

基于混合漫射近似的空间分辨漫反射光学参量灵敏度的研究*

田会娟[†] 牛萍娟

1) (天津工业大学电气工程与自动化学院, 天津市电工电能新技术重点实验室, 天津 300387)

2) (大功率半导体照明应用系统教育部工程研究中心, 天津 300387)

(2012年4月5日收到; 2012年5月15日收到修改稿)

根据空间分辨漫反射的双点源混合漫射近似模型, 推导了空间分辨漫反射率对生物组织吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 灵敏度的解析表示, 系统研究了在强吸收条件近光源区域吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 对漫反射光子分布的影响. 研究表明: 吸收系数的灵敏度随光源与探测器间距 ρ 的增加呈线性增长, 其斜率正比于 $(\mu'_s/\mu_a)^{1/4}$, 比例系数约为 1.4, 同时获得一个优化的探测距离 ρ_{opt} , 距离光源约 3.4 个输运平均自由程, 在这个距离处有效散射系数的变化对测量吸收的影响最小. 这项研究对于生物组织的光学性质测量以及漫反射光谱技术的应用具有重要意义.

关键词: 组织光学, 漫反射, P_3 近似, 混合漫射近似

PACS: 42.25.Dd, 42.62.Be, 87.10.-e

1 引言

在生物医学领域, 研究光在生物组织中的传播规律是发展各种疾病的光学无创诊断和治疗手段的前提和基础^[1-3]. 研究表明, 生物组织表面的漫反射光分布与生物组织的光学性质有关, 拥有丰富的生物组织的内部信息, 为准确获取该信息, 需确定最佳的探测距离^[4,5]. 在输运理论中, 生物组织的光学性质用吸收系数 μ_a 、有效散射系数 μ'_s 和散射相函数 $p(\theta)$ 描述. 在漫射近似下, 辐射强度只与吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 有关, $\mu'_s = \mu_s(1 - g)$, 其中 g 是散射相函数 $p(\theta)$ 的一阶勒让德矩, 称作介质的各向异性因子. 在漫射近似下, 通常能够求解输运方程, 得到一个相对简单的解析解^[6,7]. 1997年 Kumar 等^[4] 采用漫射近似模型研究了近红外光谱 800—2500 nm 区域有效散射系数 μ'_s 变化对漫反射光子分布的影响, 研究结果指出通过调整光源与探测器间距能够使有效散射

系数的变化对漫反射光子的影响减到最小. 2001年 Liu^[5] 在漫射近似修正解的基础上通过讨论漫反射对吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 的灵敏度以获得最佳的探测距离, 同时达到对组织吸收参量的有效测量. 上述研究理论基于漫射近似, 该理论模型仅对高散射的弱吸收介质才是有效的^[7]. 当所研究的生物组织对光的吸收相对于散射非常小时, 可采用基于漫射近似理论的空间分辨漫反射对吸收系数和有效散射系数的灵敏度来获取吸收变化的信息, 以达到生物组织光学参量的无创测量.

对于一般生物组织来说, 均是散射大于吸收, 当组织体内发生某种色素性病变时, 对于特定波长的光, 病变组织会显示出与正常组织对光不同程度的吸收, 有的显示出强吸收特性, 这种情况下需要其他的理论模型或仿真方法来分析该病变组织的光学特性. 目前普遍采用的分析方法为 P_3 近似模型和 Monte Carlo 方法. 2001年, Hull 和 Foster^[8] 研究了半无限介质的 P_3 近似解, 解释了 P_3 近似解和漫射近似解在描述光源附近漫反射的差别, 并引

* 国家自然科学基金 (批准号: 60278004) 资助的课题.

[†] E-mail: tianhjx@126.com

入了描述相函数的二阶矩 γ 和三阶矩 δ . 2011 年张小娟等^[9] 基于单点源 P_3 近似模型研究了空间分辨漫反射的一阶散射参量灵敏度, 并指出由 P_3 近似理论得到的最佳探测间距比漫射近似理论得到的最佳探测间距更靠近光源. P_3 近似模型考虑了散射相函数的二阶矩 γ 和三阶矩 δ , 能准确描述光源附近强吸收生物组织的光辐射分布, 但该模型的数学表达式过于复杂, 不适于组织光学参数的反演. 田会娟等^[7] 在漫射近似模型和 P_3 近似模型的基础上, 阐述了一个适合于强吸收介质的混合漫射近似模型, 利用该模型得到的空间分辨漫反射率 $R_{\text{Hybrid}}(\rho)$ 能够应用于吸收系数较大的低反照率的散射介质, 并且在双点源近似下, $R_{\text{Hybrid}}(\rho)$ 能够更好地描述光源附近的漫反射光分布.

本文基于双点源混合漫射近似模型, 研究了空间分辨漫反射率与组织的吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 灵敏度的关系, 吸收系数灵敏度 S_a 和有效散射系数灵敏度 $S_{s'}$ 表示由 μ_a 和 μ'_s 的变化导致漫反射变化的相对量, 反映了 μ_a 和 μ'_s 对混合漫射近似漫反射的影响. 由混合漫射近似模型出发, 推导了单点源和双点源条件下 S_a 和 $S_{s'}$ 的解析表达式, 研究了光源近似对 S_a 和 $S_{s'}$ 的影响, 在此基础上进行了数值分析和比较. 这为确定强吸收小体积生物组织最佳的漫反射测量距离以获取组织吸收及其变化信息提供了重要的理论依据.

2 双点源混合漫射近似的空间分辨漫反射率

考虑无限细激光束垂直入射到半无限均匀介质表面 (见图 1), 在双点源近似条件下通过求解输运方程得到外推边界条件下混合漫射近似漫反射率^[10,11]

$$R_{2,\text{Hybrid}}(\rho) = \frac{1}{4\pi} \int_{2\pi} [1 - R_{\text{fres}}(\theta)] \left[\varphi_{02,\text{Hybrid}}(\rho, z)|_{z=0} + 3D_{\text{asym}} \frac{\partial \varphi_{02,\text{Hybrid}}(\rho, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} \cos \theta \right] \times \cos \theta d\Omega, \quad (1)$$

式中 $R_{\text{fres}}(\theta)$ 是 Fresnel 反射系数^[12], ρ 为光源与探测器间距, 外推边界条件下的辐射通量 $\varphi_{02,\text{Hybrid}}(\rho, z) = \Phi_{G,\text{Hybrid}}(\rho, z) \otimes q_{2,\text{Hybrid}}(z)$ ^[13], 双点源近似函数

$$q_{2,\text{Hybrid}}(z) = \frac{1}{2} a' [\delta(\rho, z - z_{01}) - \delta(\rho, z$$

$$+ (2z_{b,\text{Hybrid}} + z_{01})) + \delta(\rho, z - z_{02}) - \delta(\rho, z + (2z_{b,\text{Hybrid}} + z_{02}))],$$

其中 $z_{01} = 2/\mu'_t$, $z_{02} = 0$ 为两个点光源的位置 (参见图 1 所示).

混合漫射近似的辐射通量:

$$\Phi_{G,\text{Hybrid}}(r) = \frac{1}{4\pi D_{\text{asym}} r} \exp(-\nu_- r),$$

$$z_{b,\text{Hybrid}} = 2AD_{\text{asym}},$$

渐变漫射系数 $D_{\text{asym}} = \mu_a/\nu_-^2$, 渐变衰减系数 $\nu_- = \frac{1}{\sqrt{18}}(\beta - \sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha})^{1/2}$, $A = (1 + R_{\text{eff}})/(1 - R_{\text{eff}})$, $R_{\text{eff}} = -1.440n_{\text{rel}}^{-2} + 0.710n_{\text{rel}}^{-1} + 0.668 + 0.0636n_{\text{rel}}$, $\beta \equiv 27\mu_a(\mu_a + \mu'_s) + 28\mu_a(\mu_a + \mu'_s\delta) + 35(\mu_a + \mu'_s\gamma)(\mu_a + \mu'_s\delta)$, $\gamma_\alpha \equiv 3780\mu_a(\mu_a + \mu'_s)(\mu_a + \mu'_s\gamma)(\mu_a + \mu'_s\delta)$, $\gamma = (1 - g_2)/(1 - g_1)$, $\delta = (1 - g_3)/(1 - g_1)$.

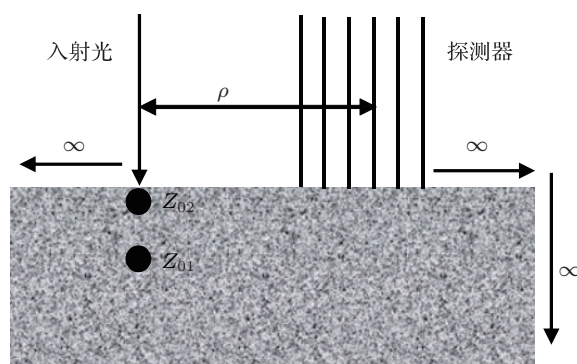


图 1 空间分辨漫反射测量原理示意图

3 漫反射对光学参量的灵敏度

漫反射率对吸收系数 μ_a 和有效散射系数 μ'_s 的灵敏度定义为^[4,5]

$$S_a = -\frac{\partial \ln R(\rho)}{\partial \mu_a} = -\frac{1}{R(\rho)} \frac{\partial R(\rho)}{\partial \mu_a},$$

$$S_{s'} = -\frac{\partial \ln R(\rho)}{\partial \mu'_s} = -\frac{1}{R(\rho)} \frac{\partial R(\rho)}{\partial \mu'_s}. \quad (2)$$

S_a 和 $S_{s'}$ 表示由 μ_a 和 μ'_s 的变化导致漫反射变化的相对量, 反映了 μ_a 和 μ'_s 对混合漫射近似漫反射的影响.

利用 (1) 式, 推导后得到双点源混合漫射近似漫反射率对 μ_a 的灵敏度 $S_{a,2}$:

$$\begin{aligned}
 S_{a,2}(\rho; z_0) &= -\frac{1}{R_{\text{Hybrid}}} \frac{\partial R_{\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} \\
 &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})} \left(0.118 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})}{\partial \mu_a} + 0.306 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})}{\partial \mu_a} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{R_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})} \left(0.118 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})}{\partial \mu_a} + 0.306 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})}{\partial \mu_a} \right) \right], \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} &= \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial D_{\text{asym}}} \frac{\partial D_{\text{asym}}}{\partial \mu_a} + \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial \nu_-} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} + \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial \mu_a} + \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \mu_a} \\
 &\quad + \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial a'} \frac{\partial a'}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial D_{\text{asym}}} \frac{\partial D_{\text{asym}}}{\partial \mu_a} &= \frac{-a'}{4\pi D_{\text{asym}}^2} \left(\frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} - \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \right) \left(\frac{\partial D_{\text{asym}}}{\partial \nu_-} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} + \frac{1}{\nu_-^2} \right) \\
 &= \frac{-a'}{4\pi D_{\text{asym}}^2} \left(\frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} - \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \right) \left(\frac{-2\mu_a}{\nu_-^3} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} + \frac{1}{\nu_-^2} \right), \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial \nu_-} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} &= \frac{-a'}{4\pi D_{\text{asym}}} (e^{-\nu_- r_1} - e^{-\nu_- r_2}) \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial \mu_a} &= \frac{-a'}{4\pi D_{\text{asym}}} \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial r_1}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} \\
 &= \frac{-a'}{4\pi D_{\text{asym}}} \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{z_0}{(\rho^2 + z_0^2)^{1/2}} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \mu_a} &= \frac{a'}{4\pi D_{\text{asym}}} \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \left(\frac{\partial r_2}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} + \frac{\partial r_2}{\partial z_{b,\text{Hybrid}}} \frac{\partial z_{b,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} \right) \\
 &= \frac{a'}{4\pi D_{\text{asym}}} \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \left(\frac{z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}}}{[\rho^2 + (z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}})^2]^{1/2}} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2(z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}})}{[\rho^2 + (z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}})^2]^{1/2}} \frac{\partial z_{b,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} \right), \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial a'} \frac{\partial a'}{\partial \mu_a} &= \frac{-\mu'_s}{4\pi D_{\text{asym}}} \left(\frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} - \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \right) \left(\frac{1}{\mu_a + \mu'_s} \right)^2; \\
 \frac{dj_{\text{Hybrid}}}{d\mu_a} &= \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} + \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial z_{b,\text{Hybrid}}} \frac{\partial z_{b,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} + \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial \nu_-} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} + \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial \mu_a} \\
 &\quad + \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \mu_a} + \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial a'} \frac{\partial a'}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} &= \frac{a'}{4\pi} \left[\left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} + \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2^2} \right] \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}(\rho)}{\partial z_{b,\text{Hybrid}}} \frac{\partial z_{b,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a} &= \frac{a'}{2\pi} \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2^2} \frac{\partial z_{b,\text{Hybrid}}}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial \nu_-} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} &= \frac{a'}{4\pi} \left[z_0 \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} - z_0 \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1} + (z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}}) \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2^2} \right. \\
 &\quad \left. - (z_0 + 2z_{b,\text{Hybrid}}) \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \right] \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial \mu_a} &= \frac{-a' z_0 e^{-\nu_- r_1}}{4\pi r_1^2} \left[\frac{3\nu_-}{r_1} + \frac{3}{r_1^2} + \nu_-^2 \right] \frac{\partial r_1}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} \\
 &= \frac{-a' z_0 e^{-\nu_- r_1}}{4\pi r_1^2} \left[\frac{3\nu_-}{r_1} + \frac{3}{r_1^2} + \nu_-^2 \right] \frac{z_0}{(\rho^2 + z_0^2)^{1/2}} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \mu_a} &= \frac{-a'(z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}}) e^{-\nu_- r_2}}{4\pi r_2^2} \left[\frac{3\nu_-}{r_2} + \frac{3}{r_2^2} + \nu_-^2 \right] \left(\frac{\partial r_2}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} + \frac{\partial r_2}{\partial z_{\text{b,Hybrid}}} \frac{\partial z_{\text{b,Hybrid}}}{\partial \mu_a} \right) \\
 &= \frac{a'}{4\pi D_{\text{asym}}} \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2} \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \left(\frac{z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}}}{[\rho^2 + (z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}})^2]^{1/2}} \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2(z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}})}{[\rho^2 + (z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}})^2]^{1/2}} \frac{\partial z_{\text{b,Hybrid}}}{\partial \mu_a} \right), \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial a'} \frac{\partial a'}{\partial \mu_a} &= \frac{-\mu'_s}{4\pi} \left[z_0 \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} + (z_0 + 2z_{\text{b,Hybrid}}) \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2^2} \right] \left(\frac{1}{\mu_a + \mu'_s} \right)^2;
 \end{aligned}$$

另外,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial z_0}{\partial \mu_a} &= \begin{cases} \frac{-2}{(\mu_a + \mu'_s)^2}, & z_0 = z_{01} \\ 0, & z_0 = z_{02} \end{cases}, \quad \frac{\partial z_{\text{b,Hybrid}}}{\partial \mu_a} = \frac{2A}{\nu_-^2} - \frac{4A\mu_a}{\nu_-^3} \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a}, \\
 \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu_a} &= \frac{\partial \nu_-}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mu_a} + \frac{\partial \nu_-}{\partial \gamma_\alpha} \frac{\partial \gamma_\alpha}{\partial \mu_a}, \quad \frac{\partial \nu_-}{\partial \beta} = \frac{1 - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha}}}{6\sqrt{2}(\beta - \sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha})^{1/2}}, \\
 \frac{\partial \beta}{\partial \mu_a} &= 180\mu_a + 27\mu'_s + 63\mu'_s\delta + 35\mu'_s\gamma, \quad \frac{\partial \nu_-}{\partial \gamma_\alpha} = \frac{1}{12\sqrt{2}(\beta - \sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha})^{1/2}(\beta^2 - \gamma_\alpha)^{1/2}}, \\
 \frac{\partial \gamma_\alpha}{\partial \mu_a} &= 3780[4\mu_a^3 + 3\mu_a^2\mu'_s(1 + \gamma + \delta) + 2\mu_a\mu_s'^2(\gamma + \delta + \gamma\delta) + \mu_s'^3\gamma\delta].
 \end{aligned}$$

同理, 可推导出双点源混合漫射近似漫反射率对 μ'_s 的灵敏度 $S_{s',2}$:

$$\begin{aligned}
 S_{s',2}(\rho; z_0) &= -\frac{1}{R_{\text{Hybrid}}} \frac{\partial R_{\text{Hybrid}}}{\partial \mu'_s} \\
 &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})} \left(0.118 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})}{\partial \mu'_s} + 0.306 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{01})}{\partial \mu'_s} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{R_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})} \left(0.118 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})}{\partial \mu'_s} + 0.306 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}(\rho; z_0 = z_{02})}{\partial \mu'_s} \right) \right] \quad (4) \\
 \frac{\partial \varphi_{0,\text{Hybrid}}}{\partial \mu'_s} &= \frac{a'}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\mu_a r_1} \left[(2 - \nu_- r_1) \nu_- \nu'_- - \nu_-^2 \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) r'_1 \right] e^{-\nu_- r_1} - \frac{1}{\mu_a r_2} \left[(2 - \nu_- r_2) \nu_- \nu'_- \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \nu_-^2 \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) r'_2 \right] e^{-\nu_- r_2} \right\} + \frac{1}{(\mu_a + \mu'_s)} \left(1 - \frac{\mu'_s}{\mu_a + \mu'_s} \right) \frac{\varphi_{0,\text{Hybrid}}}{a'}, \\
 \frac{\partial j_{\text{Hybrid}}}{\partial \mu'_s} &= \frac{a'}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} z'_0 \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) - \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} z_0 \left[3 \left(\nu_- + \frac{1}{r_1} \right) \frac{r'_1}{r_1} + \nu_- \nu'_- r_1 + \nu_-^2 r'_1 \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{e^{-\nu_- r_2}}{r_2^2} (z'_0 + 2z'_{\text{b,Hybrid}}) \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{e^{-\nu_- r_1}}{r_1^2} (z_0 \right. \\
 &\quad \left. + 2z_{\text{b,Hybrid}}) \left[3 \left(\nu_- + \frac{1}{r_2} \right) \frac{r'_2}{r_2} + \nu_- \nu'_- r_2 + \nu_-^2 r'_2 \right] \right\} + \frac{1}{(\mu_a + \mu'_s)} \left(1 - \frac{\mu'_s}{\mu_a + \mu'_s} \right) \frac{j_{\text{Hybrid}}}{a'}, \\
 \beta' &= \frac{\partial \beta}{\partial \mu'_s} = 27\mu'_a + 35\mu_a\gamma + 63\mu_a\delta + 70\mu'_s\gamma\delta,
 \end{aligned}$$

$$\gamma'_\alpha = \frac{\partial \gamma_\alpha}{\partial \mu'_s} = 3780\mu_a[(\mu_a + \mu'_s\gamma)(\mu_a + \mu'_s\delta) + (\mu_a + \mu'_s)\gamma(\mu_a + \mu'_s\delta) + (\mu_a + \mu'_s)(\mu_a + \mu'_s\gamma)\delta],$$

$$\nu'_- = \frac{\partial \nu_-}{\partial \mu'_s} = \frac{1}{2\sqrt{18}} \frac{1}{\sqrt{\beta - \sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha}}} \left[\beta' - \frac{1}{2\sqrt{\beta^2 - \gamma_\alpha}}(2\beta\beta' - \gamma_\alpha) \right],$$

$$z'_0 = \frac{\partial z_0}{\partial \mu'_s} = \begin{cases} -\frac{z_{01}^2}{2}, & z_0 = z_{01} \\ 0, & z_0 = z_{02} \end{cases}, \quad r'_1 = \frac{\partial r_1}{\partial \mu'_s} = \frac{z_0 z'_0}{r_1}, \quad z'_{b,Hybrid} = \frac{\partial z_{b,Hybrid}}{\partial \mu'_s} = -4A\mu_a\nu_-^{-3}\nu'_-,$$

$$r'_2 = \frac{\partial r_2}{\partial \mu'_s} = \frac{z_0 + 2z_{b,Hybrid}}{r_2}(z'_0 + 2z'_{b,Hybrid}).$$

4 结果与讨论

根据上述分析, $S_{a,2}$ 和 $S_{s',2}$ 是生物组织的光学参量 μ_a, μ'_s, γ 和 δ 的函数. 为分析和比较方便, 在下面的讨论中, 选取 Henyey-Greenstein 相函数^[14] 描述组织的散射情况, 二阶参量 $\gamma = 1.9$, 三阶参量 $\delta = 2.71$, 相对折射率 $n_{rel} = 1.4$ 不变. 同时采用 Wang 等^[15] 编写的 Monte Carlo (MC) 模拟程序得到的反射率 $R_{MC}(\rho)$ 作为检验标准, 分析比较双点源混合漫射近似模型下吸收系数的灵敏度. 图 2 中给出了在单点源和双点源混合漫射近似模型下吸收系数的灵敏度, 并且与 MC 模拟结果比较. 从图 2 看出, 在整个探测器到光源的区域范围内, 由 MC 模拟所求得的灵敏度均为正值, 与双点源混合漫射近似所求结果基本相同, 而单点源混合漫射近似所求结果在近光源内灵敏度与 MC 模拟结果差别很大, 进一步证实单点源混合漫射近似模型不适合光源附近组织光学特性的描述^[7].

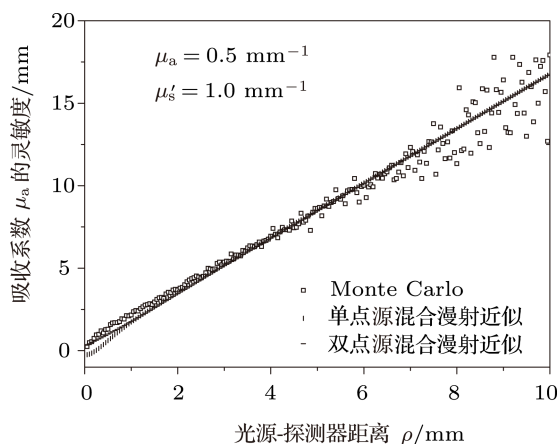


图 2 不同点源近似下的混合漫射近似与 MC 模拟结果所得到的吸收系数的灵敏度的比较

图 3 是双点源混合漫射近似模型吸收系数

的灵敏度数值 $S_{a,2}$ 计算结果, 图中考虑了四种情况, 当 μ_a 分别为 $0.5 \text{ mm}^{-1}, 0.8 \text{ mm}^{-1}$ 时, μ'_s 取 $1.0 \text{ mm}^{-1}, 1.5 \text{ mm}^{-1}$ 时的吸收系数灵敏度变化. 从图 3 中发现: 在光源与探测器间距 ρ 相同时, $S_{a,2}$ 随 μ_a 减小而增大, 随着 μ'_s 的增加而增大.

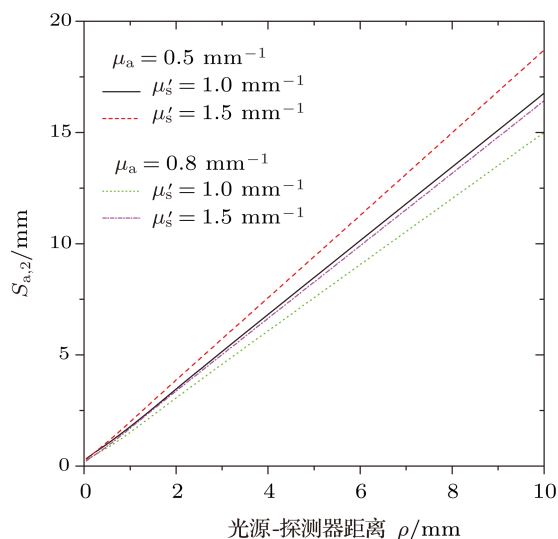


图 3 双点源混合漫射近似空间分辨漫反射对吸收系数的灵敏度

进一步研究发现, 吸收系数的灵敏度 $S_{a,2}$ 随 ρ 的增加呈线性增长, 其斜率正比于 $(\mu'_s/\mu_a)^{1/4}$, 通过函数拟合得出一个吸收系数灵敏度的简化公式:

$$S_{a,SHDA} \approx 1.4\rho(\mu'_s/\mu_a)^{1/4}. \quad (5)$$

图 4 和图 5 为吸收系数 μ_a 分别取 $0.5 \text{ mm}^{-1}, 0.8 \text{ mm}^{-1}$ 时, 由该简化公式 $S_{a,SHDA}$ 和公式 $S_{a,2}$ 计算得到的吸收系数灵敏度变化曲线及两个模型间的相对误差 $\Delta S_a/S_a = |S_{a,SHDA}(\rho) - S_{a,2}(\rho)|/S_{a,2}(\rho)$, μ'_s 相应取值与图 3 相同. 由图 4 和图 5 所示, 在一个输运平均自由程以外 $\rho > 1.0l'_t$, 其中输运平均自由程 $l'_t \equiv 1/(\mu_a + \mu'_s)$, $S_{a,SHDA}$

与 $S_{a,2}$ 间的相对误差小于 5%, 且随 ρ 的增大相对误差减小. 以上分析表明, 该简化公式 $S_{a,SHDA}$ 函

数能够描述强吸收近光源区域组织的漫反射率对吸收系数灵敏度的变化.

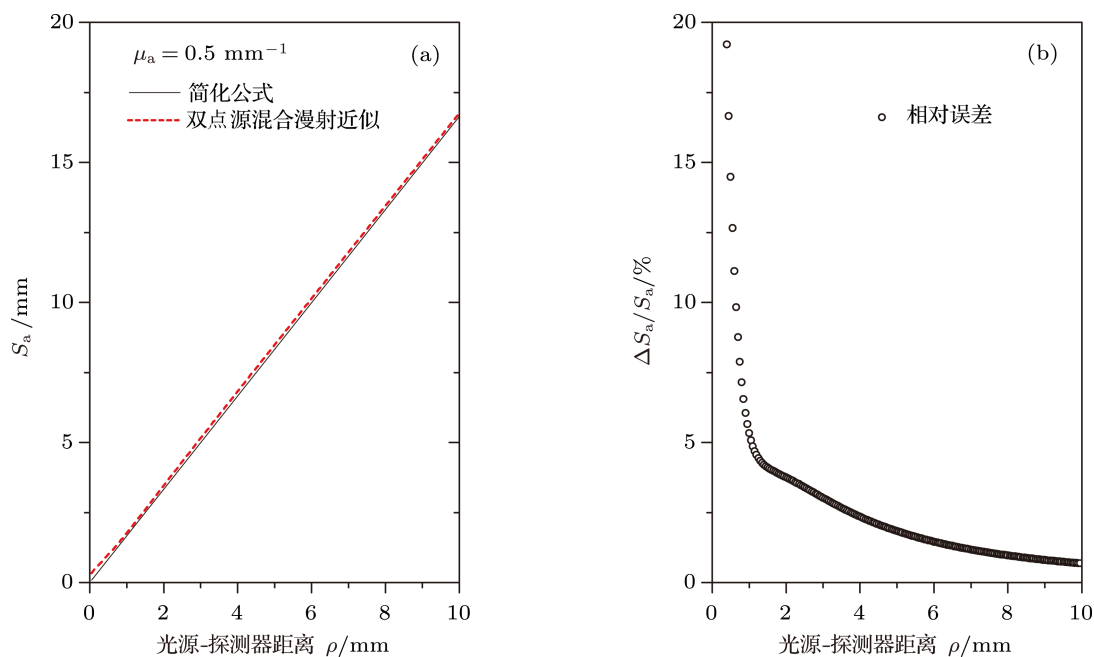


图 4 当 $\mu_a = 0.5 \text{ mm}^{-1}$ 时 (a) 由简化公式 $S_{a,SHDA}$ 和双点源混合漫射近似公式 $S_{a,2}$ 得到的灵敏度; (b) 两者间的相对误差

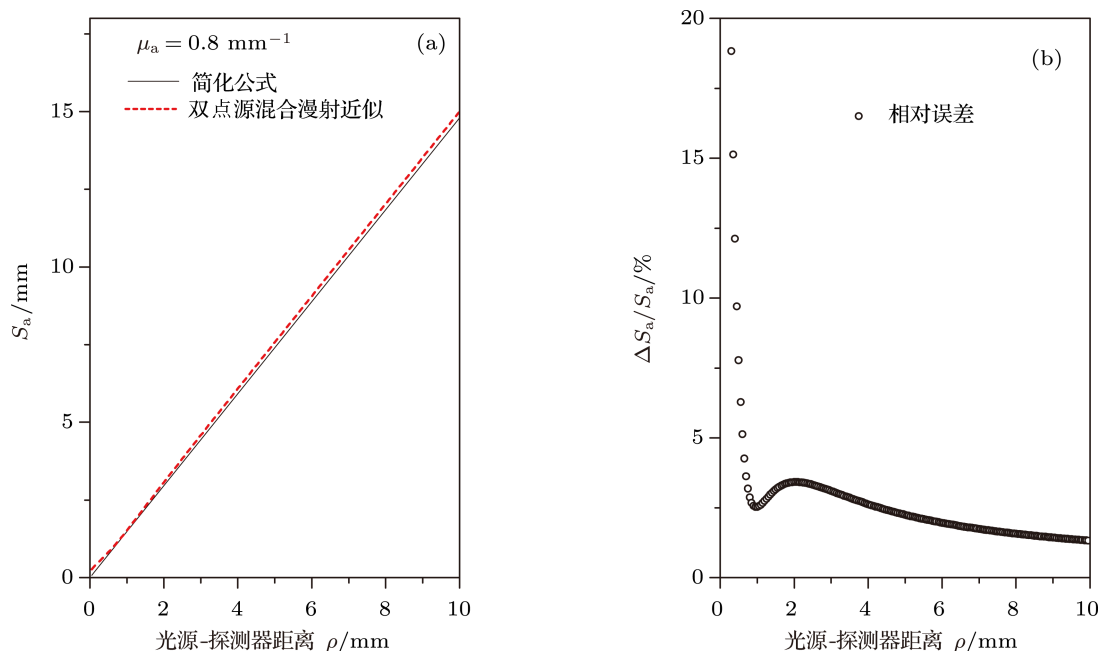


图 5 当 $\mu_a = 0.8 \text{ mm}^{-1}$ 时 (a) 由简化公式 $S_{a,SHDA}$ 和双点源混合漫射近似公式 $S_{a,2}$ 得到的灵敏度; (b) 两者间的相对误差

图 6 中给出了在单点源和双点源混合漫射近似模型下有效散射系数的灵敏度, 并且与 MC 模拟结果比较. 从图中可以看出由单点源近似求得的有

效散射系数的灵敏度和双点源近似求得的灵敏度的变化趋势也是仅在光源附近不同, 由此在一定程度上也说明了光源近似对近光源区域漫反射解的

影响是很大的, 双点源混合漫射近似模型更适合描述强吸收光源附近组织光学特性.

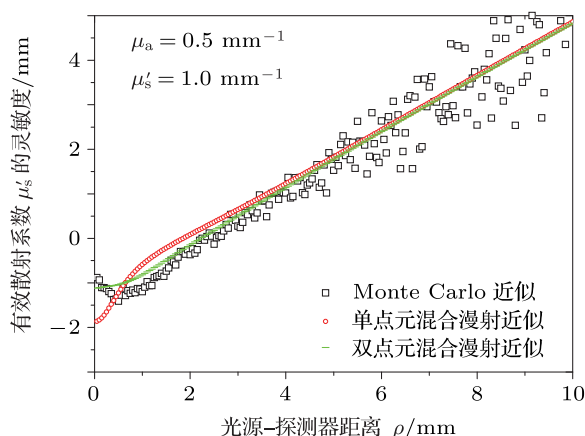


图6 不同点源近似下混合漫射近似与MC模拟所得到的有效散射系数灵敏度比较

图7给出了在较强吸收介质由双点源混合漫射近似模型得出的有效散射系数的灵敏度 $S_{s',2}$ 随光源与探测器间距 ρ 的变化结果. 图中同样考虑了四种情况, 当 μ'_s 分别取 1.0 mm^{-1} , 1.5 mm^{-1} , μ_a 为 0.5 mm^{-1} , 0.8 mm^{-1} 时有效散射系数 $S_{s',2}$ 的变化. 从图7中发现: $S_{s',2}$ 在近光源区域内其值为负值, 当 $\rho = 2 \text{ mm}$ 左右时, 其值为正. 图中的四条曲线均在距光源 2 mm 左右处, 灵敏度 $S_{s',2} = 0$, 也就是说在这个位置处有效散射系数的变化并不影响漫反射光分布, 同时对应 $S_{s',2} = 0$ 的最佳优化距离 ρ_{opt} 随 μ'_s (或 μ_a , 即 μ'_s 不变 μ_a 变化时 $S_{s',2} = 0$ 的距离 ρ_{opt} 也变化) 的变化而变化. 当有效散射系数在某段区域变化时, 可找到相应的最佳距离 ρ_{opt} , 在此距离附近接收到的漫反射光分布不受散射影响, 进而探测到关于组织吸收的信息. 图8显示了 μ_a 分别取 $0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \text{ mm}^{-1}$ 时, μ'_s 取值对于最佳距离 ρ_{opt} 的影响, ρ_{opt} 的变化范围从 $1.15\text{--}3.75 \text{ mm}$, 当 μ_a 相对较大时, ρ_{opt} 减小且受 μ'_s 的变化影响相对减弱, 当 $\mu_a = 1.0 \text{ mm}^{-1}$, μ'_s 变化范围从 $0.5\text{--}2.0 \text{ mm}^{-1}$ 时, ρ_{opt} 从 2.68 mm 变化到 1.10 mm , 大约为 $3.4 l'_t$.

为进一步分析 $S_{s',2}$ 在距光源不同距离时的变化情况, 图9给出了当 $\mu_a = 0.5 \text{ mm}^{-1}$, $\mu'_s = 0.5 \text{ mm}^{-1}, 1.0 \text{ mm}^{-1}, 1.5 \text{ mm}^{-1}$ 时双点源混合漫射近似解 $R_{2,\text{Hybrid}}(\rho)$ 的变化情况. 从图中可以看出: 靠近光源处, 随着散射的增加漫反射光分布也增加, 表明光源附近接收到的多是通过组织表层

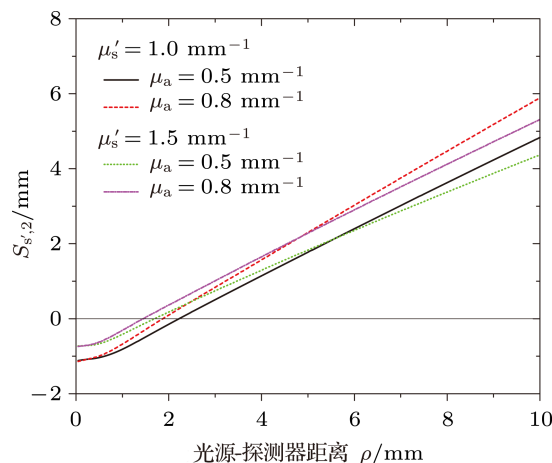


图7 双点源混合漫射近似空间分辨漫反射对有效散射系数的灵敏度

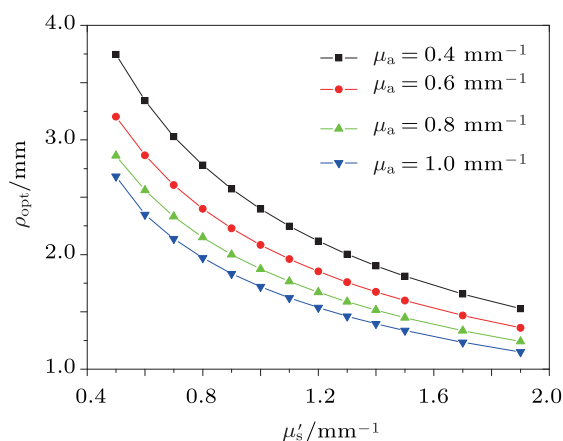


图8 有效散射系数灵敏度 $S_{\text{opt}} = 0$ 时 ρ_{opt} 随着 μ'_s 的变化情况

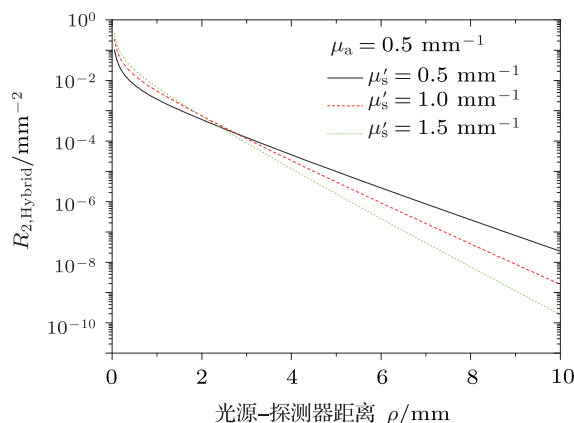


图9 不同散射情况下的双点源混合漫射近似空间分辨漫反射光分布

的背散射光子, 随着散射增加 (散射粒子数增多) 背散射几率增大, 则由 $S_{s',2}$ 定义式得为负值; 远离光源处, 随着散射增加漫反射光分布减小, 表明远离

光源接收到的多是经过深层组织的光子,随着散射增加前向散射几率增大,由组织表面接收到的光子数相应减少,则由 $S_{s',2}$ 定义式得为正值;在某距离处, $S_{s',2}$ 值为零,表明前向运输和后向运输的光子达到平衡,散射变化不影响光辐射分布.

5 结论

通过以上对双点源混合漫射近似模型吸收系数灵敏度 $S_{a,2}$ 和有效散射系数灵敏度 $S_{s',2}$ 的系统分析,我们得出以下结论: 1) 光源近似对近光源区域强吸收组织空间分辨漫反射的影响不可忽视,双点源混合漫射近似能更准确描述近光源强吸收生物组织的光学特性; 2) 为简便准确分析吸收系数对空间分布漫射光子分布的影响,得到了一个在强吸收条件近光源区域描述吸收系数灵敏度的简化表达式 $S_{a,SHDA}$ 函数; 3) 通过调整光源与探测器间距 ρ , 可获得一个优化的探测距离 ρ_{opt} . 在该距离处有效散射系数的变化对空间分辨漫反射光子的分

布可降到最低. 在可见光波段 ($\lambda = 400\text{--}600\text{ nm}$) 和近红外波段 ($\lambda > 1.0\text{ }\mu\text{m}$) 的生物组织光学参量的测量中,有效散射系数的范围一般在 $0.5\text{--}1.5\text{ mm}^{-1}$,通过上述分析得出其优化间距 ρ_{opt} 大约为 $3.4\text{ }l'_t$.

以上讨论侧重在强吸收小体积生物组织问题. 对于强吸收的散射介质,由于吸收系数比较大,导致远离光源处的光辐射强度很小,因此需要对光源附近的辐射场进行测量. 光源附近的光辐射分布与散射相函数的高阶参量 γ 和 δ 有关,本文研究的混合漫射近似模型,其漫射系数 D_{asym} 包括了描述散射介质的高阶光学参量 γ 和 δ ^[8]. 为了避免参量 γ 和 δ 给讨论强吸收情况带来复杂性,本文暂时搁置了对高阶参量 γ 和 δ 的讨论,有关这方面的理论和实验研究正在开展中. 该项工作对于由漫反射测量获取活体组织吸收及其变化信息,或以此为依据进行光学探针设计以进一步进行生物医学诊断治疗等具有重要意义,同样也对无损检测组织散射及其变化信息具有重要的理论参考价值.

-
- [1] Zhang Z X 2008 *New Technology and Applications of Biomedical Photonics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [张镇西 2008 生物医学光子学新技术及应用 (北京: 科学出版社)]
- [2] Tuchin V V 2007 *Tissue Optics: Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis* (Bellingham: SPIE Press)
- [3] Wang F, Ding H S, Lin F 2000 *Spectroscopy and Spectral Analysis* **20** 585 (in Chinese) [王峰, 丁海曙, 林方 2000 光谱学与光谱分析 **20** 585]
- [4] Kumar G, Schmitt J M 1997 *Appl. Opt.* **36** 2286
- [5] Liu H L 2001 *Appl. Opt.* **40** 1742
- [6] Huang Z Q, Ding E J 1987 *Transfers Theory* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [黄祖洽, 丁鄂江 1987 输运理论 (北京: 科学出版社)]
- [7] Tian H J, Liu Y, Wang L J, Zhang Z B, Xiao L F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 249 [田会娟, 刘迎, 王利军, 张智卜, 肖立峰 2009 物理学报 **58** 249]
- [8] Hull E L, Foster T H 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 584
- [9] Zhang X J, Yang W, Liu Y 2011 *Acta Photon. Sin.* **40** 67 [张小娟, 杨薇, 刘迎 2011 光子学报 **40** 67]
- [10] Tian H J, Liu Y, Wang L J 2009 *Chin. Opt. Lett.* **7** 515
- [11] Qi B B, Liu Y, Jia G Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 128701 [齐贝贝, 刘迎, 贾光一 2011 物理学报 **60** 128701]
- [12] Haskell R C, Svaasand L O, Tsay T T, Feng T C, McAdams M S, Tromberg B J 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2727
- [13] Tualle J M, Prat J, Tinet E, Avriillier S 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 2046
- [14] Kienle A, Forster F K, Hibst R 2001 *Opt. Lett.* **26** 1571
- [15] Wang L H, Jacques S L, Zheng L Q 1995 *Computer Methods and Programs in Biomedicine* **47** 131

Sensitivity of spatially-resolved diffuse reflectance to optical parameters in the hybrid diffusion approximation*

Tian Hui-Juan[†] Niu Ping-Juan

1) (School of Electrical Engineering & Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin Key Laboratory of Advanced Electrical Engineering and Energy Technology, Tianjin 300387, China)

2) (Engineering Research Center of High Power Solid State Lighting Application System, Ministry of Education, Tianjin 300387, China)

(Received 5 April 2012; revised manuscript received 15 May 2012)

Abstract

Based on a theoretical model for spatial diffusion reflection with two-point-source hybrid diffusion approximate to a semi-infinite homogeneous turbid medium, expressions of the sensitivities for the absorption coefficient μ_a and the reduced scattering coefficient μ'_s are derived, and the effect of the sensitivities of the two optical parameters μ_a and μ'_s on diffuse reflectance is studied systematically in small volumes of highly absorbing medium. The results show that the sensitivity of the absorption coefficient increases approximately linearly with the increase of source-detector separation ρ , with a slope proportional to $1.4 (\mu'_s/\mu_a)^{1/4}$, and also indicate an optimal probe spacing ρ_{opt} at which a variable reduced scattering coefficient has a smallest effect on the measurement of optical absorption in the turbid medium. The value of ρ_{opt} is approximately equal to 3.4 times transport mean free path. The study is of great significance for the measurement of the optical properties of biological tissues and the application of diffuse reflectance spectroscopy technology.

Keywords: tissue optics, diffuse reflectance, P_3 approximation, hybrid diffuse approximation

PACS: 42.25.Dd, 42.62.Be, 87.10.-e

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60278004).

[†] E-mail: tianhjx@126.com