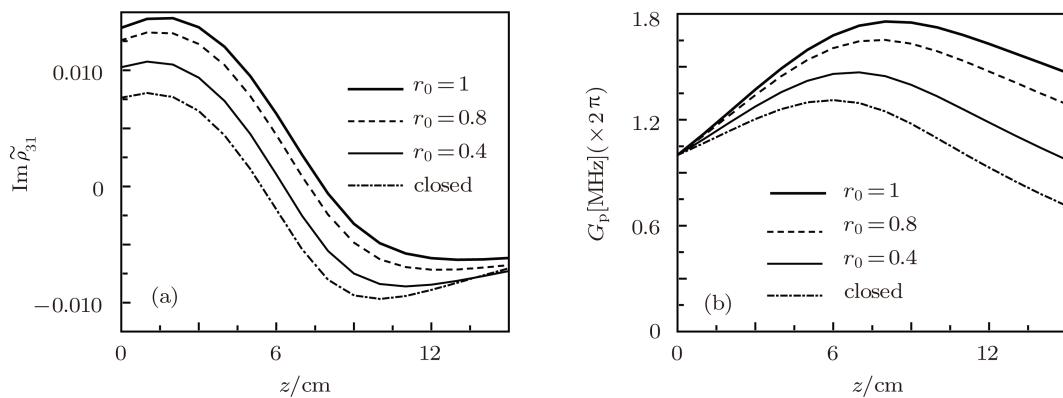


图 7  $r_0$  取不同值时,  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  随传播距离  $z$  的变化, 其中  $\Phi = \pi/4, S = 3, D = 100 \text{ MHz}$

需要说明的是,以上讨论中关于  $r_0(S)$  对  $\text{Im}\tilde{\rho}_{31}$  和  $G_p$  空间演化的影响的结论只是对  $r_0(S)$  的一定取值区间才成立。我们的数值计算结果表明,当  $r_0(S)$  增大到一定值  $r_{0m}(S_m)$  后,增益极大值及相应的探测场 Rabi 频率极大值将不再随  $r_0(S)$  值的继续增大而增大,  $r_{0m}(S_m)$  的大小与其他系统参量的取值密切相关。

根据驱动场 Rabi 频率  $\Omega_c$  和探测场 Rabi 频率  $G_p$  的定义可知,  $\Omega_c$  及  $G_p$  随传播距离的变化即是驱动场和探测场强度随传播距离的变化。而对应于无反转情况的探测场强度也就是 LWI 强度。

## 4 结 论

本文研究了在具有自发辐射诱导相干的开放的 V 型三能级原子系统中,存在和不存在 Doppler 效应两种情况下,探测场和驱动场之间的相对位

相、粒子注入速率比和退出速率的改变对无反转激光 (LWI) 增益和探测激光场 (即 LWI 场) 强度空间演化的影响。我们发现: 1) 相对位相对 LWI 增益和强度的空间演化有显著的周期性影响, 周期为  $2\pi$ ; 通过选择  $\Phi$  的取值可以获得更大的 LWI 增益和更长的存在增益的传播距离, 从而获得更高的 LWI 强度; 2) 原子退出速率 ( $r_0$ ) 和注入速率比 ( $S$ ) 对与相对位相关的 LWI 增益和强度的空间演化有明显的调制作用; 在  $r_0$  和  $S$  的一定取值范围内, LWI 增益和探测场强度随  $r_0$  和  $S$  取值的增大而增大; 开放系统可获得比相应的封闭系统大得多的 LWI 增益和探测场强度; 3) 有 Doppler 效应时, 存在 LWI 增益的传播距离明显大于无 Doppler 效应时的值; 有 Doppler 效应时得到的 LWI 增益最大值和 LWI 强度最大值都小于无 Doppler 效应时的值。

- [1] Kocharovskaya O, Khanin Y I 1988 *JETP Lett.* **48** 630
- [2] Harris S E 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1033
- [3] Scully M O, Zhu S Y, Gavrielides A 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 2813
- [4] Mandel P 1993 *Contemporary Phys.* **34** 235
- [5] Zhu Y F, Rubiera A I, Xiao M 1996 *Phys. Rev. A* **53** 1065
- [6] Mompart J, Corbalan R 2000 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **2** R7
- [7] Li C R, Li Y C, Men F K, Pao C H, Tsai Y C, Wang J F 2005 *Appl. Phys. Lett.* **86** 201112
- [8] Wieczorek S, Chow W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 113903
- [9] Waldmueller I, Wanke M C, W W Chow 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 117401
- [10] Kilin S Y, Kapale K T, Scully M O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 173601
- [11] Liberato S D, Ciuti C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 136403
- [12] Scully M O 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 207701
- [13] Marthaler M, Utsumi Y, Golubev D S, Shnirman A, Schön G 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 093901
- [14] Zibrov A S, Lukin M D, Nikonov D E, Hollberg L, Scully M O, Velichansky V L, Robinson H G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1499
- [15] Padmabandu G G, Welch G R, Shubin I N, Fry E S, Nikonov D E, Lukin M D, Scully M O 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 2053
- [16] de Jong F B, Mavromanolakis A, Spreeuw R J C, Heuvell H B 1998 *Phys. Rev. A* **57** 4869
- [17] Wu H, Xiao M, Gea-Banacloche J 2008 *Phys. Rev. A* **78** R041802
- [18] Lu N, Bergou J 1989 *Phys. Rev. A* **40** 237
- [19] Bergou J A J, Bogar P 1991 *Phys. Rev. A* **43** 4889
- [20] Javanainen J 1992 *Europhys. Lett.* **17** 407
- [21] Zhu S Y, Scully M O 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 388
- [22] Wu J H, Gao J Y 2002 *Phys. Rev. A* **65** 063807
- [23] Xu W H, Zhang H F, Gao J Y, Zhang B 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 2377
- [24] Goren C, Wilson-Gordon A D, Rosenbluh M, Friedmann H 2003 *Phys. Rev. A* **68** 043818
- [25] Hou B P, Wang S J, Yu W L, Sun W L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 053805
- [26] Sahrai M, Tajalli H, Kapale K T, Zubairy M S 2004 *Phys. Rev. A* **70** 023813
- [27] Sahrai M, Tajalli H, Kapale K T, Zubairy M S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 013820
- [28] Bai A F, Guo H, Han D A 2005 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **7** 35
- [29] Kapale K T, Zubairy M S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 023813
- [30] Yang J H, Zhu S Y 2007 *Phys. Rev. A* **76** 062322
- [31] Fan X J, Cui N, Tian S F, Ma H, Gong S Q, Xu Z Z 2005 *J. Modern Opt.* **52** 2759
- [32] Fan X J, Li A Y, Tian S F, Tong D M, Gong S Q, Xu Z Z 2007 *Eur. Phys. J. D* **42** 483
- [33] Yang Y, Liu Z B, Wang L, Tong D M, Fan X J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1054
- [34] Osman K I, Hassan S S, Joshi A 2009 *Eur. Phys. J. D* **54** 119
- [35] Li A J, Song X L, Wei G X, Wang L, Gao J Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 053806
- [36] Wang L, Li G Q, Xiao S W, Zheng C B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8512 (in Chinese) [王丽, 李根全, 肖绍武, 郑长波 2010 物理学报 **59** 8512]
- [37] Vemuri G, Agarwal G S 1996 *Phys. Rev. A* **53** 1060
- [38] Ahufinger V, Mompart J, Corbalan R 1999 *Phys. Rev. A* **60** 614
- [39] Brown W J, Gardner J R, Gauthier D J, Vilaseca R 1997 *Phys. Rev. A* **55** R1601
- [40] Bonifacio R, Robb G R M, McNeil B W J 1997 *Phys. Rev. A* **56** 912
- [41] Lukin M D, Scully M O, Welch G R 1996 *Laser Phys.* **6** 436
- [42] Yelin S F, Lukin M D, Scully M O 1998 *Phys. Rev. A* **57** 3858

- [43] Mompart J, Ahufinger V, Corbalan R, Parti F 2000 *J. Opt. B: Quantum Semiclass.* **2** 359
- [44] Qiao H X, Yang Y L, Tan X, Tong D M, Fan X J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3735
- [45] Scully M O, Zhu S Y, Fearn H 1992 *Z. Phys. D: Atoms, Molecules and Clusters* **22** 471
- [46] Zhu S Y, Wang D Z, Gao J Y 1997 *Phys. Rev. A* **55** 1939
- [47] Yelin S F, Lukin M D, Scully M O, Mandel P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 3858
- [48] Li J J, Liu C P, Cui N, Li H, Fan X J 2004 *Chin. Opt. Lett.* **2** 725
- [49] Fan J F, Xu H, Tian S F, Tong D M, Xu Z Z 2004 *Opt. Commun.* **241** 399
- [50] Zhou P, Swain S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 832

# Effects of modulation of atomic injection and exit rate on spatial evolution of phase-dependent lasing without inversion gain and intensity in an open V-type system\*

Liang Ying<sup>1)</sup> Jia Ke-Ning<sup>1)</sup> Liu Zhong-Bo<sup>1)</sup> Tong Dian-Min<sup>2)</sup> Fan Xi-Jun<sup>1)</sup>

1) (College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

2) (School of Physics, Shandong University, Jinan 250100, China)

(Received 18 September 2011; revised manuscript received 6 March 2012)

## Abstract

The propagation effect in an open V-type three-level atomic system with spontaneously generated coherence is studied by numerical calculation. The results show that changing the relative phase between the probe and driving field has an important effect on variations of gain and intensity of lasing without inversion (LWI) with propagation distance, i.e. spatial evolution; variation of ratio ( $S$ ) between the atomic injection rate and atomic exit rate ( $r_0$ ) has a remarkable modulation role in phase-dependent spatial evolution. In a certain range of  $S(r_0)$ , with value of  $S(r_0)$  increasing, LWI gain and intensity increase and the propagation distance needed for reaching an intensity maximum value becomes longer; In a corresponding closed system, the maxima of LWI gain, intensity and the propagation distance along which the gain can be produced are smaller than in an open system. The Doppler effect also has an obvious influence on spatial evolutions of LWI gain and intensity, values of LWI gain and intensity are smaller in the presence of Doppler effect than in the absence of Doppler effect.

**Keywords:** open system, injection and exit rates, relative phase, spatial evolution lasing without inversion, gain

**PACS:** 42.50.Gy, 42.50.Nn

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11175105).

† E-mail: xjfan108@163.com