

# 风电功率时间序列混沌特性分析及预测模型研究\*

张学清<sup>†</sup> 梁军

(山东大学电气工程学院, 济南 250061)

(2012年3月21日收到; 2012年4月3日收到修改稿)

为揭示风电功率序列内在的动态特性, 利用非线性方法对风电时间序列混沌特性进行识别, 为对风电功率进行预测提供了基础. 首先对某风电场的风电功率时间序列的日相关性进行了分析; 然后在相空间重构的基础上计算了风电序列的最大 Lyapunov 指数, 验证了风电时间序列的混沌特性; 由于采用 Volterra 滤波器多步预测法对风电功率进行超短期预测误差较大, 利用局域多步预测法以及最大 Lyapunov 指数法的预测结果并结合加权马尔科夫链和有序算子对 Volterra 滤波器的预测结果进行校正. 最后以某实际风电场的风电功率预测为算例, 仿真结果表明校正预测模型有效的提高了预测精度, 其为利用 Volterra 滤波器多步法进行风电预测提供了有益的参考.

**关键词:** 风电预测, 混沌, Volterra 滤波器多步预测, 加权马尔科夫链

**PACS:** 05.45.Tp, 88.50.Mp

## 1 引言

常规化石资源的日益耗竭以及其所带来的环境问题日益严重, 近年来风能的开发得到广泛的重视. 根据国家能源局 2010 年对全国风电资源的评估结果显示, 国内陆上可开发风电资源为  $23.8 \times 10^8$  kW, 海上有  $2 \times 10^8$  kW<sup>[1]</sup>. 风能作为一种可再生的清洁能源, 取之不尽用之不竭, 利用风能发电可以节省或者代替常规化石能源, 对落实国家能源政策、节能减排等方面具有重要的意义. 但是由于风能具有波动性和间歇性, 特别是大规模风电接入电网会对电力系统的安全、稳定运行以及电能质量带来严峻的挑战. 如果对风电输出功率进行短期预测, 一方面可以及时调整调度计划, 减少系统备用和储能, 降低了系统运行的成本, 另一方面还可以根据风电的输出功率合理安排其他常规能源的发电量, 保证电力系统安全、稳定的运行. 可见对风电功率进行准确地短期预测具有重要的意义.

近年来国内外学者对风电功率短期预测都做了大量的工作. 其主要包括两种方法: 一种是物理的方法<sup>[2]</sup>, 其利用数值天气预报的结果如风速、风

向和气压等数据以及考虑整个风电场区域的等高线等物理信息得到风电机组功率曲线进行预测; 另一种是统计的方法, 根据以往的历史数据建立起系统输入与输出的非线性映射关系进行预测, 如时间序列法<sup>[3]</sup>、卡尔曼滤波法<sup>[4]</sup>、小波-BP法<sup>[5]</sup>等. 物理方法不需要大量实测历史数据, 但是预测精度较差; 而统计方法需要大量的实测历史数据, 且预测精度较高. 以上统计方法中特别是小波变换法近年来在风电功率预测中得到了广泛的应用, 取得了较好的效果, 但是应用这种方法进行预测需要假定风电功率每天都具有较明显的风速变化的日相似特性<sup>[5]</sup>. 虽然对风电数据进行长期的历史统计来看, 风电大部分都具有日相似特性, 但实际上在某些情况下风电并不是每日都具有明显的日相似特性, 这就给风电的准确预测带来了困难. 有些学者认为风速的波动是随机的, 所以风电输出功率也是随机的, 应用概率统计的方法对风电功率进行波动区间的分析预测取得了好的结果, 然而分布函数的选取带有明显的主观性<sup>[6]</sup>. 以上方法都是根据风电功率序列的主观模型进行预测的. 随着混沌科学的发展, 使得直接根据风电功率数据序列本身的客观规律进行预测成为可能. 这样可避免预测过程中人

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51177091) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2010EM055) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zxq\_wy@163.com

的主观性, 提高预测的精度. 但由于混沌系统对初始条件的极端敏感性, 即混沌不可无限预测, 所以可对具有混沌特性的风电功率进行几个小时的超短期预测. 有时暴雨、暴风雪等极端天气会使风电输出功率快速变化, 所以对风电功率作提前 2—3 h 的预测就可对上述事件采取及时反应, 重新调整调度计划, 保证电能供应质量, 所以对风电功率进行超短期预测具有重要的经济和现实意义.

利用混沌理论进行建模和预测已成为混沌领域的研究热点. 文献 [7] 和 [8] 分别采用最大 Lyapunov 指数法和局部自适应预测法对混沌时间序列进行预测, 并通过仿真验证了方法的可行性. 张家树和肖先赐等 [9—11] 利用非线性系统的 Volterra 级数展开式, 提出了混沌时间序列的 Volterra 自适应预测法, 其可根据当前已获得的数据和预测误差来不断修正模型参数, 并且能自适应的跟踪混沌的运动轨迹. 目前已被广泛应用到通信、控制、电子对抗等领域. 但由于低阶 Volterra 滤波器在预测高阶混沌序列和时变混沌序列时具有一定的局限性 [12], 目前提高 Volterra 自适应预测法预测混沌序列能力的研究大都集中在如何提高 Volterra 预测滤波器的非线性函数逼近能力和减少待定参数上, 其中改进自适应滤波器算法 [13,14] 对提高自适应滤波器的预测能力非常关键. 由于 Volterra 自适应多步预测法较一步预测误差较大, 而最大 Lyapunov 指数法和局域多步预测法则在多步预测过程中某些点相对误差较小, 所以是否可以考虑用这两种方法来修正 Volterra 自适应预测方法结果以提高预测精度, 本文试图从这一思路着手提高混沌时间序列的预测精度.

本文以美国田纳西州 2006 年某风电场采集的实际风电功率时间序列作为研究对象, 为了检验风电数据序列是否每日都有较明显的日相似特性, 利用相关性理论对风电数据序列进行了日相关性分析. 为了验证风电数据序列的混沌特性, 首先利用互信息法和 C-C 法确定了序列的时间延迟和嵌入维数等参数, 然后对风电数据进行相空间重构, 通过小数据量法求得最大 Lyapunov 指数来识别风电功率时间序列的混沌特性. 其次, 利用 Volterra 自适应预测法、局域多步预测法以及最大 Lyapunov 指数法分别对风电数据序列进行预测. 最后, 为了提高风电功率的预测精度, 利用加权马尔科夫链对 Volterra 滤波器自适应多步预测法的预测结果进行了校正, 通过仿真实例验证了本文所提方法的有

效性, 其为利用混沌理论进行风电预测提供了一种有效途径.

## 2 风电功率数据序列的日相关性分析

文献 [5] 对风电功率时间序列利用小波变换和 BP 神经网络方法进行预测分析, 要求风电功率数据要有较明显的日相似特性, 以便可以更准确的进行预测. 虽然从长期来看大部分时间内风电具有日相关特性, 但实际上, 由于天气和温度的复杂变换, 很难保证每天的风速都有较强的日相关特性. 本文通过相关性理论分析风电功率数据日相关性.

相关函数  $r_k$  是反映变量  $x(t, k)$  及其下一周期  $x(t, k+T)$  间线性相关性的函数. 当  $k$  取  $T, 2T, \dots, kT$  时,  $r_k$  代表在不同的周期的相关函数的值. 当相关性函数值波动较平稳时, 可认为在一段时间内, 各周期数值具有较强的相关性; 而如果相关性函数在一段时间内各周期取值波动剧烈, 特别是从正变到负或者由负变为正, 则可认为该序列在相邻变化剧烈的周期不具有相关性.

$$r_k = \frac{\hat{C}_k}{\hat{\sigma}_{t,k} \cdot \hat{\sigma}_{t,k+T}}, \quad (1)$$

其中

$$\hat{C}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_{t,k} - \bar{x}_{t,k})(x_{t,k+T} - \bar{x}_{t,k+T}), \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}_{t,k} = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_{t,k} - \bar{x}_{t,k})^2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}_{t,k+T} = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_{t,k+T} - \bar{x}_{t,k+T})^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

通过对 2006 年 11 月份美国田纳西州某风电场采集的实际风电功率时间序列进行相关性分析, 以确定每日的风电功率是否有较明显的日相似特性. 其中每天 24 h, 每 10 min 采集一次数据. 风电场额定装机容量为 97MW, 为了方便计算和进行风功率序列日周期的对比分析, 将风电功率转化为标么值, 并进行归一化处理. 同时为了比较说明风电功率数据序列的相关特性, 采用类周期序列函数为  $f(x) = 0.5(0.4 \sin(\pi x/5) + 0.6B(x) + 1)$ ,  $B(x)$  为 0—1 之间均匀分布的随机量, 采样频率为 100, 共采集 20 个周期数据序列, 风电和类周期序列分别如图 1 所示. 则风电功率数据及类周期序列周期内数据个数分别为 144 和 100.

图 2 为相邻每个周期的风电功率序列和类周期序列的相关函数值, 可以发现具有周期相似特性的类周期序列的相关函数值在 18 个周期之间几乎变化不大, 而风电功率的相关函数值在每个周期 (每日) 之间虽然波动较大, 最大为 0.9621, 最小为 -0.6722, 但是大部分相邻的日周期相关函数都为正或者都为负, 具有日相似特性. 然而也有如图 2 的 11 月 7 日与 8 日、8 日与 9 日以及 15 日与 16 日之间的相关函数出现了正负或者负正等较大的变化, 由此可见风功率输出并不是每天都具有明显的日相似特性, 偶尔会出现特殊情况, 考虑这些特殊情况进行预测对风电准确预测提出了新的挑战, 所以本文尝试利用混沌理论对风电时间序列进行预测成为一种可能选择.

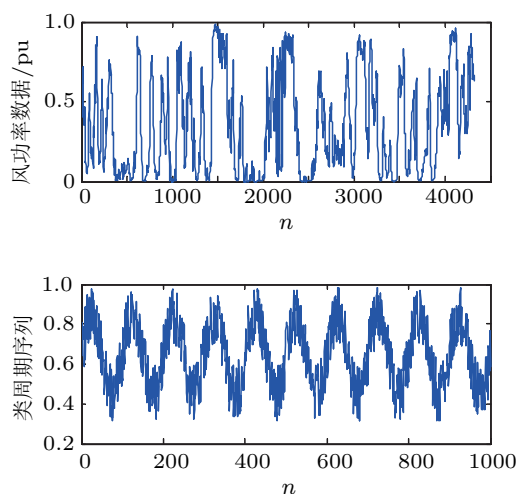


图 1 风电功率时间序列和类周期序列

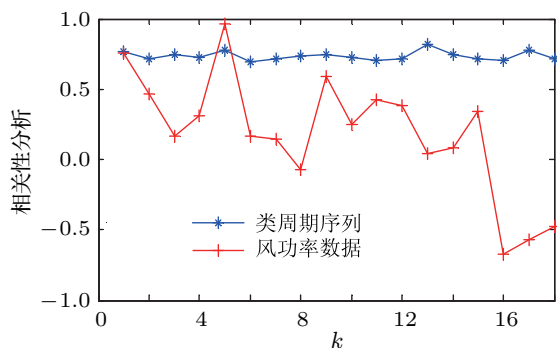


图 2 序列相邻周期的相关函数值

Takens 定理<sup>[15]</sup>认为系统原始的状态变量构成的相空间和一维观测值重构相空间里的动力学行为等价, 两个相空间中的混沌吸引子微分同胚, 即一维观测值中包含有系统所有状态变量的演化的

所有信息. 由此规律可以得到系统下一时刻的状态, 进而得到时间序列的下一时刻的预测值, 此为混沌信号的预测依据. 混沌信号的预测是从一维数据中构造系统等价的重构相空间开始的.

### 3 序列的相空间重构和混沌特性识别

#### 3.1 重构相空间

在重构相空间中, 时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的选取是十分重要的, 是重构相空间的基础. 由于实际的观测序列总是存在或多或少的噪声干扰和估计误差, 所以风电功率数据序列的时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  不能任意取值, 其中时间延迟  $\tau$  的选取方法有自相关函数法、平均位移法、互信息法等. 嵌入维数的选取方法有饱和关联维数法 (G-P 法)、伪最近邻域法、Cao 方法等. 本文先用互信息法确定时间延迟  $\tau$ .

##### 3.1.1 互信息法确定时间延迟<sup>[16]</sup>

假设混沌时间序列为  $\{x(i), i = 1, 2, \dots, N\}$ . 那么点  $x(i)$  的概率密度为  $P_x[x(i)]$ , 其将信号映射成概率. 令  $\{y(k), k = 1, 2, \dots, N\}$ , 表示另一时间序列, 在  $y(k)$  处的概率密度定义为  $P_y[y(k)]$ . 两组信号同时测量得  $x(i), y(k)$  的联合概率表示为  $P_{xy}[x(i), y(k)]$ . 对于两组信号  $\{x(i), y(k)\}$ , 给定  $x(i)$  的一个测量值, 预测  $y(k)$  的平均信息量为互信息函数

$$I(x, y) = H(x) + H(y) - H(x, y), \quad (5)$$

$$H(x) = - \sum_i P_x[x(i)] \log\{P_x[x(i)]\}, \quad (6)$$

$$H(x, y) = - \sum_{i,k} P_{xy}[x(i), y(k)] \times \log\{P_{xy}[x(i), y(k)]\}. \quad (7)$$

$H(x)$  为信号  $\{x(i)\}$  的熵,  $H(y)$  定义与  $H(x)$  类似,  $H(x, y)$  为联合熵. 在时间序列的重构中, 要求的是  $x(t + \tau)$  值对  $x(t)$  值的依赖性, 所以令  $(x, y) = [x(t), x(t + \tau)]$ . 则概率  $P[x(t)]$  与概率  $P[x(t + \tau)]$  可通过在时间序列的频率计算得到, 而联合概率  $P[x(t), x(t + \tau)]$  通过在平面  $(x(t), x(t + \tau))$  上划分空间网格的方法求得, 最佳延迟时间  $\tau$  通过取互信息函数的第一极小值来确定.

利用互信息法对本文的风电功率时间序列求

延迟时间, 计算结果如图 3 所示. 从图 3 可看出风电时间序列平均互信息在  $\tau$  为 19 时取得第一极小值. 由于互信息法所得到的互信息值与空间划分的个数有很大关系, 同时有一种观点认为嵌入维数与时间延迟是相关的. 且近年来有人认为影响相空间的质量的主要因素是联合  $m$  和  $\tau$  的嵌入窗宽  $\tau_w = (m - 1)\tau$  的确定, 所以确定嵌入窗宽也是确定混沌系统相空间重构参数的一种方法. 常见的有 C-C 法等.

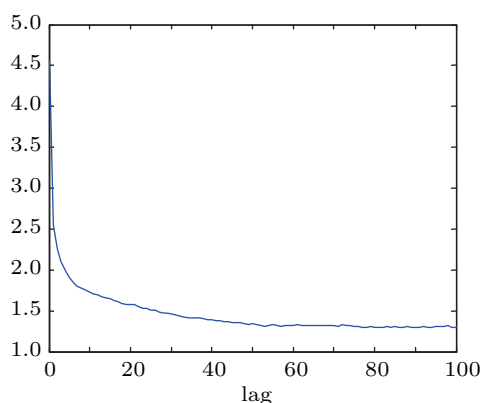


图 3 互信息 - 时间延迟关系曲线

### 3.1.2 C-C 法确定时间延迟和嵌入维数

对混沌时间序列为  $\{x(i), i = 1, 2, \dots, N\}$ , 以  $m$  为嵌入维数,  $\tau$  为延迟时间重构相空间,  $X_j(i) = \{x_j(i), x_j(i + \tau), \dots, x_j(i + (m - 1)\tau)\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 为相空间中的点, 则时间序列的关联积分定义为

$$C(m, N, r, \tau) = \frac{1}{M^2} \sum_{1 \leq j \leq k \leq M} \theta(r - \|X_j - X_k\|), \quad (8)$$

其中  $m$  为嵌入维数,  $N$  为时间序列长度,  $r$  为邻域半径的大小,  $\tau$  为时间延迟.  $\theta(\cdot)$  为 Heaviside 单位函数

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0, \end{cases}$$

关联维数为

$$D(m, \tau) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(m, r, \tau)}{\log r}, \quad (9)$$

其中  $\log C(m, r, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} C(m, N, r, \tau)$ , 关联积分为累积分布函数, 表示相空间中任意两点之间距

离小于  $r$  的概率. 定义  $\{x(i)\}$  的统计量

$$S(m, N, r, \tau) = C(m, N, r, \tau) - C^m(1, N, r, \tau), \quad (10)$$

其中  $S(m, N, r, \tau)$  反映了序列的自相关特性, 而最优时间延迟  $\tau$  可取为  $S(m, N, r, \tau)$  的第一个零点或对所有半径  $r$  相互差别最小的时间点. 选择对应最大和最小两个半径  $r$ , 定义差量为

$$\Delta S(m, \tau) = \max[S(m, N, r_j, \tau)] - \min[S(m, N, r_k, \tau)],$$

其中  $j \neq k$ ,  $\Delta S(m, \tau)$  度量了对所用半径  $r$  的最大偏差. 综上所述, 最优时间延迟取为  $S(m, N, r, \tau)$  的第一个零点或者  $\Delta S(m, t)$  的第一个局部极小点. 对本文的风电功率时间序列进行分析, 取  $N$  为 4416,  $m = 2, \dots, 14$ ,  $r = u\sigma/2$ , ( $u = 1, 2, 3, 4$ ).  $\sigma$  是时间序列的标准差,  $\tau$  为  $1, 2, \dots, 200$ , 计算

$$S_{\text{cor}}(\tau) = \Delta \bar{S}(\tau) + |\bar{S}(\tau)|$$

$$\Delta \bar{S}(\tau) = \frac{1}{n_m n_u} \sum_{m=2}^{14} \sum_{u=1}^4 S(m, N, r, \tau) \quad (11)$$

$$\bar{S}(\tau) = \frac{1}{n_m} \sum_{m=2}^{14} \Delta S(m, N, r, \tau)$$

其中  $n_m, n_u$  分别为 13 和 4, 寻找  $S_{\text{cor}}(\tau)$  的全局极小点为时间序列的第一最大值时间窗口即延迟时间窗口  $\tau_w$ .

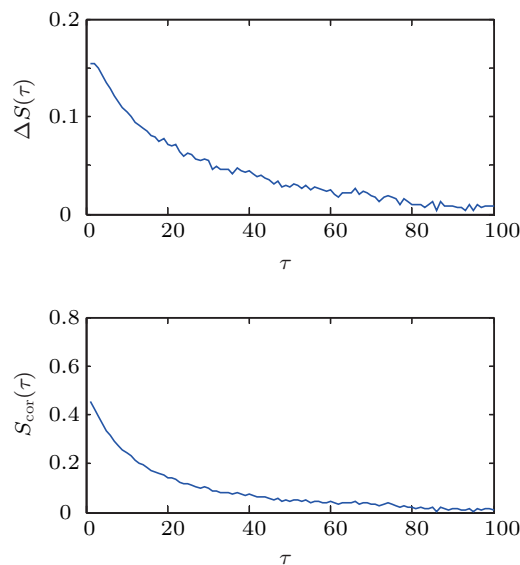


图 4  $\Delta \bar{S}(\tau)$  和  $S_{\text{cor}}(\tau)$  与延迟时间  $\tau$  关系曲线

对风电功率时间序列用 C-C 法求得的  $\Delta \bar{S}(\tau)$  以及  $S_{\text{cor}}(\tau)$  的结果如图 4 所示. 从图 4 可看出,

当  $\tau$  为 18 时,  $\Delta\bar{S}(\tau)$  取得第一极小值, 所以延迟时间  $\tau$  为 18, 而互信息法求得延迟时间为 19. 两者延迟时间基本一致, 同时  $S_{\text{cor}}(\tau)$  在 86 取得极小值, 所以嵌入维数  $m$  为 6, 所以本文对美国田纳西州某风电场从 11 月 1 日 0 点到 12 月 1 日 16 点的风电功率时间序列进行相空间重构

$$Y(i) = [x(i), x(i + \tau), \dots, x(i + (m - 1)\tau)],$$

$i$  为  $1, 2, \dots, N$ ,  $Y(i)$  为相空间重构的样本, 简记为  $Y_i$ , 同时取嵌入维数  $m$  为 6, 延迟时间  $\tau$  为 18.

### 3.2 风电功率时间序列的混沌特性识别

判定时间序列的混沌特性, 可以通过分析系统是否具有初始条件的敏感性来确定. Lyapunov 指数即是根据相轨迹是否有扩散运动特征来判别系统的混沌特性. 一般来说, 实际动力系统混沌特性可以通过计算最大 Lyapunov 指数来进行分析, 当最大 Lyapunov 指数大于零时, 系统具有混沌特性; 当最大 Lyapunov 指数等于零时, 说明系统有分岔点或者周期解; 而当最大 Lyapunov 指数小于零时, 说明系统具有稳定的不动点. 计算最大 Lyapunov 指数法主要有 Wolf 法、Jacobian 法、小数量法等. 本文采用小数据量法进行计算.

#### 3.2.1 求最大 Lyapunov 指数的小数据量法<sup>[17]</sup>

在重构相空间后, 寻找给定轨道上的每个点的最近邻点, 即

$$d_j(0) = \min_j \|Y_j - Y_{\hat{j}}\|, \quad |j - \hat{j}| > p, \quad (12)$$

其中  $p$  为时间序列的平均周期, 可以通过能量光谱平均频率的倒数估计,  $Y_j$  为相空间的状态点,  $d_j(0)$  为在初始时刻一对最近邻点之间的距离. Sato 等估计最大 Lyapunov 指数为

$$y(i) = \frac{1}{w\Delta t} \sum_{j=1}^w \ln [d_j(i)], \quad (13)$$

$$\lambda_1(i) = \frac{1}{i\Delta t} \frac{1}{M-i} \sum_{j=1}^{M-i} \ln \frac{d_j(i)}{d_j(0)}, \quad (14)$$

其中  $\Delta t$  为样本周期;  $d_j(i)$  为基本轨道上第  $j$  对最近邻近点对经过  $i$  个离散时间步长后的距离, 后来 Sato 改进了估计表达式, 为

$$\lambda_1(i, k) = \frac{1}{k\Delta t} \frac{1}{M-k} \sum_{j=1}^{M-k} \ln \frac{d_j(i+k)}{d_j(i)}, \quad (15)$$

式中,  $k$  为常数, 最大 Lyapunov 指数的几何意义是量化初始闭轨道的指数发散和估计系统的总体混沌水平的量. 所以结合 Sato 的估计式有

$$d_j(i) = C_j e^{\lambda_1(i\Delta t)}, \quad \text{且 } C_j = d_j(0), \quad (16)$$

两边取对数得

$$\ln d_j(i) \approx \lambda_1(i\Delta t) + \ln C_j, \quad (17)$$

所以, 最大 Lyapunov 指数可以近似看成 (17) 式这组直线的斜率. 其可通过最小二乘逼近这组直线而得到, 即

$$y(i) = \frac{1}{w\Delta t} \sum_{j=1}^w \ln [d_j(i)], \quad (18)$$

式中  $w$  为非零  $d_j(i)$  的数目.

通过小数据量法对风电场 11 月 1 日 0 点到 12 月 1 日 16 点共 4416 点的风电功率时间序列求最大 Lyapunov 指数, 距离对数平均值  $y(i)$  与步数  $i$  关系如图 5 所示. 且求得风电时间序列的最大 Lyapunov 指数为 0.1555 大于零, 所以验证了风电序列具有明显的混沌特性, 即为典型的混沌时间序列. 因此可以利用混沌预测方法进行预测.

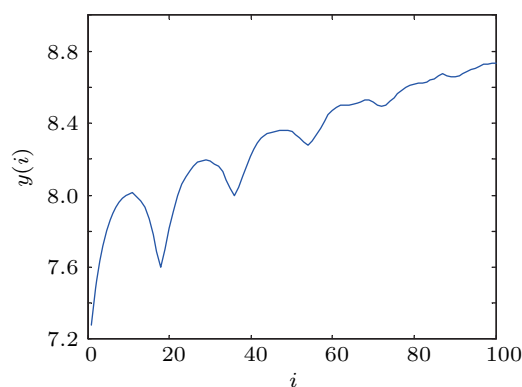


图 5 风电功率序列的最大 Lyapunov 指数

## 4 风电功率的预测模型及结果分析

目前混沌时间序列预测方法有 Volterra 滤波器自适应法、全局预测法、局部预测法等. 全局预测法由于将轨迹中的全部点作为拟合对象, 所以预测精度低, 其只在理论上具有可行性<sup>[16]</sup>. Volterra 自适应预测法是近年内发展起来的一种预测方法, 其只需很少的样本就能对混沌时间序列进行预测, 有一步预测和多步预测, 且其能自动跟踪混沌的运动轨迹, 预测精度较高, 下面首先介绍 Volterra 滤波器预测法.

### 4.1 Volterra 滤波器自适应预测模型

文献 [9, 11] 创建了混沌信号非线性自适应预测技术的初步框架, 其目前已在许多领域得到了广泛的应用 [16].

设非线性离散动力系统输入为  $X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]$ , 输出为  $y(n) = \hat{x}(n+1)$ , 则该非线性系统函数的 Volterra 级数展开式为

$$\begin{aligned} \hat{x}(n+1) &= F[x(n)] \\ &= h_0 + \sum_{m=0}^{+\infty} h_1(m)x(n-m) \\ &\quad + \sum_{m_1=0}^{+\infty} \sum_{m_2=0}^{+\infty} h_2(m_1, m_2)x(n-m_1) \\ &\quad \times x(n-m_2) + \dots \\ &\quad + \sum_{m_1=0}^{+\infty} \sum_{m_2=0}^{+\infty} \dots \sum_{m_p=0}^{+\infty} h_p(m_1, m_2, \dots, m_p) \\ &\quad \times x(n-m_1)x(n-m_2) \dots x(n-m_p) \\ &\quad + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

式中,  $h_p(m_1, m_2, \dots, m_p)$  为  $p$  阶 Volterra 核.

由于无穷级数展开式在实际中难以实现, 需采用有限截断和有限求和的形式 [9]. 以二阶截断和形式为例

$$\begin{aligned} \hat{x}(n+1) &= F[x(n)] \\ &= h_0 + \sum_{m=0}^{N_1-1} h_1(m)x(n-m) \\ &\quad + \sum_{m_1=0}^{N_2-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} h_2(m_1, m_2)x(n-m_1) \\ &\quad \times x(n-m_2), \end{aligned} \quad (20)$$

(20) 式为 Volterra 自适应滤波器. 非线性扩展后的信号为

$$U(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M-1)]^T,$$

其中  $U(n)$  为滤波器的输入矢量, 且  $M \geq N_1, N_2$ .

实际应用中, 滤波器的长度  $N_1$  和  $N_2$  应为有限长. 由 Takens 嵌入定理知, 一个混沌时间序列要完全描述原动力系统的动态行为, 至少需要  $m \geq 2D_2 + 1$  个变量,  $D_2$  为关联维数. 取  $N_1 = N_2 = m \geq 2D_2 + 1$ , 则混沌序列预测的预报器为

$$\hat{x}(n+1)$$

$$\begin{aligned} &= h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h_1(i)x(n-i) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=i}^{m-1} h_2(i, j)x(n-i)x(n-j). \end{aligned} \quad (21)$$

状态扩展后的系数总的个数为  $M = 1 + m + m + m(m+1)/2$ .

定义线性自适应有限脉冲响应 (FIR) 滤波器的输入矢量  $U(n)$  和系数向量为

$$\begin{aligned} U(n) &= [1, x(n), x(n-1), \dots, x(n-m-1), \\ &\quad x^2(n), x^2(n-1), \dots, \\ &\quad x^2(n-m-1)]^T, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} H(n) &= [h_0, h_1(0), h_1(1), \dots, h_1(m-1), h_2(0, 0), \\ &\quad h_2(0, 1), \dots, h_2(m-1, m-1)]^T, \end{aligned} \quad (23)$$

则 (21) 式可表示为

$$\hat{x}(n+1) = H^T(n)U(n). \quad (24)$$

(24) 式表示的滤波器可采用自适应算法为时间正交自适应算法, 对于输入矢量  $U(n)$ , 系数矢量  $H(n)$ , 时间正交自适应算法可以描述为

$$\begin{aligned} d(n) &= x(n), \quad \hat{x}(n) = \hat{d}(n), \\ \hat{d}(n) &= H^T(n-1)U(n-1), \\ H(n) &= H(n-1) + c \frac{e(n-1)}{U^T(n)U(n)} U(n-1), \end{aligned} \quad (25)$$

$$e(n) = d(n) - \hat{d}(n),$$

式中  $c$  为控制收敛性的参数.

### 4.2 局部自适应预测模型

Farmer 和 Sidorowich [18] 提出了混沌时间序列局域法预测思想. 局域法一般分为零阶局域法、加权零阶局域法、一阶局域法和加权一阶局域法和最大 Lyapunov 指数法等. 由于加权一阶局域法进行多步预测会增加计算量且会产生累积误差的缺点, 提出了加权一阶局域法多步预测模型 (add-weighted one-rank local-region multi-steps method, AOLLM) [19]. 一阶局域法认为预测中相邻点对预测值的影响是相同的, 而加权一阶局域法认为根据不同的邻近点的距离远近赋予不同的权值.

#### 4.2.1 加权一阶局域预测一步预测模型

针对

$$Y(i) = [x(i), x(i+\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau)],$$

$i$  为  $1, 2, \dots, N$ ,  $Y(i)$  为相空间重构的样本, 简记为  $Y_i$ ,  $M$  是重构相空间中相点的个数,  $M = N - (m - 1)\tau$ . 中心点  $Y_M$  的邻近点为  $Y_{Mi}$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ , 并且到  $Y_M$  的距离为  $d_i$ , 设  $d_{\min}$  是  $d_i$  中的最小值, 定义点  $Y_{ki}$  的权值为

$$P_i = \frac{\exp(-c(d_i - d_{\min}))}{\sum_{i=1}^q \exp(-c(d_i - d_{\min}))}, \quad (26)$$

其中  $c$  为参数, 一般情况下取值为 1, 则一阶局域线性拟合为

$$Y_{Mi+1} = ae + bY_{Mi}, \quad i = 1, 2, \dots, q, \quad (27)$$

其中,  $a, b$  为拟合所需的实系数,  $e$  为  $q$  维向量,  $e = (1, 1, \dots, 1)^T$ ,  $Y_{Mi+1}$  是  $Y_{Mi}$  演化一步后的相点.

当嵌入维数  $m = 1$  时, 应用加权最小二乘法有

$$\sum_{i=1}^q P_i (x_{Mi+1} - a - bx_{Mi})^2 = \min. \quad (28)$$

解上述方程组即可得到系数  $a, b$ , 将  $a, b$  代入一步预测公式  $Y_{M+1} = ae + bY_M$ , 即可得到演化一步后的相点预测值  $Y_{M+1}$  为

$$Y_{M+1} = (x(M+1), x(M+1+\tau), \dots, x(M+1+(m-1)\tau)), \quad (29)$$

这里,  $Y_{M+1}$  中前  $(m-1)$  个元素为原序列中已知值, 其第  $m$  个元素  $x(M+1+(m-1)\tau)$  即为原序列的一步预测值  $\hat{x}_{N+1}$ . 此即加权一阶局域法一步预报模型.

将预测值作为新息加入原时间序列并重复 (26) 到 (29) 式即可实现多步预报.

#### 4.2.2 加权一阶局域预测多步预测模型 (AOLLM)

设中心点  $Y_M$  的参考向量集  $\{Y_{Mi}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ , 其演化  $k$  步后的相点集为  $\{Y_{Mi+k}\}$ , 一阶局域线性拟合为

$$Y_{Mi+k} = a_k e + b_k Y_{Mi}, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (30)$$

根据加权最小二乘法有

$$\sum_{i=1}^q P_i \left[ \sum_{j=1}^m (x_{Mi+k}^j - a_k - b_k x_{Mi}^j)^2 \right] = \min, \quad (31)$$

其中  $x_{Mi}^j$  是参考向量  $Y_{Mi}$  的第  $j$  个元素. 将 (31) 式看成是关于未知数  $a_k, b_k$  的二元函数, 两边求偏

导得

$$\sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m (x_{Mi+k}^j - a_k - b_k x_{Mi}^j) = 0, \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m (x_{Mi+k}^j - a_k - b_k x_{Mi}^j) x_{Mi}^j = 0.$$

化简得

$$a_k \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi}^j + b_k \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m (x_{Mi}^j)^2$$

$$= \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi+k}^j x_{Mi}^j, \quad (33)$$

$$a_k m + b_k \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi}^j$$

$$= \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi+k}^j.$$

写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ m & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_k \\ b_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_k \\ f_k \end{pmatrix}, \quad (34)$$

其中

$$\alpha = \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi}^j, \quad \beta = \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m (x_{Mi}^j)^2,$$

$$e_k = \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi+k}^j x_{Mi}^j, \quad f_k = \sum_{i=1}^q P_i \sum_{j=1}^m x_{Mi+k}^j,$$

则

$$\begin{pmatrix} a_k \\ b_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ m & \alpha \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} e_k \\ f_k \end{pmatrix}, \quad (35)$$

根据求得的  $a_k, b_k$ , 代入  $k$  步预测公式  $Y_{M+k} = a_k e + b_k Y_M$ , 可得演化  $k$  步后的预测值  $Y_{M+k}$  为

$$Y_{M+k} = (x(M+k), x(M+k+\tau), \dots, x(M+k+(m-1)\tau)). \quad (36)$$

这里,  $Y_{M+k}$  中的第  $m$  个元素  $x(M+k+(m-1)\tau)$  即为原序列的  $k$  步预测值  $\hat{x}_{N+k}$ .

#### 4.2.3 基于最大 Lyapunov 指数的预测模型

Lyapunov 指数刻画了相空间中相体积收缩和膨胀的几何性质. 因此, Lyapunov 指数作为量化对初始轨道的指数发散和估计系统的混沌量, 是一个很好的预测参数. 其思想是在历史时间序列样本中寻找相似点, 根据相似点的演化行为, 运用数学模型获取预测值.

设  $\lambda_1$  为系统最大 Lyapunov 指数,  $X(i)$  为中心点,  $X(n)$  为  $X(i)$  的最近邻点, 令  $X(i)$  与  $X(n)$  的欧氏距离为  $d$ , 则

$$d = \|X(i) - X(n)\|, \quad (37)$$

则  $X(i)$  与  $X(n)$  经一步演化分别成为  $X(i+1)$  和  $X(n+1)$ , 根据最大 Lyapunov 指数的物理意义, 得

$$e^{\lambda_1} = \frac{\|X(i+1) - X(n+1)\|}{\|X(i) - X(n)\|}, \quad (38)$$

其中  $n$  为相点总数. 由于本文需要对风电功率进行 2—3 h 的超短期预测, 所以只能选择多步预测. 所以利用最大 Lyapunov 指数法进行风电功率多步预测时, 每次只进行一步预报, 再将预测值作为新息加入原时间序列并重复一步 Lyapunov 指数法即可实现多步预报.

## 5 加权马尔科夫链

### 5.1 马尔科夫链

考虑随机过程  $\{X_n, n \in T\}$ , 对任意的整数  $n \in T$  和任意的  $i_0, i_1, \dots, i_n \in T$ , 条件概率满足如下条件:

$$\begin{aligned} P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_n = i_n\} \\ = P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n\} \end{aligned} \quad (39)$$

即此时状态的概率只与前一个时刻的所处的状态有关, 与其他时刻所处的状态无关, 那么过程  $\{X_n, n \in T\}$  为马尔科夫链.

### 5.2 加权马尔科夫链

加权马尔科夫链<sup>[20]</sup>认为在预测变量的状态时不但与最后时点的状态有关, 而且与其前面若干个状态有关, 所以加权马尔科夫链依其前面各时段与该时段相依关系的强弱加权求和以进行有效地预测.

由于 Volterra 滤波器多步自适应预测法进行风电功率时间序列预测时在某些时间点误差可能较大, 而 AOLLM 法或者最大 Lyapunov 指数法在这些点可能误差较小, 所以把 AOLLM 法以及最大 Lyapunov 指数法的预测结果利用加权马尔科夫链对 Volterra 滤波器法预测结果进行校正, 可以有效地提高风电功率的预测精度. 所以利用加权马尔

可夫链确定各个混沌预测方法在预测点的预测误差精度状态, 再根据各预测误差精度状态对各种混沌预测方法分配相应的权系数, 以校正 Volterra 滤波器预测法的结果.

由于各混沌预测方法的预测误差精度会随时间发生变化, 利用有序算子建立预测误差状态的诱导值, 这样可保证拟合阶段的预测全局误差全局最小. 这样在预测阶段, 进行各预测方法的预测误差状态的自相关检验, 再按各阶自相关系数确定各种步长的马尔科夫链的权重, 这样就可以综合其他方法校正 Volterra 滤波器预测法的预测结果.

假定第  $n$  个时间点的风功率数值  $x_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ), 其中  $N$  为 Volterra 滤波器预测风电数值的步数, 设有  $K$  种混沌预测方法. 则  $\hat{x}_{in}$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 为第  $i$  种方法在第  $n$  个时间点的预测值,  $W = [w_1, w_2, \dots, w_K]$  为  $K$  种方法的加权系数. 满足  $\sum_i w_i = 1, (w_i \geq 0)$ .

利用加权马尔科夫链修正 Volterra 滤波器自适应多步预测结果的步骤流程如下:

1) 第  $i$  种方法在第  $n$  个时间点的预测误差  $e_{in}$ , 即

$$e_{in} = \left| \frac{x_n - \hat{x}_{in}}{x_n} \right|, \quad i = 1, 2, \dots, K, \quad (40)$$

将误差  $e_{in}$  看成  $\hat{x}_{in}$  的诱导值, 则所有方法在第  $n$  个时间点的预测误差与对应的预测值就构成  $K$  个二维数组.

2) 第  $K$  种预测方法在第  $n$  个时间点的有序算子定义为

$$\begin{aligned} S_n(\langle e_{1n}, \hat{x}_{1n} \rangle, \langle e_{2n}, \hat{x}_{2n} \rangle, \dots, \langle e_{Kn}, \hat{x}_{Kn} \rangle) \\ = \sum_{j=1}^K w_j \ln(\hat{x}_{e-\text{index}(j_n)}), \end{aligned} \quad (41)$$

这里取对数和的形式是为了方便计算.

3) 定义第  $n$  个时间点的校正模型修正的误差为

$$\begin{aligned} E_n &= \ln(x_n) - S_n \\ &= \ln(x_n) - \sum_{j=1}^K w_j \ln(\hat{x}_{e-\text{index}(j_n)}), \end{aligned} \quad (42)$$

4) 以  $N$  个时间点修正的误差平方和最小为目标函数构建以下优化模型:

$$\min F = \sum_{n=1}^N E_n^2$$



$$= \sum_{n=1}^K (\ln(x_n) - \sum_{j=1}^K w_j \ln(\hat{x}_{e\text{-index}(j_n)}))^2, \quad (43)$$

s.t.,  $\sum_{i=1}^K w_i = 1; w_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, K.$

求得各种方法的预测校正系数  $w_i, i = 1, 2, \dots, K$ , 即为校正模型各状态排序后确定预测方法结果的系数.

5) 根据各预测方法在  $N$  个时间点的预测误差和均方差确定每种方法在每一个时间点的预测状态

$$\bar{e} = \frac{\sum_{j=1}^K \sum_{n=1}^N e_{jn}}{KN}, \quad (44)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^K \sum_{n=1}^N (e_{jn} - \bar{e})^2}{KN}}.$$

本文根据各方法每点的预测误差划分为三种预测状态, 分别为  $|e_{in}| \leq 0.03$  为状态 1,  $0.03 < |e_{in}| \leq 0.08$  为状态 2 以及  $|e_{in}| > 0.08$  为状态 3.

6) 根据各方法的预测结果构造多步状态转移概率矩阵, 本文采用的步数为 3.

7) 各方法的误差序列  $k$  阶自相关系数  $r_k$ ,

$$r_{j,k} = \frac{\sum_{n=1}^{N-k} (e_{j,n} - \bar{e}_j)(e_{j,n+k} - \bar{e}_j)}{\sum_{n=1}^{N-k} (e_{j,n} - \bar{e}_j)^2}, \quad (45)$$

其中  $\bar{e}_j = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_{j,n}$ , 为各方法的预测误差均值.

8) 将第  $j$  种方法各阶自相关系数规范化后的结果作为各步长的马尔科夫链的权重

$$s_{j,k} = |r_{j,k}| / \sum_{k=1}^M |r_{j,k}|, \quad (46)$$

其中  $M$  为预测的最大阶数.

9) 将预测点前面三个时间点的状态作为初始状态, 结合相应的状态转移概率矩阵, 即取各步状态转移概率矩阵对应的行向量组成新的概率转移矩阵, 并将第  $i$  状态的各概率加权和作为该状态的预测概率

$$p_i = \sum_{k=1}^m s_k p_{i,k}, \quad (47)$$

其中  $\max\{p_i\}$  中对应的  $i$  为所预测时间点的预测状态.

10) 确定各方法的预测误差状态的过程中, 若各方法在各点处预测状态不同, 则直接按各状态的定义排序确定; 若有相同的状态, 则根据对应状态中利用加权马尔科夫链求得最大预测概率的大小顺序确定. 并将已经预测出的风电功率数据加入到历史风电数据, 并去掉原数据中最早的预测结果, 保持预测窗口  $N$  不变, 重新进入步骤 (5), 依次进行滚动预测, 可得最终经过校正后的结果.

## 6 算例分析

本文采用美国田纳西州 2006 年 11 月和 12 月 1 日 0 点到 16 点的数据, 共 4416 个点的数据序列作为原始数据进行风电功率数据序列的混沌特性分析并构造预报模型的训练样本. 利用 Volterra 滤波器自适应多步预测法、局域预测一步多步法、局域预测多步预测法以及最大 Lyapunov 指数法等对风电功率数据序列进行预测, 预测 12 月 1 日 16 点到 20 点的共 24 个点风电功率变化情况. 其中由于 Volterra 滤波器模型的阶次  $p$  以及输入维数  $m$  目前还没有统一的选择标准, 本文通过对比  $p$  取 3、4 和 5 时的预测效果,  $p$  选为 4 而输入维数选为嵌入维数 6. 四种方法的风电功率预测结果如图 6 所示. 再将预测模型得到的预测结果与实际的风电数据真值进行比较, 确定每种方法在每个时间点的预测误差状态, 在此基础上利用加权马尔科夫链得到状态转移概率矩阵建立预测结果的校正模型. 其中各状态的权重  $W$  通过利用粒子群优化算法求解 (43) 式得到. 其中等式约束采用罚函数法, 对 30 次粒子群优化结果取平均值并经过校正得到各状态的权重  $W$  为 [0.7002 0.1998 0.1], 这就建立了 Volterra 法预测结果的校正模型.

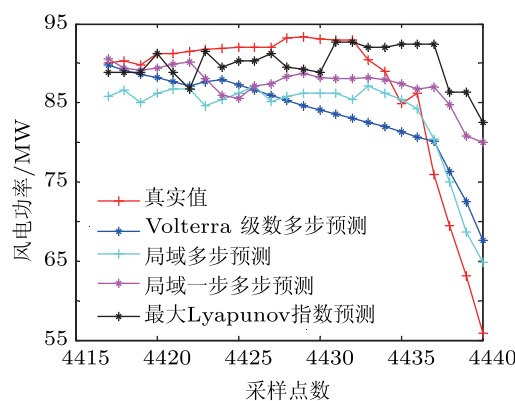


图 6 风电功率真实值以及各方法的 24 步预测值

利用 Volterra 滤波器自适应多步预测法、AOLLM 法以及最大 Lyapunov 指数法预测 12 月 1 日 20 点到 24 点的风电功率数据以及利用加权马尔科夫链得到预测校正模型来修正 Volterra 滤波器多步法的预测结果. 12 月 1 日 20 点以及 24 点各预测方法的结果以及利用加权马尔科夫链校正 Volterra 滤波器多步法预测的预测结果如图 7 所示. 其中在得到预测结果进行校正的过程中, 即在确定各方法预测误差状态时, 如 5.2 节步骤 1) 所述, 由于风电功率数据在某些时刻可能为零, 为了避免 (40) 式分母为零, 就需要将风电功率真实值进行非零化处理. 即将预测时段内的风电功率真实值都加 1, 同时各方法各时间点的预测结果都加 1 可得到各方法的误差状态. 在利用加权马尔科夫链进行校正后, 预测结果再减 1 就可还原为真实的预测结果. 由于本文所选取的预测时段 12 月 1 日 20 点到 24 点的风电功率都远远大于零, 所以本文的风电功率数据进行校正时无需进行非零化处理.

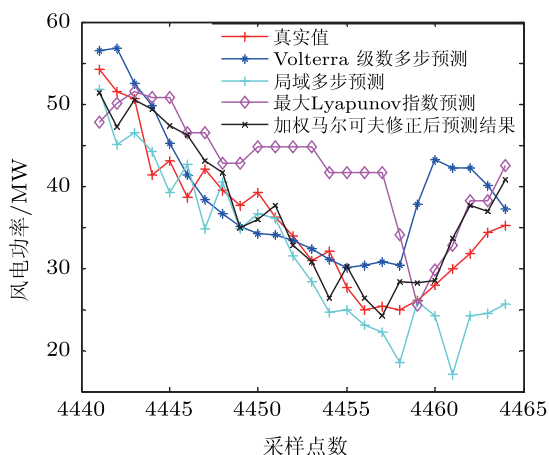


图 7 风电功率真实值以及各方法的预测结果

从图 6 可以看出, 虽然局域一步多步法在预测起始阶段预测值与真实值相差不大, 但是经过 18 个左右时间点的预测后, 由于计算中累积误差的影响其在后面时间点的预测较局域多步法预测误差

较大.

由于风电功率预测误差大小与风电场的装机容量有直接关系, 为了定量的评价各方法的预测结果以及利用加权马尔科夫链修正 Volterra 滤波器的预测结果, 以国际上普遍采用的归一化均方误差、归一化绝对平均误差和归一化均方根误差、最大绝对误差以及反映预测值对实际值平均偏离程度的相对均方误差为依据反映各种方法的预测性能.

1) 相对均方误差  $E_{re}$  为

$$E_{re} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}. \quad (48)$$

2) 归一化均方误差  $E_{rmse}$  为

$$E_{rmse} = \frac{1}{P_{cap.}} \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2 \right]^{1/2}. \quad (49)$$

3) 归一化绝对平均误差  $E_{nmae}$  为

$$E_{nmae} = \frac{1}{P_{cap.}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \hat{x}_i|. \quad (50)$$

4) 归一化均方根误差  $E_{nrmsc}$  为

$$E_{nrmsc} = \frac{1}{P_{cap.}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}. \quad (51)$$

5) 最大绝对误差  $E_{mae}$  为

$$E_{mae} = \frac{1}{P_{cap.}} \max(|\hat{x}_i - x_i|), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (52)$$

式中,  $x_i$  为实际的风电功率,  $\hat{x}_i$  为预测值,  $N$  为预测的时间点数,  $P_{cap.}$  为风电场的额定装机容量. 表 1 分别列出了上述三种预测方法以及利用加权马尔科夫链校正 Volterra 滤波器预测法的结果的各种误差性能指标.

表 1 各预测方法的误差比较

指标名称	Volterra 法	局域多步法	Lyapunov 指数法	校正后结果
相对方根误差	0.02434	0.02741	0.03983	0.00976
归一均方误差	0.0137	0.0121	0.0188	0.0082
归一绝对误差	0.0505	0.0465	0.0745	0.0316
归一方根误差	0.0644	0.057	0.0882	0.0386
最大绝对误差	0.1574	0.1333	0.1716	0.0830

从图 7 和表 1 可以看出, 利用加权马尔科夫链校正后的预测值基本都能在每个时间点选择预测误差较小的方法结果来校正 Volterra 滤波器的预测结果, 以使校正后的结果能紧跟真实值的变化趋势, 且反映与真实值偏离最大的绝对误差仅为风电场额定装机容量的 8.3%, 比单独仅使用其他三种方法的误差都要小. 同时虽然 Volterra 滤波器多步预测法在各种误差的指标上优于最大 Lyapunov 指数法, 但是从图 7 可看出在多步预测的后期最大 Lyapunov 指数法比 Volterra 滤波器以及局域预测法的预测误差要小, 而校正后的预测值则主要选择误差较小的最大 Lyapunov 指数法的结果进行修正, 这从侧面反映了加权马尔科夫链结合有序算子可以在不同的时间点较好地选择合适的预测结果来修正 Volterra 滤波器的预测值, 提高了预测精度. 且校正后的预测值无论是比未校正前的其他三种方法在相对方根误差、归一化均方误差、归一化

均方根误差以及归一化绝对误差都要小, 可见校正后的预测值具有较高的预测准确度, 可以满足工程上的应用需求.

## 7 结论

根据混沌时间序列的短期可预测性, 利用混沌预测法对风电功率时间序列进行了预测. 由于 Volterra 滤波器多步法预测误差较大, 利用加权马尔科夫链和有序算子构造预测校正模型, 有效地提高了风电功率的短期预测精度. 仿真结果表明利用本文的预测方法进行风电功率短期预测明显好于 Volterra 滤波器多步法、局域多步预测法 (AOLLM) 以及最大 Lyapunov 指数法等单一预测方法的结果, 且计算快速, 为风电功率的短期预测提供了有益的参考.

- [1] McElroy M B, Lu X 2009 *Science* **325** 1378
- [2] Feng S L, Wang W S, Liu C, Dai H Z 2010 *Proceedings of the CSEE* **30** 1 (in Chinese)[冯双磊, 王伟胜, 刘纯, 戴慧珠 2010 中国电机工程学报 **30** 1]
- [3] Yang X Y, Xiao Y, Chen S Y 2005 *Proceedings of the CSEE* **25** 1 (in Chinese)[杨秀媛, 肖洋, 陈树勇 2005 中国电机工程学报 **25** 1]
- [4] Pan D F, Liu H, Li Y F 2008 *Proceedings of the CSEE* **28** 87 (in Chinese)[潘迪夫, 刘辉, 李燕飞 2008 中国电机工程学报 **28** 87]
- [5] Shi H T, Yang J L, Ding M S, Wang J M 2011 *Automation of Electric Power Systems* **35** 44 (in Chinese)[师洪涛, 杨静玲, 丁茂生, 王金梅 2011 电力系统自动化 **35** 44]
- [6] Zhou S L, Mao M Q, Su J H 2011 *Proceedings of the CSEE* **31** 10(in Chinese)[周松林, 茆美琴, 苏建徽 2011 中国电机工程学报 **31** 10]
- [7] Zhang Y, Guan W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 754(in Chinese)[张勇, 关伟 2009 物理学报 **58** 754]
- [8] Meng Q F, Zhang Q, Mu W Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1666 (in Chinese)[孟庆芳, 张强, 牟文英 2006 物理学报 **55** 1666]
- [9] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese)[张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [10] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese)[张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **50** 1248]
- [11] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2333 (in Chinese)[张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 2333]
- [12] Du J, Cao Y J, Liu Z J, Xu L Z, Jiang Q Y, Guo C X, Lu J G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5997 (in Chinese)[杜杰, 曹一家, 刘志坚, 徐立中, 江全元, 郭创新, 陆金桂 2009 物理学报 **58** 5997]
- [13] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1102 (in Chinese)[甘建超, 肖先赐 2003 物理学报 **52** 1102]
- [14] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1097 (in Chinese)[甘建超, 肖先赐 2003 物理学报 **52** 1097]
- [15] Takens F 1981 *Dynamical System and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics* (Vol. 898) (Berlin: Springer-Verlag) p230
- [16] Han M 2007 *Predict Theory and Method of Chaotic Times Series* (Vol. 1) (Beijing: China WaterPower Press) p168 (in Chinese)[韩敏 2007 混沌时间序列预测理论与方法 (第 1 卷) (北京: 中国水利水电出版社) 第 168 页]
- [17] Zhang Y M, Qi Y G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100508 (in Chinese)[张永明, 齐维贵 2011 物理学报 **60** 100508]
- [18] Farmer J D, Sidorowich J J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 845
- [19] Cai M L, Cai, F, Shi A G 2004 *International Sym. on Neural Networks* Dalian, China August, 2004 p418
- [20] Mao L F, Yao J G, Jin Y S, Chen H L, Li W J, Guan S L 2010 *Proceedings of the CSEE* **30** 53 (in Chinese)[毛李帆, 姚建刚, 金永顺, 陈华林, 李文杰, 关石磊 2010 中国电机工程学报 **30** 53]

# Chaotic characteristics analysis and prediction model study on wind power time series\*

Zhang Xue-Qing<sup>†</sup> Liang Jun

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

(Received 21 March 2012; revised manuscript received 3 April 2012)

## Abstract

In order to reveal the internal dynamic property of wind power time series the nonlinear analysis method is used to identify the chaotic property of wind power set which is the basis for the prediction of the wind power time series. Firstly day correlation property on wind power time series of a certain wind farmer is analyzed. Secondly the largest Lyapunov exponent of wind power set is calculated on the basis of phase space construction to verify the presence of chaos in wind power time series. The ultra-short-term predicted of wind power would produce larger errors by using the Volterra filter multi-step prediction so the predicted results of Volterra filter are corrected by combining the results predicted by Local-region Multi-steps Method and the largest Lyapunov exponent method with weighted Markov chain and ordered operator. Finally the prediction on wind power of a certain wind farmer is presented and the simulation results illustrate that the correction forecasting model improves high predictive accuracy effectively, which provides a useful reference for wind power prediction by the Volterra filter multi-step method.

**Keywords:** wind power prediction, chaos, Volterra filter multi-step prediction, weighted Markov chain

**PACS:** 05.45.Tp, 88.50.Mp

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51177091), and the Natural Science Foundation of Shandong Province (Grant No. ZR2010EM055).

<sup>†</sup> E-mail: zxq\_wy@163.com