

热非局域非线性高阶界面孤子的多种孤子解*

彭虎庆 马学凯 陆大全 胡巍[†]

(华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

(2011年12月15日收到; 2012年3月8日收到修改稿)

讨论了是光束在(1+1)维的热致非局域介质中的传输, 此介质在中心处被分为两部分, 两部分的线性折射率是不同的. 发现在中心处的界面附近存在多阶稳定的界面孤子. 本文研究的是五阶和六阶界面孤子, 它们都存在三种不同的孤子解. 三种孤子解的波形、束宽、光束重心、存在和稳定区间都是不相同的. 五阶孤子的三种解都存在稳定区间, 并且其中两个解存在共同稳定区域. 然而六阶孤子只有其中一种解存在稳定区间.

关键词: 非局域非线性, 界面孤子, 稳定区间

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

1 引言

光孤子在光开关、光通信、光子信息处理等领域都有广泛的应用前景, 对光孤子的研究一直是光学领域的热点之一. 1997年 Snyder 和 Mitchell^[1]提出了强非局域非线性介质中空间光孤子的线性模型. 随后实验上分别在向列相液晶^[2,3]及铅玻璃^[4,5]中观察到了非局域光孤子. 孤子在强非局域介质中表现出许多与局域介质中不同的性质, 例如, 大相移^[6]、孤子间的相互作用^[7]、自诱导分数傅里叶变换^[8]等. 在强非局域介质中还得到了许多不同种类的光孤子: 涡旋孤子^[9]、拉盖尔-高斯和厄米-高斯孤子^[10-13]、因斯-高斯孤子^[14]等. 并且在实验上已实现了基于强非局域空间孤子相互作用特性的光子开关和光子逻辑门^[15,16].

2007年, Alfassi 等^[17]首次对强非局域表面孤子进行了研究, 并从实验上观察到了强非局域表面孤子. 这引起了人们的浓厚兴趣, 进行了大量的研究^[18-25].

我们研究(1+1)维情况下在中心处被分为两部分的热致非局域非线性介质界面处光孤子的传播情况, 介质的两部分存在恒定的线性折射率差. 由

于界面的作用^[26,27], 界面孤子表现出了与体孤子和表面孤子不同的现象. 在文献[24]中分析了基模和二阶界面孤子的传播情况, 发现基模孤子恒稳, 而二阶孤子的稳定区间与两边介质的线性折射率差和传播常数有关. 在文献[25]中继续讨论了三阶与四阶界面孤子. 这两种情况都存在两种不同的孤子解, 且解的稳定区间也是与介质的线性折射率差及传播常数有关. 文献[25]中还提到五阶孤子存在三种不同的解, 且只有一种解存在稳定区间. 本文发现五阶孤子三种解都存在稳定区间, 并且其中两个解存在共同的稳定区域. 我们继续研究六阶孤子, 发现同样存在三种不同的孤子解, 而且其中一种解存在稳定区间.

2 理论模型

假设一个(1+1)维宽度为 $2L(-L \leq x \leq L)$ 的热致强非局域非线性样品, 样品在中心处($x = 0$)被分为线性折射率不同的两部分, 两个边界($x = \pm L$)及界面处都是导热的. 这两部分的线性折射率差为 n_d , 其他参数例如热传导系数、热吸收系数及非线性热光系数等都是相同的. 一束横电波(TE波)在界面处传播可用无量纲的非局域非线

* 国家自然科学基金(批准号: 10804033, 11174090)资助的课题.

[†] E-mail: huwei@scnu.edu.cn

性薛定谔方程及热扩散方程来描述. 在样品的左边 ($-L \leq x \leq 0$),

$$\begin{aligned} i \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + nq &= 0, \\ \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} &= -|q|^2, \end{aligned} \quad (1)$$

在样品的右边 ($0 \leq x \leq L$),

$$\begin{aligned} i \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + nq - n_d q &= 0, \\ \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} &= -|q|^2, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 x 和 z 是归一化横向和纵向坐标, q 是光场的复振幅, n 是介质由光场引起的非线性折射率, n_d 是样品两部分之间恒定的线性折射率差, $n_d > 0$ 表示左边的线性折射率大于右边的线性折射率, $n_d < 0$ 则反之. 在本文中假定 $L = 30, n_d > 0$.

假定光束束宽远小于样品宽度且远离边界, 则在边界处光场 $q(\pm L) = 0$. 在界面处 TE 波满

足连续性条件 $q(-0) = q(+0)$ 和 $\partial q / \partial x|_{x=-0} = \partial q / \partial x|_{x=+0}$. 因为外加散热器^[17,18], 所以由光场引起的折射率变化在边界处 $n(\pm L) = 0$. 在界面处导热所以 $n(-0) = n(+0)$. 由光场连续及方程 (1) 和 (2) 可得折射率的偏导也是连续的.

假定方程 (1) 和 (2) 的孤子解的形式为 $q(x, z) = w(x) \exp(ibz)$, 其中 $w(x)$ 是实函数表示振幅, b 是传播常数. 根据不同的传播常数 b 和线性折射率差 n_d , 用迭代的方法就可以得到方程 (1) 和 (2) 的数值的孤子解.

为了证明孤子解的稳定性, 在方程 (1) 和 (2) 的解中引入一个微扰项, 那么 $q(x, z) = [w(x, z) + u(x, z) + iv(x, z)] \exp(ibz)$, 其中 $u(x, z)$ 和 $v(x, z)$ 分别是微扰项的实部和虚部, 它们在传输过程中以一个复数比率 σ 成指数增长. 将有微扰的孤子解带入方程 (1) 和 (2), 可以得到一个线性本征方程:

$$\left. \begin{aligned} \sigma u &= -\frac{1}{2} \frac{d^2 v}{dx^2} + bv - nv, \\ \sigma v &= \frac{1}{2} \frac{d^2 u}{dx^2} - bu + nu + w \Delta n, \end{aligned} \right\} \quad (-L \leq x \leq 0), \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma u &= -\frac{1}{2} \frac{d^2 v}{dx^2} - bv - nv + n_d v, \\ \sigma v &= \frac{1}{2} \frac{d^2 u}{dx^2} - bu + nu - n_d u + w \Delta n, \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq x \leq L), \quad (4)$$

其中 $\Delta n = -2 \int_{-L}^L G(x, x') w(x') u(x') dx'$ 是折射率微扰, 当 $x \leq x'$ 时响应函数 $G(x, x') = (x + L)(x' - L)/(2L)$, 当 $x > x'$ 时 $G(x, x') = (x' + L)(x - L)/(2L)$. 可以同样用数值的方法求解方程 (3) 和 (4).

3 五阶界面孤子解

通过迭代发现五阶界面孤子存在三种不同的孤子解, 我们将其分别称为 I 解、II 解和 III 解. 图 1 是三种孤子解在 $b = 8, n_d = 0.5$ 时的

光强 $|w|^2$ 分布和由光场引起的非线性折射率 n 分布图, 其中图 1(a), 1(b) 和 1(c) 分别表示 I 解、II 解和 III 解. 在图 1 中可以看到在样品左边的波峰分布: I 解、II 解、III 解依次是三个峰、四个峰、五个峰, 即三种解的光束的重心 ($x_g = \int_{-L}^L x |q|^2 dx / \int_{-L}^L |q|^2 dx$) 依次越来越偏向折射率大的一边. 这与文献 [25] 中的结论一致. 在此基础上, 我们深入地研究了五阶的情况, 图 2 给出了三种孤子解随传播常数 b 和线性折射率差 n_d 变化的示意图, 其中 b_1, b_2 和 b_3 分别表示 I 解、II 解和 III 解.

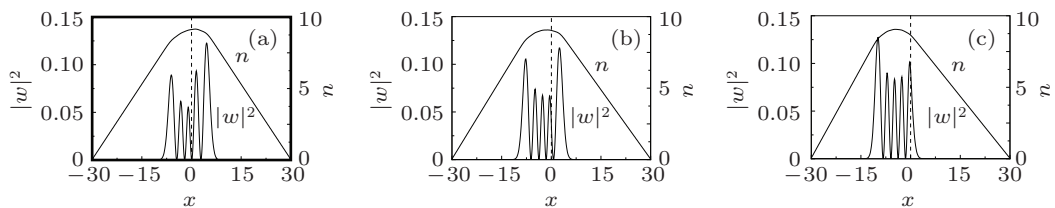


图 1 五阶界面孤子在 $b = 8, n_d = 0.5$ 时三种孤子解 (a) I 解; (b) II 解; (c) III 解

在图 2 可以看到, 当 n_d 固定时, 三种解的束宽 w_0 都是随着 b 的增大而减少 (图 2(a)), 然而功率 ($P = \int_{-L}^L |q|^2 dx$) 却随着 b 的增加而增加, 并且当 b 相同时三种解的功率近似相等 (图 2(b)). 图 2(c) 和图 2(d) 描述的是当 b 固定时, 光束束宽和重心随 n_d 的变化规律. 当 $n_d = 0$ 时, 界面孤子就

相当于体孤子, 光束重心在介质的中心位置, 这时只存在 I 解. 随着 n_d 的增加, 光束重心会先向折射率大的一边移动, 然后又回到介质的中心位置. II 解与 I 解类似, III 解的光束重心一直朝折射率大的一边移动. 从图 2(d) 可以看到三种解的光束的束宽都随 n_d 的增大而减小.

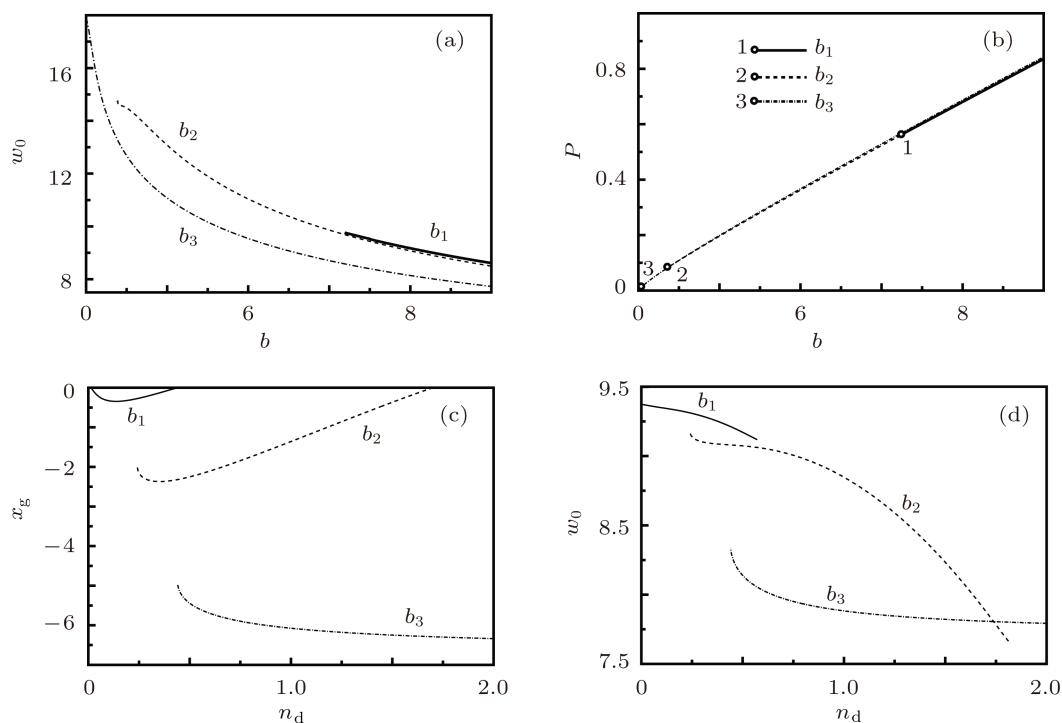


图 2 五阶界面孤子三种解随 b 和 n_d 变化的示意图 (a) 和 (b) 分别是在 $n_d = 0.5$ 时光束束宽 w_0 和功率 P 随传播常数 b 的变化规律; (c) 和 (d) 分别是在 $b = 8$ 时光束重心 x_g 和束宽 w_0 随折射率差 n_d 的变化规律

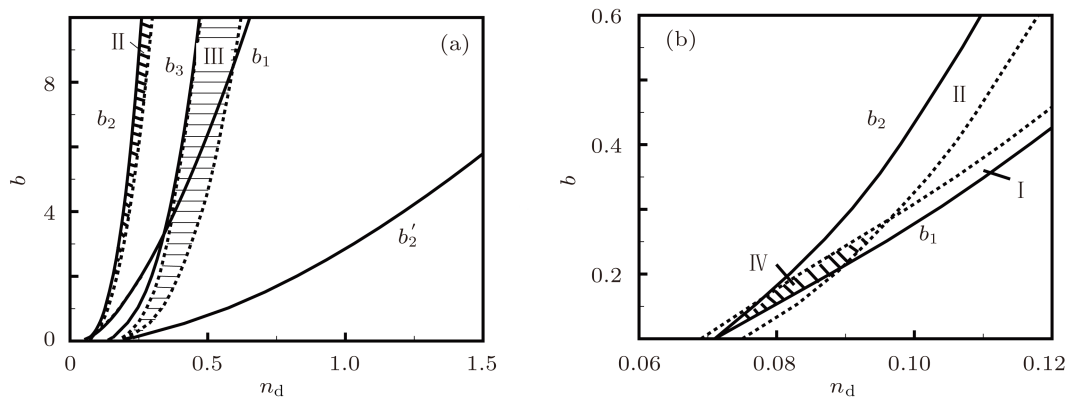


图 3 五阶界面孤子存在区间和稳定区间 (实线表示存在区间的边界, 虚线表示稳定区间的边界) (a) 阴影区域 II 和 III 分别表示 II 解和 III 解的稳定区间; (b) 是 (a) 的部分放大图, 区域 I 是 I 解的稳定区间, 阴影区域 IV 是 I 解和 II 解的共同稳定区域

图 3 所示的是五阶孤子三种解的存在区间和稳定区间. 如图所示, I 解的存在区间是 $b \geq b_1$, 稳定区间为图 3 中的区域 I, 当 b 和 n_d 很小的时候才存在稳定解, 稳定区间很小. II 解的存在区间为 $b'_2 \leq b \leq b_2$, 稳定区间为图 2 中的区域 II. III 解的存在区间为 $b \leq b_3$, 稳定区间为图 3 中的区域 III. 比较特殊的是在图 3(b) 中我们发现 I 解和 II 解存在共同的稳定区域 (图 3 中的阴影区域 IV), 即在相同的 b 和 n_d 条件下, 我们可以找到两个稳定的孤子解.

为了验证稳定性分析的结果, 我们将微扰的

孤子解 $q(x, z = 0) = w(x)[1 + \rho(x)]$ 带入方程 (1) 和 (2) 进行孤子传输, 其中 $w(x)$ 是孤子解的振幅, $\rho(x)$ 是变化率为 $\delta_{\text{noise}}^2 = 0.01$ 的随机噪声. 图 4 中 (a), (b) 和 (c) 分别表示 I 解、II 解和 III 解在 $b = 8, n_d = 0.5$ 时的传输情况. 从图中可以看出 I 解和 II 解在这一点是不稳定的, III 解在这一点是稳定的, 这与我们做的稳定性分析 (图 3) 相符. 图 4(d) 和图 4(e) 是我们在 I 解和 II 解稳定区间的重合区域取一点 ($b = 0.2, n_d = 0.085$) 进行孤子传输, 可以看出 I 解和 II 解都是稳定的.

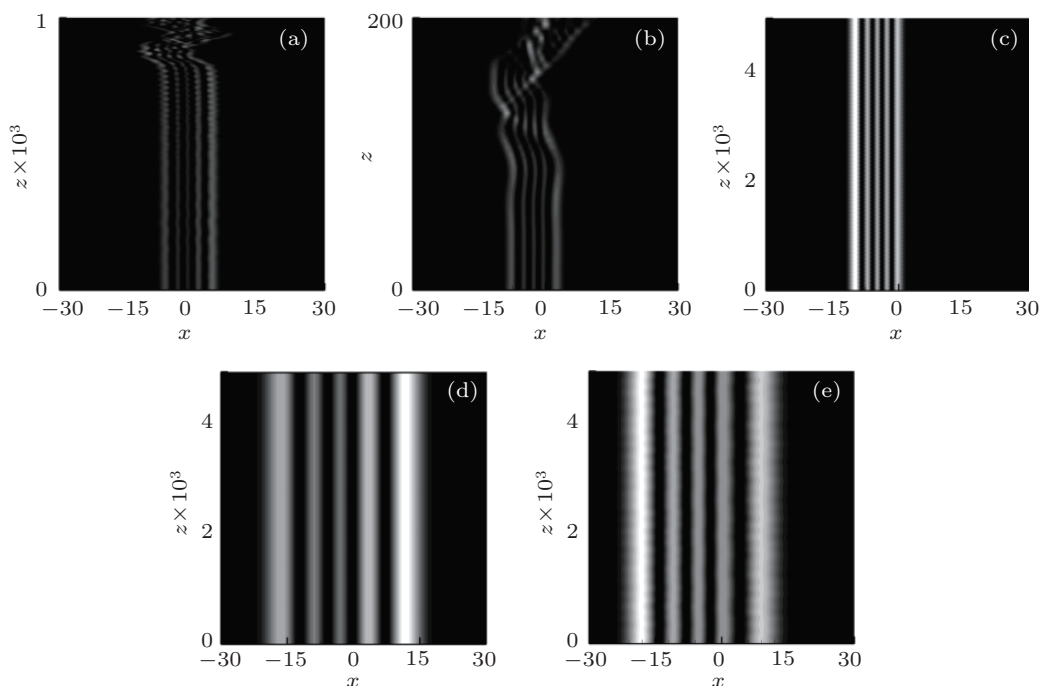


图 4 五阶界面孤子传输图 (a), (b) 和 (c) 分别是 I 解、II 解和 III 解在 $b = 8, n_d = 0.5$ 时的传输图; (d) 和 (e) 分别是 I 解和 II 解在 $b = 0.2, n_d = 0.085$ 时的传输图

4 六阶界面孤子解

六阶界面孤子也存在三种孤子解, 同样将三种孤子解称为 I 解、II 解和 III 解. 图 4 给出了三种解在 $b = 6, n_d = 0.6$ 的光强分布图及非线性折射率的分布图, 其中图 5(a), 图 5(b) 和图 5(c) 分别表示 I 解、II 解和 III 解. 从图中可以看出 I 解的右边 (折射率小的一边) 存在两个峰, 但是因为两个峰比左边的四个峰要高, 所以光束的重心靠近样品的中心位置. II 解右边只有一个峰且最高峰在样品的左边, 所以光束的重心在样品的左边. III 解的六个峰基本都在左边, 波形和 II 解很相似, 因此光束中

心同样在线性折射率大的一边.

图 6 给出了三种孤子解随 b 和 n_d 变化的示意图, 其中的 b_1, b_2 和 b_3 分别表示 I 解、II 解和 III 解. 三种孤子解随 b 变化规律和五阶孤子类似, 束宽 w_0 都是随着 b 的增大而减少, 功率 P 随着 b 的增大而增大. 图 6(c) 和图 6(d) 描述的是当 b 固定时, 光束束宽和重心随 n_d 的变化规律. I 解和 III 解与五阶的变化规律相同, 但是 II 解与五阶的有点不同. 当 $n_d = 0.544$ (图 5 中的点 α, β) 时, II 解和 III 解同时出现, 从图 6(c) 中可以看到随着 n_d 的增大, II 解的重心一直朝折射率小的一边移动, 而 II 解的束宽随着 n_d 的增加先增加后减少.

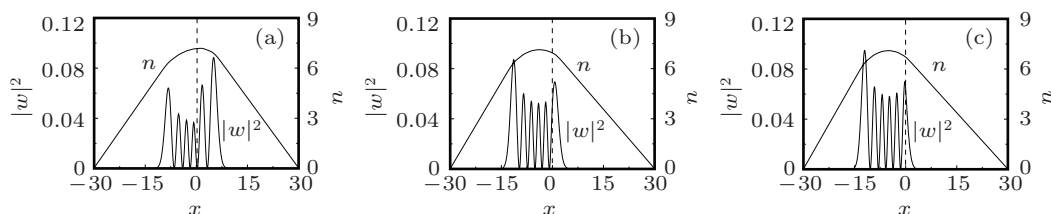


图5 六阶界面孤子在 $b = 6, n_d = 0.6$ 时三种解的波形图 (a) I解; (b) II解; (c) III解

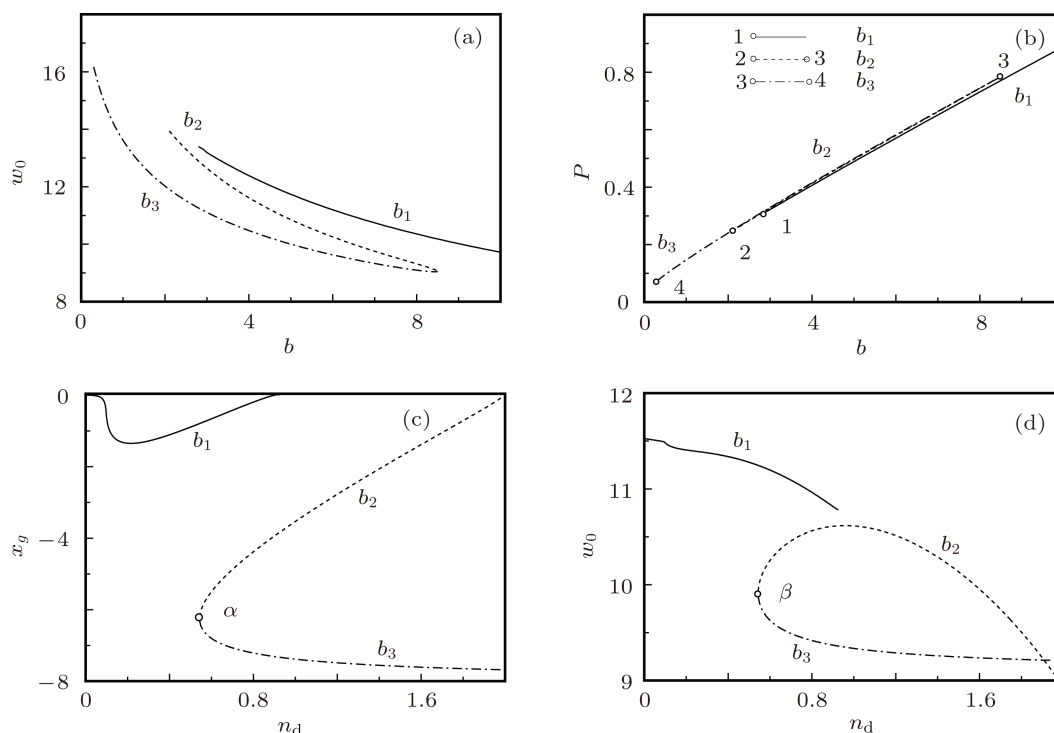


图6 六阶界面孤子三种解随 b 和 n_d 变化的示意图 (a) 和 (b) 分别是在 $n_d = 0.6$ 时光束束宽 w_0 和功率 P 随传播常数 b 的变化规律; (c) 和 (d) 分别是在 $b = 6$ 时光束重心 x_g 和束宽 w_0 随折射率差 n_d 的变化规律

图7给出了三种解的存在区间和稳定区间(阴影部分表示稳定区间). I解的存在区间为 $b \geq b_1$, II解的存在区间为 $b_2 \leq b \leq b_3$, III解的存在区间为 $b \leq b_3$. 可以看出六阶的存在区间与五阶的情况相似, 但是稳定区间却只有在III解中存在. 从图7中我们还看到III解的稳定区间随着 b 的增加而逐渐增大且逐渐朝边界靠拢, 但是边界上的点都是不稳定的.

同样为了验证六阶确实存在稳定的孤子解, 我们在六阶的稳定区间取了大量的孤子解进行传输, 图8是其中一个点 ($b = 6, n_d = 0.6$) 的传输图, 其中图8(a), 8(b)和8(c)分别表示I解、II解和III解. 从图中可以看出I解和II解是不稳定的, 而III解能稳定地传输, 所以六阶界面孤子也存在稳定

区间.

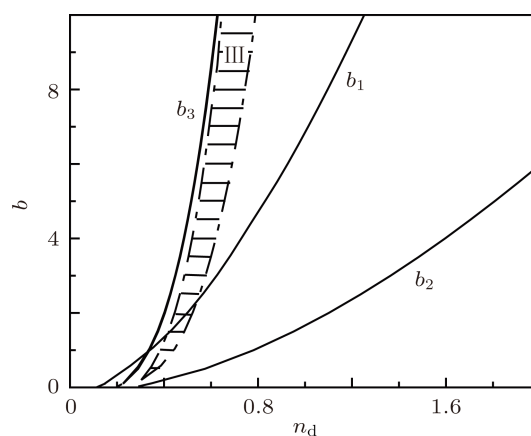


图7 六阶孤子的存在区间和稳定区间, 其中阴影区域III表示III解的稳定区间

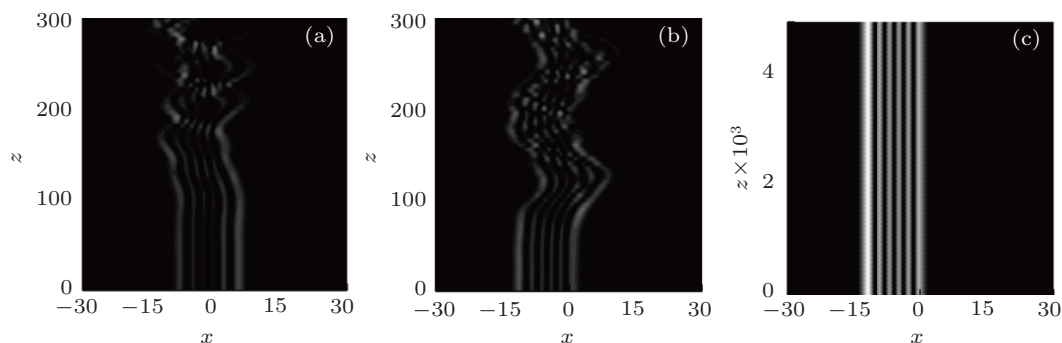


图8 六阶孤子在 $b = 6$, $n_d = 0.6$ 时三种孤子解的传输图 (a) I解; (b) II解; (c) III解

5 结论

我们知道非局域非线性的体介质中当孤子阶数超过四阶, 就不能稳定传输, 然而我们研究的界面孤子由于界面的作用在五阶和六阶时仍然存在稳定区间. 五阶界面孤子的三种解都存在稳定区间,

六阶界面孤子只有III解中存在稳定区间. 并且我们发现在五阶时 I解和II解的稳定区间有部分重合, 即在传播常数 b 和两边线性折射率差 n_d 相同的情况下, 我们可以找到两个稳定的孤子. 界面孤子的模型可以扩展到其他非线性系统中, 对于高阶孤子的稳定传输具有潜在的应用价值.

- [1] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [2] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [3] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [4] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M, Carmon T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [5] Rotschild C, Alfassi B, Cohen O, Segev M 2006 *Nature Phys.* **2** 769
- [6] Guo Q, Luo B, Yi F H, Chi S, Xie Y Q 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [7] Ku T S, Shih M F, Sukhorukov A A, Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 063904
- [8] Lu D Q, Hu W, Zheng Y J, Liang Y B, Cao L G, Lan S, Guo Q 2008 *Phys. Rev. A* **78** 043815
- [9] Katashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2007 *Opt. Express* **15** 9378
- [10] Buccoliero D, Desyatnikov A S, Krolkowski W, Kivshar Y S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 053901
- [11] Deng D M, Guo Q 2008 *J. Opt. A* **10** 035101
- [12] Zhang X P, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3178 (in Chinese) [张霞萍, 郭旗 2005 物理学报 **54** 3178]
- [13] Zhang X P, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5189 (in Chinese) [张霞萍, 郭旗 2005 物理学报 **54** 5189]
- [14] Deng D M, Guo Q 2007 *Opt. Lett.* **32** 3206
- [15] Peccianti M, Conti C, Assanto G, Luca A D, Umeton C 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 3335
- [16] Guo Q, Zhang X P, Hu W, Shou Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1832 (in Chinese) [郭旗, 张霞萍, 胡巍, 寿倩 2006 物理学报 **55** 1832]
- [17] Alfassi B, Rotschild C, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213901
- [18] Katashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2009 *Opt. Lett.* **34** 283
- [19] Ye F W, Kartashov Y V, Torner L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033829
- [20] Alfassi B, Rotschild C, Segev M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 041808
- [21] Kartashov Y V, Torner L, Vysloukh V A 2006 *Opt. Lett.* **31** 2595
- [22] Xu Z Y, Karashov Y V, Toner L 2005 *Opt. Lett.* **30** 3171
- [23] Yang Z J, Ma X K, Lu D Q, Zheng Y Z, Guo X H, Hu W 2011 *Opt. Express* **19** 4890
- [24] Ma X K, Yang Z J, Lu D Q, Hu W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033829
- [25] Ma X K, Yang Z J, Lu D Q, Hu W 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033802
- [26] Alfassi B, Rotschild C, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Opt. Lett.* **32** 154
- [27] Shou Q, Liang Y B, Jiang Q, Zheng Y J, Lan S, Hu W, Guo Q 2009 *Opt. Lett.* **34** 3523

Multiple-type solutions for multipole interface solitons in thermal nonlinear medium*

Peng Hu-Qing Ma Xue-Kai Lu Da-Quan Hu Wei[†]

(Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 15 December 2011; revised manuscript received 8 March 2012)

Abstract

We consider a one-dimensional thermal nonlinear medium with a step in the linear refractive index at the sample center. It is found that there exist multipole interface solitons around the interface of the sample. In this paper, we address the existences of three types of solitons for fifth-order and sixth-order interface solitons. The three types of interface solitons have different profiles, beam widths, mass centers, existence and stability regions. The three types of fifth-order solitons each have a stability region, and two of them have the same regions. However for sixth-order interface solitons, only one type solution has a stability region.

Keywords: nonlocal nonlinearity, interface soliton, stability regions

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10804033, 11174090).

[†] E-mail: huwei@senu.edu.cn