

基于各向同性材料的层状椭圆柱形声隐身衣设计

高东宝 曾新吾[†]

(国防科技大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

(2012年1月6日收到; 2012年2月20日收到修改稿)

基于等效介质理论, 提出了具有共焦层状结构的椭圆柱形声隐身衣设计方法. 理论分析与有限元数值模拟表明, 所设计隐身衣依然具有完美隐身衣典型特征, 可使刚性圆柱体散射场明显减小, 并且在隐身衣区域表现出波阵面弯曲的特性, 同时在隐身衣外部波阵面保持不变. 增加隐身衣离散层数可以拓宽其有效工作频带, 改善隐身效果. 由于是一种线变换隐身衣, 隐身效果受到了入射波方向的影响, 只有当入射波方向与椭圆长轴平行时效果最佳. 另外当椭圆柱焦距非常小的时候, 可近似认为是圆柱形隐身衣. 仿真实验结果证明了方法的正确性. 该研究为实现复杂形状声隐身衣提供了一种有效途径.

关键词: 声隐身衣, 等效介质, 散射声场, 线变换隐身衣

PACS: 43.35.Bf, 43.20.El, 63.22.Np

1 引言

由于声学波动方程在坐标变换下具有协变性 (invariance), 因此可利用此性质进行新型声学功能器件和声学材料的设计, 这一过程称为转换声学 (transformation acoustics)^[1]. 声隐身衣 (acoustic cloaking)^[2,3] 是转换声学中的典型问题, 在隐身衣的作用下, 声波将“绕过”被隐身物体而自由前行, 不会产生散射, 从而不会被探测到, 即达到了隐身的效果. 基于转换声学的声隐身衣概念源于电磁学领域的相关问题^[4], 但二者之间又存在显著的差异. 根据参数形式不同, 可将声隐身衣分为两种类型, 一种称之为惯性隐身衣^[5] (inertial cloak, IC), 它要求材料具有各向异性的密度. Norris^[5] 提出了另一种类型的声隐身衣, 材料具有各向异性的弹性张量, 可由五模式材料^[6] (pentamode materials, PM) 实现.

无论哪一种类型, 隐身衣材料都必须具有强各向异性和强非均匀性, 这是现实材料所不能达到的. 不过近年来, 随着声子晶体和声学超材料

研究的深入, 已发现了多种具有超常参数特性的新型材料^[7-9], 被认为是实现声隐身衣的可能途径^[10]. 另外, 利用现有材料, 基于等效介质理论和离散方法简化材料参数也是声隐身衣实现的一种有效手段^[11-14], 对隐身衣的实现起到了推动作用.

在隐身衣形状方面, 球形、圆柱形等强对称形状^[1-5,10-14] 依然是人们关注的热点, 而对于其他弱对称形状隐身衣的研究却相对较少. 椭圆柱形是一种常用的具有弱对称性的基本图形, 是实现其他复杂结构的基本单元之一, 在生产生活及国防科技等众多领域都有应用. 在这方面, Ma 等^[15,16] 最先基于椭圆柱坐标系设计了椭圆柱隐身衣, 并发展得到了旋转椭球形隐身衣^[17], 为椭圆柱形隐身衣的研究提供了一定的理论基础. 但关于椭圆柱形声隐身衣的实现方法研究却至今还未见报道. 由于椭圆柱形对称性相对较弱, 设计方法和实现手段都较复杂, 不能完全等同于圆柱形研究结果, 那么对其进行初步的理论研究将有助于推动椭圆柱形声隐身衣的实现和发展.

本文在椭圆柱坐标系下, 拓展了原有强对称声

[†] E-mail: xinwuzeng@nudt.edu.cn

隐身衣实现方法^[11,12], 基于参数离散和等效介质理论设计了共焦层状圆柱形声隐身衣, 它可以由两种各向同性材料交替层叠实现, 而每一层椭圆都具有相同的焦点. 文中分析了不同离散层数和入射波频率对隐身效果的影响, 仿真结果证明了这一方法的可行性. 不过由于所设计的圆柱形隐身衣是一种非完美隐身衣, 入射波的入射角度严重影响了隐身衣的隐身效果. 另外, 当焦距特别小的时候可以将其视为圆柱形隐身衣. 此工作可为复杂形状声隐身衣的实现提供帮助.

2 圆柱形声隐身衣的设计及实现

基于转换声学理论, 一般惯性隐身衣材料参数^[5]可表示为

$$\begin{aligned} \kappa' &= \kappa_0 \det \mathbf{A}, \boldsymbol{\rho}'^{-1} \\ &= \rho_0^{-1} \frac{\mathbf{A}\mathbf{A}^T}{\det \mathbf{A}}. \end{aligned} \quad (1)$$

这里 κ' (κ_0) 和 $\boldsymbol{\rho}'$ (ρ_0) 表示变换空间 (初始空间) 中的体积模量和密度, 并且 $\boldsymbol{\rho}'$ 是一个 $d \times d$ ($d = 2, 3$) 的矩阵. $A_{ij} = \partial x'_i / \partial x_j$, 表示初始空间与变换空间之间的变换矩阵. 根据矩阵代数知, \mathbf{A} 可以进一步分解, $\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{R}$ (\mathbf{V} 为拉伸矩阵, \mathbf{R} 为旋转矩阵), 具体参数由变换关系决定.

在圆柱形声隐身衣的设计过程中, 为使问题简化, 我们选用椭圆柱坐标系^[15]. 由线性代数知二维椭圆柱坐标系坐标 (ξ, η) 与笛卡尔坐标系坐标 (x, y) 之间存在如下关系^[18]

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{r_B + r_A}{2c}, \\ \eta &= \frac{r_B - r_A}{2c}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $r_A^2 = (x - c)^2 + y^2$, $r_B^2 = (x + c)^2 + y^2$, c 表示椭圆焦距. 或改写成逆形式

$$\begin{aligned} x &= c\xi\eta, \\ y &= c\sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

变换关系决定了参数的形式, 这里选用文献^[15]给出的线性变换关系对隐身衣进行设计, 即

$$\begin{aligned} \xi' &= \xi_1 + (\xi - 1) \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 - 1}, \\ \eta' &= \eta. \end{aligned} \quad (4)$$

ξ_1 和 ξ_2 为椭圆套内外层坐标参数. 变形发生在 $[1, \xi_2]$ 与 $[\xi_1, \xi_2]$ 之间, 即 $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$.

由此可得到变换矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\alpha^2 - 1}{\xi^2 - 1}} \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\alpha^2 - \eta^2}} \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 - 1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\alpha^2 - \eta^2}} \end{bmatrix},$$

$$\alpha = (\xi - \xi_1) \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 - \xi_1} + 1, \quad (5)$$

代入 (1) 式可得到二维圆柱形声隐身衣材料参数为

$$\frac{1}{\rho_\xi} = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{\alpha^2 - 1}{\xi^2 - 1}} \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 - 1}, \quad (6a)$$

$$\frac{1}{\rho_\eta} = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\alpha^2 - 1}} \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 - \xi_1}, \quad (6b)$$

$$\kappa = \kappa_0 \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\alpha^2 - 1}} \frac{\alpha^2 - \eta^2}{\xi^2 - \eta^2} \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 - \xi_1}, \quad (6c)$$

其中, $\boldsymbol{\rho} = \text{diag}[\rho_\xi, \rho_\eta]$. 此处为表达方便, 已省去参数的上标, 均表示变换空间中参数.

由 (6) 式可见, 实现圆柱形声隐身衣所需材料具有非均匀各向异性的特点, 并且参数取值从 0 到 ∞ , 变化范围非常大, 利用现实材料难以实现. 为了解决这个问题, 可以对材料参数进行一定的简化和近似处理. 对于材料的非均匀性, 我们可以将其在非均匀方向上做离散化处理, 使其成为多层均匀介质. 而对于材料的密度各向异性, 可以运用 Schoenberg 和 Sen^[19] 提出的层状流体等效介质理论来得到其相应的各向同性组成介质. 这一方法被称为“两步法”(two-step procedure), 最先应用于圆柱形声隐身衣的参数简化过程中^[12]. 但圆柱形声隐身衣又与圆柱形声隐身衣情况不同, 在圆柱坐标系下, 圆柱形声隐身衣参数的非均匀性只与一个坐标 r 有关, 而椭圆柱坐标系下参数非均匀性却与 ξ 和 η 都相关是 (6c) 式, 这为问题的解决带来了麻烦. 另外, 怎样将层状流体等效介质理论^[19] 中的两个垂直方向上的密度分量对应于椭圆柱形声隐身衣的参数分量也是这一问题的重点.

由 (6) 式可见, 质量密度不但具有非均匀性, 而且是各向异性的, 对它的简化将使材料需求大为降低. 在第一步中需对参数进行均匀性简化, 由 (6a)

和 (6b) 式可知密度只随 ξ 变化, 与 η 无关, 所以我们只对参数在 ξ 方向进行离散化处理, 从而降低工作难度, 并且不影响问题的本质. 在第二步中需要消除质量密度的各向异性. 椭圆柱坐标系下, 不同的 ξ 值对应了共焦的椭圆系, 这类似于圆柱坐标系下的 r 轴分量, 因此可认为椭圆柱坐标系中 ξ 轴与圆柱坐标系下 r 轴具有形式上的对应关系; 同时 η 值的不同对应了一个椭圆周上的不同点, 类似于圆柱坐标系下的 θ 轴分量, 则可认为 η 轴与 θ 轴相对应. 那么在二维椭圆柱坐标系下两个方向上的质量密度分量 (ρ_ξ, ρ_η) 将分别对应于圆柱坐标系下的“径向”和“周向”分量. 以上处理方式和对应关系将使得基于等效介质的层状隐身衣结构^[12] 用来设计实现椭圆柱形声隐身衣.

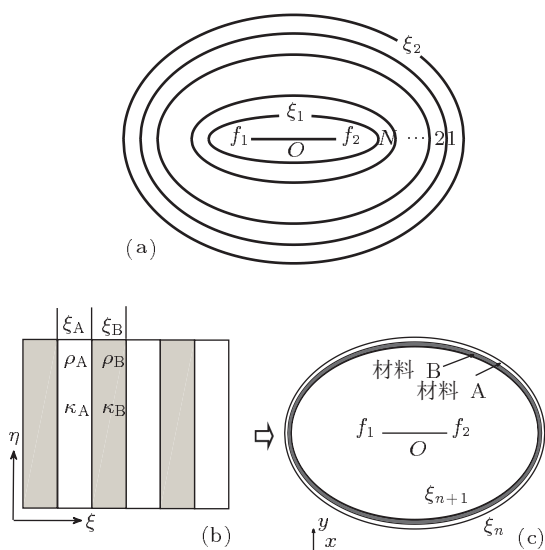


图 1 椭圆柱形声隐身衣参数简化过程示意图 (a) 层状椭圆柱形声隐身衣示意图; (b) 层状等效介质示意图; (c) 第 n 层等效介质

对于具体的设计过程可表述为: 首先, 在椭圆柱坐标系下, 将隐身衣沿 ξ 方向在 $[\xi_1, \xi_2]$ 范围内离散为 N 层, 所有椭圆具有相同的焦点, 每一层介质在 ξ 方向上都是均匀的, 从而可以消除材料在 ξ 方向上的非均匀性, 结果如图 1(a) 所示. 但此时每一层材料依然是各向异性的. 根据等效介质理论^[19], 可用两种各向同性流体介质等效为具有横观各向同性密度的一种介质. 如图 1(b) 所示, 在椭圆柱坐标系下, 层状流体介质呈周期排列, 具有等效的垂直于层方向的密度分量 ρ_ξ 和平行于层方向的密度分量 ρ_η . 因此我们可在原有分层结构的基础上,

利用等效介质关系对每一层介质进行等效, 其中第 n 层等效介质如图 1(c) 所示. 这样就将椭圆柱形隐身衣等效为了由 $2N$ 层各向同性材料组成的层状结构.

因 ξ 方向为“径向”分量, 而 η 方向为“切向”分量, 因此层状椭圆柱形声隐身衣中等效介质关系可表示为

$$\rho_\xi = \frac{\rho_A + \zeta \rho_B}{1 + \zeta}, \quad \frac{1}{\rho_\eta} = \frac{1}{1 + \zeta} \left(\frac{1}{\rho_A} + \frac{\zeta}{\rho_B} \right),$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{1 + \zeta} \left(\frac{1}{\kappa_A} + \frac{\zeta}{\kappa_B} \right), \quad (7)$$

这里 $\kappa_A(\kappa_B), \rho_A(\rho_B)$ 为材料 A(B) 的体积模量和密度, ζ 为材料 B 对材料 A 的填充比.

本文中令两种材料等比填充, 即 $\zeta = 1$; 同时满足 $\rho_A > \rho_B$; 另外, 为了避免内边界处的参数奇异^[5], 这里使用阻抗匹配^[20] (impedance-matched) 连续性条件, 即

$$\frac{\rho_{\xi n}}{\rho_0} = \frac{\kappa_n}{\kappa_0} \times \frac{\xi_n^2 - \eta^2}{\alpha_n^2 - \eta^2}, \quad (8a)$$

$$\frac{\rho_{\eta n}}{\rho_0} = \frac{\kappa_n}{\kappa_0} \frac{\xi_n^2 - \eta^2}{\alpha_n^2 - \eta^2} \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 - 1} \sqrt{\frac{\alpha_n^2 - 1}{\xi_n^2 - 1}} \quad (8b)$$

可得到第 n 层等效介质参数为

$$\rho_{An} = \rho_{\xi n} + \sqrt{\rho_{\xi n}(\rho_{\xi n} - \rho_{\eta n})}, \quad (9a)$$

$$\rho_{Bn} = \rho_{\xi n} - \sqrt{\rho_{\xi n}(\rho_{\xi n} - \rho_{\eta n})}, \quad (9b)$$

$$\kappa_{An} = \kappa_n \times \rho_{\xi n} / \rho_{Bn}, \quad (9c)$$

$$\kappa_{Bn} = \kappa_n \times \rho_{\xi n} / \rho_{An}. \quad (9d)$$

至此, 我们将结合了离散化处理和等效介质理论的非均匀各向异性介质简化方法进行了拓展, 使其顺利应用于具有弱对称性的椭圆柱情况. 不过由于我们只对 ξ 进行了离散化处理, 因此材料参数在 η 方向上仍然是非均匀的, 这可以通过二次离散化来解决, 本文不深入讨论.

3 仿真结果及讨论

本文利用有限元 (FEM) 计算软件 COMSOL 对所设计层状声隐身衣进行了分析, 计算区域配置

情况如图 2 所示. 隐身衣内部为刚性圆柱, 计算区域左侧为 Dirichlet 边界条件, 入射简谐波声压为 $p = \exp(-ikx)$, 其余边界设置为 Neumann 边界条件, 即 $\mathbf{n} \cdot \nabla p = 0$. 其中, 刚性圆柱尺寸为: 长轴 $a = 1 \text{ m}$, 短轴 $b = 0.5 \text{ m}$; 隐身衣在 ξ 方向上被等距离离散为 N 层, 每一层由两种各向同性介质组成, 具体参数见 (9) 式. 隐身衣内外边界尺寸为 $\xi_2 = 2\xi_1 = 2.31, c = 0.87 \text{ m}$. 背景介质为水 ($\rho_0 = 998 \text{ kg/m}^3, \kappa = 2.19 \text{ GPa}$). COMSOL 软件被广泛应用于电磁隐身衣和声隐身衣问题的求解当中 [15-17,21], 可有效的验证所设计隐身衣的正确性.

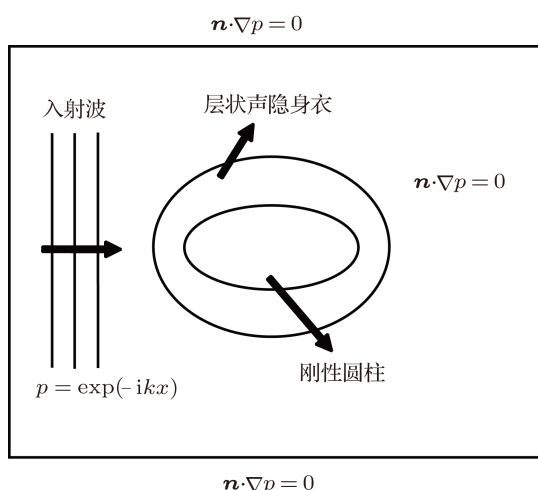


图 2 计算区域的配置

层状椭圆形隐身衣声场分布如图 3 所示, 入

射波数 $k_0 = 5\pi$. 作为对比, 图 3(a) 为刚性椭圆柱引起的声场分布情况, 而图 3(b) 为刚性椭圆柱外加层状隐身衣后声场分布情况. 在图 3 中, 隐身衣被离散为 $N = 20$ 层, 由上述 A, B 两种材料组成.

由图 3(a) 可见, 刚性椭圆柱引起了比较强的散射, 尤其是椭圆柱的前方, 有较大的影区, 而在其他方向上波阵面存在断裂和错移的现象, 散射声场比较复杂. 不过当刚性椭圆柱外加隐身衣之后, 情况却明显不同, 如图 3(b) 所示. 在图 3(b) 中, 隐身衣前方的影区已基本消失, 入射的平面波在通过隐身衣和刚性椭圆柱之后继续保持其波阵面特性向前传播, 在隐身衣区域 ($\xi_1 < \xi < \xi_2$) 可以发现波阵面发生了一定的弯曲, 证明隐身衣的存在改变了原有声场分布情况. 这说明所设计层状隐身衣依然具有完美隐身衣的典型特征 [12,15]. 不过由于进行了离散化处理, 使得隐身衣损失了一部分隐身效果, 所以仍然会引起一定的散射, 隐身衣内外声场均产生了较小的扰动. 总体来说, 隐身衣的存在改善了原有刚性椭圆柱的散射声场, 入射波好像“绕过”了障碍物一样, 仍然以原有形式向前传播, 使得隐身衣内部物体不易被探测到, 从而起到了“隐身”的作用. 图 3 结果证明了上述设计方法的正确性, 是实现椭圆形声隐身衣的一种有效途径.

另外, 层状隐身衣的工作效果还会受到离散层数的影响, 一般离散层数越多, 越接近完美隐身衣, 隐身效果越好 [11,12].

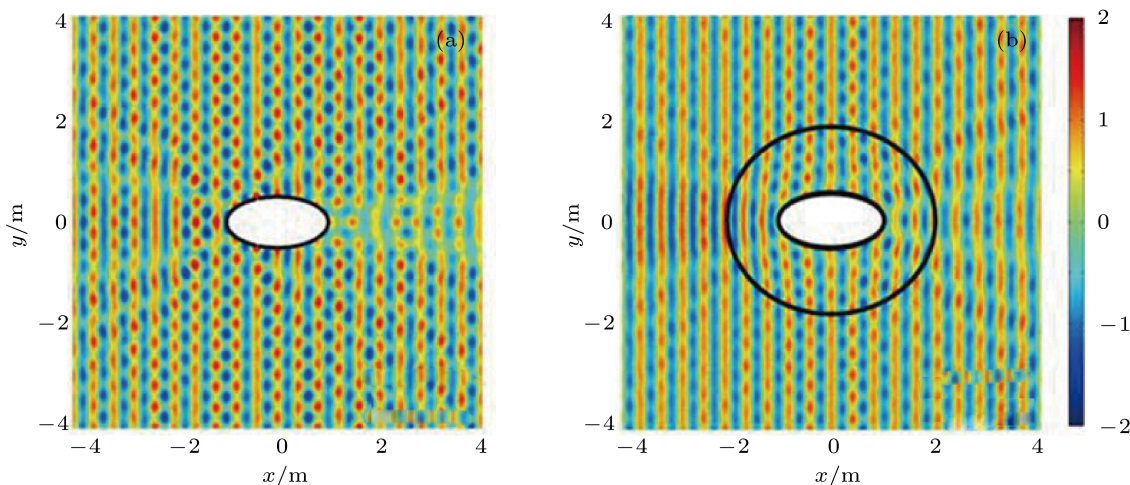


图 3 隐身衣声场对比, $k_0 = 5\pi, N = 20$ (a) 无隐身衣时刚性椭圆柱声场; (b) 刚性椭圆柱加隐身衣后声场

图 4 所示为入射波频率为 $k_0 = 8\pi$ 时不同离散层数隐身衣声场分布, 离散层数分别为 20 层 (图 4(a)) 和 40 层 (图 4(b)). 对比两种情况可见, 隐身衣层数的增多, 使得散射声场减弱, 尤其是原来存在声场加强和波阵面断裂的区域, 此时声场已接近平面波情况, 波阵面保持良好, 提高了隐身衣的隐身效果, 使得隐身衣内部物体不易被发现. 图 4

表明, 增加隐身衣离散层数, 拓宽了层状椭圆形声隐身衣的有效工作频带, 改善了隐身衣的隐身效果. 并且深入研究还表明, 隐身衣的离散层数越多, 越接近完美隐身衣, 从而隐身效果也越好. 不过离散层数越多也将为实现带来越大的困难, 因此在实现成本和隐身效果之间需做出适当的取舍.

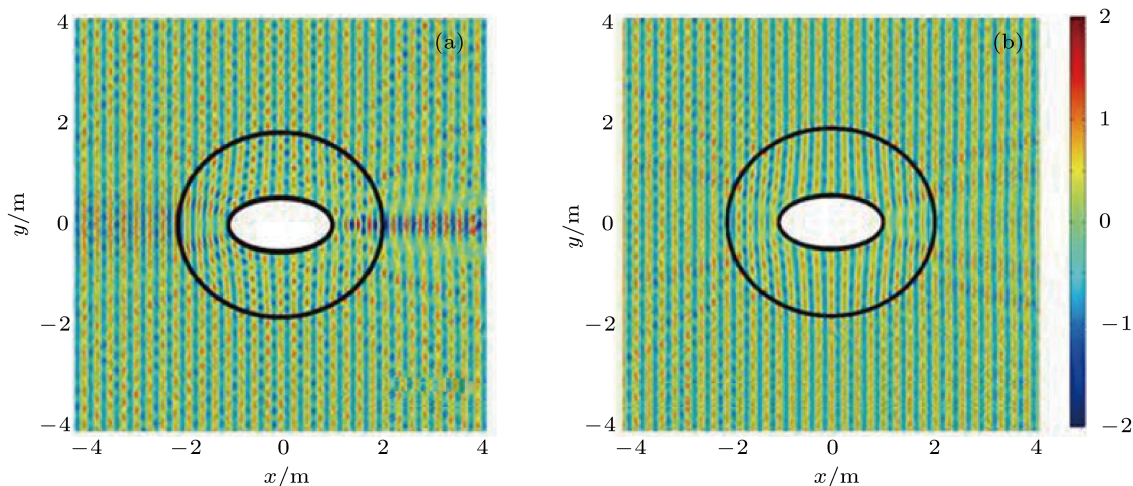


图 4 不同离散层数对椭圆形声隐身衣隐身效果的影响, $k_0 = 8\pi$ (a) $N = 20$; (b) $N = 40$

注意到, 在变换关系式 (4) 中, 当 $\xi = 1$ 时, 对应于 ($y = 0, -c \leq x \leq c$) 的一条线段. 说明文中所采用的变换方法为线变换^[22] (line-transformed), 是将隐身衣内边界对应于初始空间中一条刚性线段. 因此隐身衣声场将等同于初始空间中刚性线段的散射声场, 当入射波方向不同时, 隐身效果会不尽相同.

图 5 所示为不同入射角度对层状椭圆形声隐身衣声场的影响, 入射波频率均为 $k_0 = 5\pi$. 图 5(a), 5(c) 和 5(e) 中给出了长度为 $2c$ 的一条刚性线段在不同方向入射波作用下的声场分布, 而图 5(b), 5(d) 和 5(f) 为刚性椭圆加隐身衣的声场分布情况. 所有图中背景介质为水, 隐身衣尺寸同图 3, $N = 20$. 入射波与 x 轴正方向夹角分别为图 5(a), (b) $\pi/2$; (c), (d) $\pi/4$ 和 (e), (f) π .

由图 5 可见, 入射波角度对线变换椭圆形声隐身衣的隐身效果有较大影响. 在图 5(b) 和 5(d) 中, 入射波方向分别为 $\pi/2$ 和 $\pi/4$, 此时声场中均存在较强的散射波, 在隐身衣前方有明显的影区, 而在 $-\pi/2$ 和 $-\pi/4$ 方向存在声场

的加强, 这与图 5(a) 和图 5(c) 中刚性线段所引起的散射声场分布情况基本一致. 不过由于隐身衣本身对声波具有一定的导向作用, 所以二者之间的声场强弱分布还是会有略微差异. 在这两种情况下, 隐身效果变差, 被隐身物体极易被发现. 在图 5(e) 和图 5(f) 中, 入射波方向为 π , 此时声场分布较均匀, 声场基本未受入射波方向影响. 结合图 3 结果可见, 当入射波角度为 0 或 π 时, 即入射波方向平行于椭圆长轴时, 隐身效果最佳.

圆柱形是椭圆形的一种特殊情况, 当焦距非常小的时候椭圆形声隐身衣近似为圆柱形声隐身衣. 图 6 所示为焦距 $c = 0.0001$ 时层状椭圆形声隐身衣的声场分布情况, 其中 $k_0 = 2\pi, N = 20$. 此时隐身衣长短轴基本相等, 可认为是圆柱形声隐身衣. 隐身衣的存在使得刚性圆柱散射声场减小, 具有隐身衣外波阵面保持原来性质、隐身衣区域波阵面弯曲等特性. 不过由于离散处理的影响, 隐身衣前后声场依然存在一定的散射波, 但这并不影响其整体隐身效果.

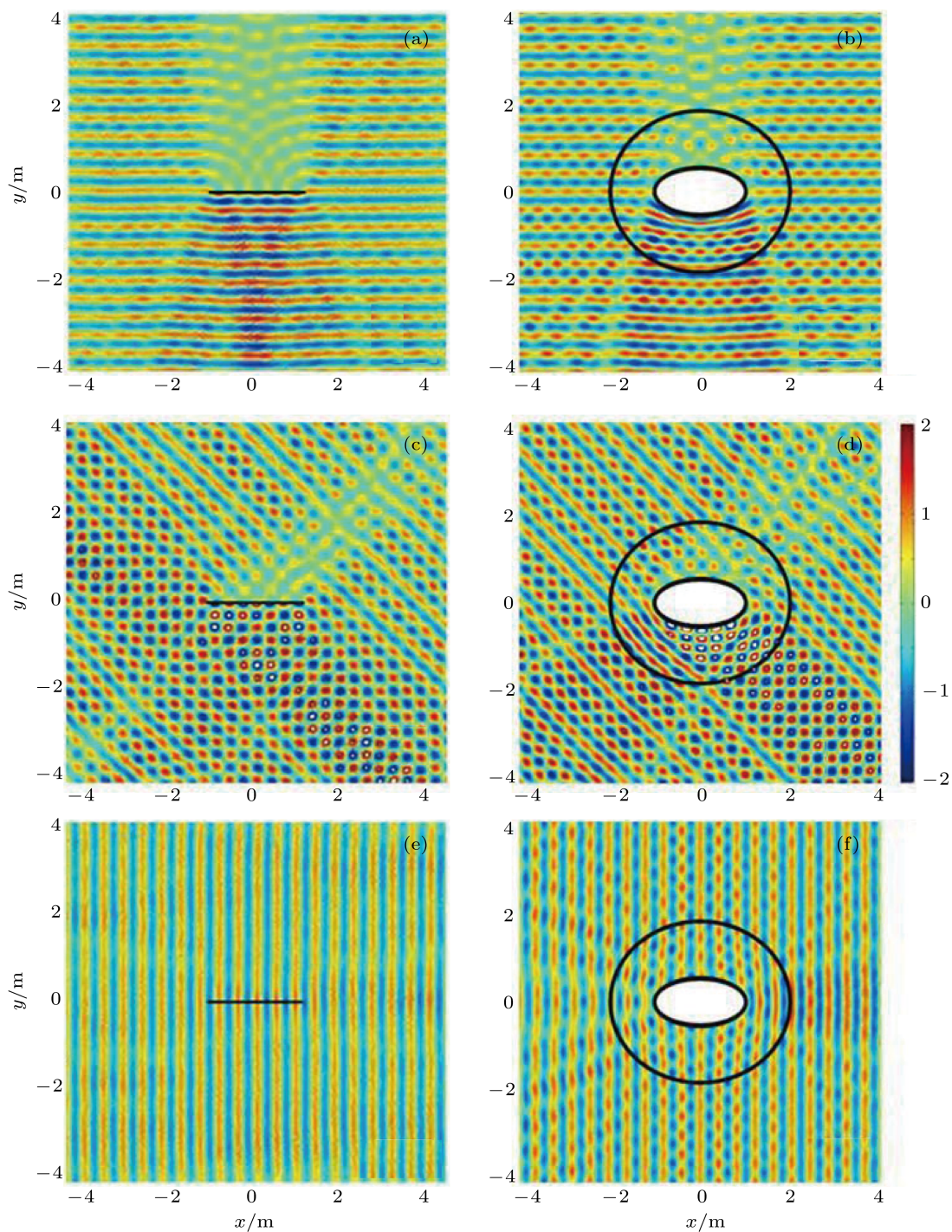


图5 不同入射角度情况下隐身衣声场分布, $k_0 = 5\pi$, $N = 20$; 入射波与 x 轴正方向夹角分别为 (a), (b) $\pi/2$; (c), (d) $\pi/4$; (e), (f) π

4 结论

本文将圆柱坐标系下声隐身衣实现方法进行推广, 基于等效介质理论, 在椭圆柱坐标系下, 设计了具有共焦层状结构的椭圆柱形声隐身衣, 该结构可由各向同性材料实现. 利用数值仿真方法, 分析

了椭圆柱形声隐身衣的声场分布, 证明了这种方法的有效性. 所设计的层状椭圆柱形声隐身衣保持了完美隐身衣的基本特性, 可使刚性圆柱散射声场明显减弱, 隐身衣外部波阵面保持原来特性不变, 而隐身衣区域波阵面发生了弯曲, 从而使得隐身衣内部物体“不可见”. 增加隐身衣的离散层数可以拓宽

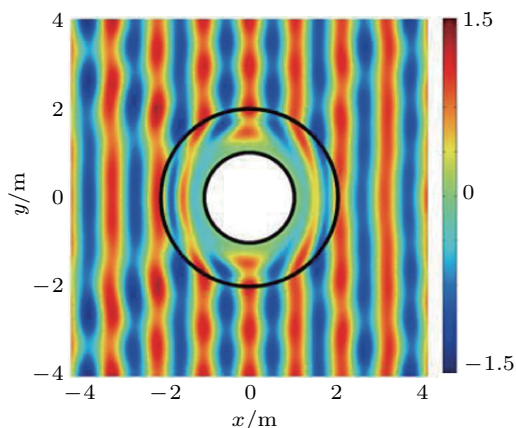


图6 $c = 0.0001$ 时层状椭圆柱形声隐身衣声场分布, $k_0 = 2\pi$

其工作频带,从而改善隐身效果.由于这是一种线变换隐身衣,隐身效果受到入射波方向的影响,只

有当入射波平行于椭圆长轴的时候才具有最佳的隐身效果.另外,当椭圆焦距特别小的时候,隐身衣可认为是圆柱形隐身衣.

在对椭圆柱形声隐身衣材料参数进行简化时主要涉及两个步骤,即非均匀参数的离散化和各向异性材料的等效.由于去非均匀性过程只需要在参数非均匀方向上进行离散即可,因此这一步骤适用于任何形状的声隐身衣.在对各向异性参数进行等效的过程中,关键是要找到一个正交坐标系,使得声隐身衣密度矩阵可以在此坐标系下化为横观各向同性 (transverse isotropic) 形式^[19].而在这一步骤当中,只有所需的正交坐标系是与声隐身衣形状特性相关的.所以只要找到一种合适的坐标系,此方法对任何形状二维声隐身衣的实现都适用.

- [1] Chen H Y, Chan C T 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 113001
- [2] Cummer S A, Schurig D 2007 *New J. Phys.* **9** 45
- [3] Chen H Y, Chan C T 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 183518
- [4] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [5] Norris A N 2008 *Proc. R. Soc. A* **464** 2411
- [6] Milton G W, Briane M, Willis J R 2006 *New J. Phys.* **8** 248
- [7] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [8] Fang N, Xi D J, Xu J Y, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nature Mater.* **5** 452
- [9] Torrent D, Sánchez-Dehesa J 2008 *New J. Phys.* **10** 023004
- [10] Zhang S, Xia C G, Fang N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 024301
- [11] Torrent D, Sánchez-Dehesa J 2008 *New J. Phys.* **10** 063015
- [12] Cheng Y, Yang F, Xu J Y, Liu X J 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 151913
- [13] Norris A N, Nagy A J 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 1606
- [14] Urzhumov Y, Ghezzo F, Hunt J, Smith D R 2010 *New J. Phys.* **12** 073014
- [15] Ma H, Qu S B, Zhang J Q, Chen B W, Wang J F 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013825
- [16] Ma H, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Wang J F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1123
- [17] Ma H, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Wang J F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 179
- [18] Wang Z X, Guo D R 2006 *Introduction to Special Function* (Beijing: Peking University Press) p651 (in Chinese) [王竹溪, 郭敦仁 2006 特殊函数概论 (北京: 北京大学出版社) 第 651 页]
- [19] Schoenberg M, Sen P N 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **73** 61
- [20] Chen H Y, Yang T, Luo X D, Ma H R 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 3696
- [21] Wang X H, Qu S B, Xia S, Wang B K, Xu Z, Ma H, Wang J F, Gu C, Wu X, Lu L, Zhou H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 064101
- [22] Jiang W X, Ma H F, Cheng Q, Cui T J 2010 *J. Appl. Phys.* **107** 034911

Layered elliptical-cylindrical acoustic cloaking design based on isotropic materials

Gao Dong-Bao Zeng Xin-Wu[†]

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 6 January 2012; revised manuscript received 20 February 2012)

Abstract

A layered co-focal elliptical-cylindrical acoustic cloak is designed based on the effective medium theory. The distribution of acoustic field is simulated using the finite element method. The cloak possesses the properties of low-reflection outside and wavefront-bending in the cloak shell. The relationship between the cloaking effect and the number of discrete layers, the direction of incident wave are also investigated. The effective working frequency band can be broadened by using more layers. As the cloak is of a line-transformed type, its properties are associated with the direction of incident wave. Only when the incident wave is parallel to the major axis of the ellipse, can the cloak have the best performance. In addition, the cloak is of a cylindrical structure as the focus of the ellipse-cylinder is small enough. This work is expected to be helpful for realizing acoustic cloaks with complex shapes.

Keywords: acoustic cloak, effective material, acoustic scattering field, line-transformed cloak

PACS: 43.35.Bf, 43.20.El, 63.22.Np

[†] E-mail: xinwuzeng@nudt.edu.cn