

## 复合兰姆波声子晶体中超宽部分禁带\*

丁红星<sup>1)2)</sup> 沈中华<sup>1)†</sup> 李加<sup>1)</sup> 祝雪丰<sup>3)‡</sup> 倪晓武<sup>1)</sup>

1) (南京理工大学理学院, 南京 210094)

2) (连云港师范高等专科学校物理与电子工程系, 连云港 222006)

3) (华中科技大学国家光电实验室, 武汉 430074)

(2012年1月7日收到; 2012年4月1日收到修改稿)

兰姆波在声子晶体薄板中的传播特性因其在无损检测、减振技术和传感器件等领域的潜在应用价值而受到越来越多的关注. 本文采用超原胞平面波展开法和有限元法系统地研究了复合对称结构声子晶体薄板中的兰姆波超宽部分禁带. 结果表明: 对于在薄板侧面对称地嵌入双层矩形空气柱构成的复杂系统, 低阶兰姆波部分带隙结构极为丰富. 将晶格常数 ( $L$ ) 和板厚 ( $H$ ) 比值具有匹配关系的兰姆波声子晶体衔接构成复合结构, 低阶兰姆波部分禁带宽度因各组分结构的部分禁带交叠而得到显著拓宽, 可在低频超宽频带内实现对特定低阶兰姆波模式良好的模式选择功能. 该研究结果对兰姆波缺陷无损检测中模式优化选择及兰姆波单向导通器件设计等方面具有重要意义.

关键词: 兰姆波, 声子晶体, 部分禁带

PACS: 63.22.-m, 43.35.Pt

## 1 引言

1993年, Kushwaha等<sup>[1]</sup>提出声子晶体的概念, 此后各国学者在声子晶体的带隙产生机理、缺陷态和反常色散带等方面做出了大量研究工作<sup>[2-5]</sup>. 在早期声子晶体研究中, 人们主要关注的是弹性波在无限大声子晶体中的传播, 即体波型声子晶体. 这种结构无需考虑边界条件, 理论形式较为简单. 而在实际应用中, 声子晶体存在边界, 因此关于弹性波在有界声子晶体 (譬如兰姆波型声子晶体) 中的传播特性成为新的研究热点<sup>[6-19]</sup>. Chen等<sup>[6]</sup>采用传统平面波展开法, 通过引入上下自由边界条件, 在理论上严格证明了低阶兰姆波模式在一维周期型兰姆波声子晶体中传播存在完全声禁带. Gao等<sup>[7]</sup>研究了均匀衬底对兰姆波在一维周期结构薄板中传播特性的影响, 发现随着衬底变厚, 较硬的衬底会使兰姆波禁带会逐渐减小并最终消失; 相反较软的衬底会使兰姆波禁带逐渐变大. 2008年,

Hou等<sup>[8]</sup>和 Vasseur等<sup>[9]</sup>分别提出了超原胞平面波展开法. 采用这种方法, 他们发现在非对称声子晶体板中, 存在因对称兰姆波模式和反对称兰姆波模式相互耦合而打开的新带隙<sup>[10]</sup>. Zhang等<sup>[11]</sup>通过研究在不同材料固体板中植入空气圆柱孔所组成的二维声子晶体结构, 从实验的角度证明了兰姆波完全带隙的存在. 此外, 局域共振型声子晶体因具有更低频率的兰姆波完全禁带而吸引了一些理论和实验方面的研究<sup>[12-16]</sup>. 同时, 兰姆波在准周期薄板的传播特性也受到一些研究者的关注. Chen等<sup>[17,18]</sup>证明在将具有不同带隙结构的组分相接构成的准周期薄板中, 兰姆波完全禁带宽度相对于周期结构显著增大. Gao等<sup>[19]</sup>则数值计算了一维 Fibonacci 序列薄板结构中的禁带结构, 发现准周期薄板中的兰姆波完全禁带相对于周期结构发生了禁带分裂现象.

以上这些工作均是关于兰姆波完全带隙产生机理及特性的研究, 目前专注于兰姆波部分带隙的研究还非常欠缺. 在板无损检测技术中, 由于缺陷

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11274175, 61108013), 教育部新世纪优秀人才基金和华中科技大学鸟巢计划资助的课题.

† E-mail: shenzh@mail.njust.edu.cn

‡ E-mail: zhuxuefeng116611@163.com

处兰姆波被强散射, 导致兰姆波模式发生耦合转化, 因此丰富的兰姆波部分禁带有利于兰姆波无损检测过程中频带选取和延拓. 同时, 兰姆波部分禁带在线性兰姆波单向导通器件的设计方面也具有十分重要的意义. 众所周知, 线性兰姆波单向导通器件由反对称和对称超晶格结构组成<sup>[20]</sup>. 在反对称超晶格结构中, 对称兰姆波和反对称兰姆波模式最大程度地相互转化. 对于对称超晶格结构, 对称兰姆波和反对称兰姆波模式解耦, 在特定频段内只允许对称模式或反对称模式通过. 当两种频段发生交叠时, 就可以利用模式转化和模式选择实现兰姆波单向导通. 宽频带模式转化结构可通过在反对称结构中抑制完全禁带的生成来实现, 因此兰姆波单向导通器件的工作频段主要取决于模式选择的频宽, 即兰姆波的部分禁带带宽. 本文在均匀硅薄板中引入双层矩形空气柱散射体, 构造了具有对称中面结构的侧面二维声子晶体. 该结构中对称兰姆波模式和反对称兰姆波模式相互解耦<sup>[20]</sup>, 可形成部分禁带. 理论计算表明对于相同占空比的双层空气柱结构和单层空气柱结构, 由于双层结构中同种模式兰姆波间的耦合作用更强, 其部分禁带分布比单层结构更加丰富且频率更低. 本文利用超原胞平面波展开法研究了超声兰姆波沿周期排列方向传播的能带结构, 并利用有限元法计算了超声兰姆波在复合超晶格结构中传播的能量传输谱, 证明了将  $L/H$  值具有匹配关系的周期型兰姆波声

子晶体板对接组成复合结构, 可在低频范围内获得超宽兰姆波部分禁带, 从而提出了一种在极宽频率范围内实现兰姆波无损检测和兰姆波单向导通的可行性方案.

## 2 模型和计算方法

在硅薄板中对称地嵌入双层矩形空气柱构成侧面二维兰姆波声子晶体系统, 模型结构如图 1(a) 所示. 目前已有多种方法计算声子晶体弹性波带隙, 其中比较成熟的有平面波展开法、时域有限差分法、多重散射法等. 对于兰姆波型声子晶体, 可采用超原胞平面波展开法进行计算. 在图 1(a) 中, 虚线范围内为一个超原胞, A 为基底硅, B 为嵌入空气散射体, C 为假想真空媒质. 声子晶体的厚度为  $H$ , 上下附加两层真空层的厚度为  $a$ , 空气孔宽度为  $l$ , 高度为  $h$ ,  $x$  方向的周期是  $L$ ,  $z$  方向的周期是  $H + 2a$ . 超原胞平面波展开法是一种近似的数值解法, 其核心思想在于: 由板状声子晶体和真空假想层沿垂直于板的方向按周期性排列而构建一个二维无限大系统. 该方法巧妙地利用周期性 Bloch 边界条件替代自由边界条件, 使得这个假想的二维无限大声子晶体系统与在  $z$  方向为有限厚度的板状声子晶体具有相同的边界条件, 极大地降低了理论上的复杂性, 简化了计算过程. 因此, 该方法可以用来计算具有复杂拓扑结构的声子晶体板能带结构.

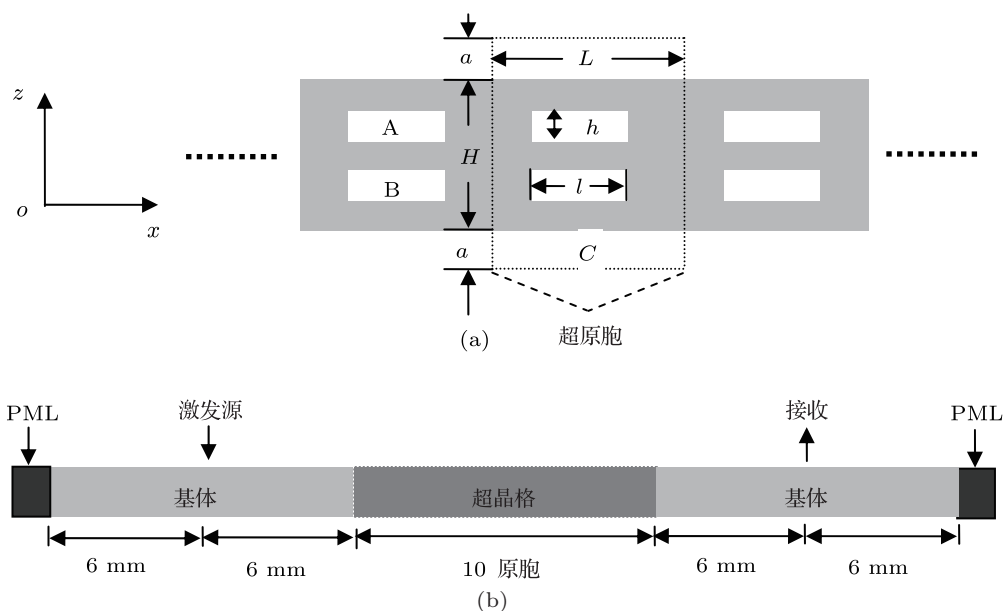


图 1 二维对称结构声子晶体结构示意图 (a) 原胞示意图: A 为硅, B 为空气, C 为假想真空媒质; (b) 声子晶体板: 基底为硅, 超晶格内各包含 10 个原胞

固体中的声波动方程可以写成如下形式<sup>[21-24]</sup>:

$$\rho(r)\ddot{u}_i = \partial_j [C_{ijkl}(r)\partial_l u_k], \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

其中,  $r = (x, z)$ . 根据布洛赫定理, 声子晶体的位移场  $u(r, t)$  具有如下形式:

$$u(r, t) = e^{i(k \cdot r - \omega t)} u_k(r). \quad (2)$$

密度  $\rho(r)$ , 弹性模量  $C_{ijkl}(r)$  和  $u_k(r)$  具有相同的空间周期性, 可以把它们展开成傅里叶级数形式:

$$f(r) = \sum_{G_x} \sum_{G_z} f_G \exp[i(G_x x + G_z z)], \quad (3)$$

其中,  $k = (k_x, k_z)$  和  $G = (G_x, G_z)$  分别为布洛赫波矢和二维倒格矢,  $G_x = 2n\pi/L$ ,  $G_z = 2n\pi/(H + 2a)$ . 将方程 (2), (3) 式代入 (1) 式中, 则有

$$\omega^2 A u'_G = M u'_G, \quad (4)$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} \rho_{G-G'} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{G-G'} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{G-G'} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$M = \begin{pmatrix} M_{G,G'}^{11} & 0 & M_{G,G'}^{13} \\ 0 & M_{G,G'}^{22} & 0 \\ M_{G,G'}^{31} & 0 & M_{G,G'}^{33} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M_{G,G'}^{11} &= C_{G-G'}^{11}(k_x + G'_x)(k_x + G_x) \\ &\quad + C_{G-G'}^{44} G'_z G_z, \\ M_{G,G'}^{13} &= C_{G-G'}^{12} G'_z (k_x + G_x) \\ &\quad + C_{G-G'}^{44} (k_x + G'_x) G_z, \\ M_{G,G'}^{22} &= C_{G-G'}^{44} (k_x + G'_x)(k_x + G_x) \\ &\quad + C_{G-G'}^{44} G'_z G_z, \\ M_{G,G'}^{31} &= C_{G-G'}^{44} G'_z (k_x + G_x) \\ &\quad + C_{G-G'}^{12} (k_x + G'_x) G_z, \\ M_{G,G'}^{33} &= C_{G-G'}^{44} (k_x + G'_x)(k_x + G_x) \\ &\quad + C_{G-G'}^{11} G'_z G_z, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, 密度和弹性模量的傅里叶展开系数可表示为

$$\begin{aligned} f_{G-G'} &= \frac{1}{V_c} \iiint_{\text{Supercell}} f(r) \\ &\quad \times \exp[-i(G - G') \cdot R] d^3r, \end{aligned} \quad (8)$$

积分区间是整个原胞,  $V_c$  为超原胞体积.

(4) 式是广义本征值方程的标准型式,  $\omega$  是  $A^{-1}M$  的本征值. 由 (4) 式, 通过对波矢  $k$  在简约布里渊区的高对称点进行扫描, 就可以求解出该本征值方程对应不同波矢的本征频率, 以波矢  $k$  为横坐标, 本征频率  $\omega$  为纵坐标, 最终得到声子晶体的能带结构.

有限元法可以很好地处理具有复杂边界条件的多种物理量的耦合问题, 并可以得到所求模型的全场数值解. 图 1(b) 为有限元法用于计算有限长度兰姆波型声子晶体板能量透射谱图的理论模型, 超晶格内包含 10 个原胞, 声子晶体原胞结构与图 1(a) 中相同. 超晶格两侧分别连接 12 mm 的等厚硅板, 模型两端加上完美匹配层 (PML) 用于防反射, 激励点和探测点距离超晶格均为 6 mm 且位于板的上表面.

### 3 计算结果和讨论

在计算过程中, 硅的物理参数为: 密度  $\rho = 2332 \text{ kg/m}^3$ , 弹性系数  $C^{11} = 1.657 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $C^{12} = 0.639 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $C^{44} = 0.796 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ; 空气的物理参数为: 密度  $\rho = 1 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ , 弹性系数  $C^{11} = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ,  $C^{12} = 0 \text{ N/m}^2$ ,  $C^{44} = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ; 真空媒质的密度和弹性模量均设为零. 板厚  $H = 0.5 \text{ mm}$ , 空气孔高度  $h = 0.1 \text{ mm}$ , 占空比  $f = S_B/(S_A + S_B)$ . 为了确保计算结果的精确性, 本文二维倒格矢展开至 10 阶, 即  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 8, \pm 9, \pm 10$ .

我们分别用超原胞平面波展开法和有限元法<sup>[25-28]</sup>对构造的二维声子晶体系统的兰姆波带隙结构进行了数值计算. 图 2、图 3 为  $f = 0.2$  情况下,  $L/H$  值分别为 1.4 和 2 时用超原胞平面波展开法计算得到的能带结构图和有限元法计算得到的能量透射谱图. 图 2(a) 展示了  $L/H = 1.4$  时 0—2 MHz 范围内二维声子晶体中兰姆波的色散曲线, 对称兰姆波和反对称兰姆波模式分别以空心点和实心点标记, 图中使用灰色阴影标示了反对称模式部分带隙的位置. 如图所示, 在 2 MHz 范围内存在一个最低阶反对称模式兰姆波 ( $A_0$ ) 部分禁带位于 0.934—1.585 MHz, 而最低阶对称模式 ( $S_0$ ) 在 2 MHz 范围内均导通. 图 2(b) 和 (c) 分别为反对称兰姆波和对称兰姆波入射下有限二维兰姆波型声子晶体板的能量透射谱图, 图 2(b) 中灰色阴影标

示的反对称模式兰姆波禁带的位置与能带结构图的结果吻合得很好,图 2(c) 显示  $S_0$  模式兰姆波在 2 MHz 范围内无禁带,这也和能带结构图的结果一致.图 3(a) 展示了  $L/H = 2$  时低频范围内二维声

子晶体中兰姆波的色散曲线,图中同样用空心点和实心点分别标记对称兰姆波和反对称兰姆波模式,灰色阴影标示了反对称模式部分带隙的位置.如图所示,在 2 MHz 范围内存在两个反对称模式兰姆波

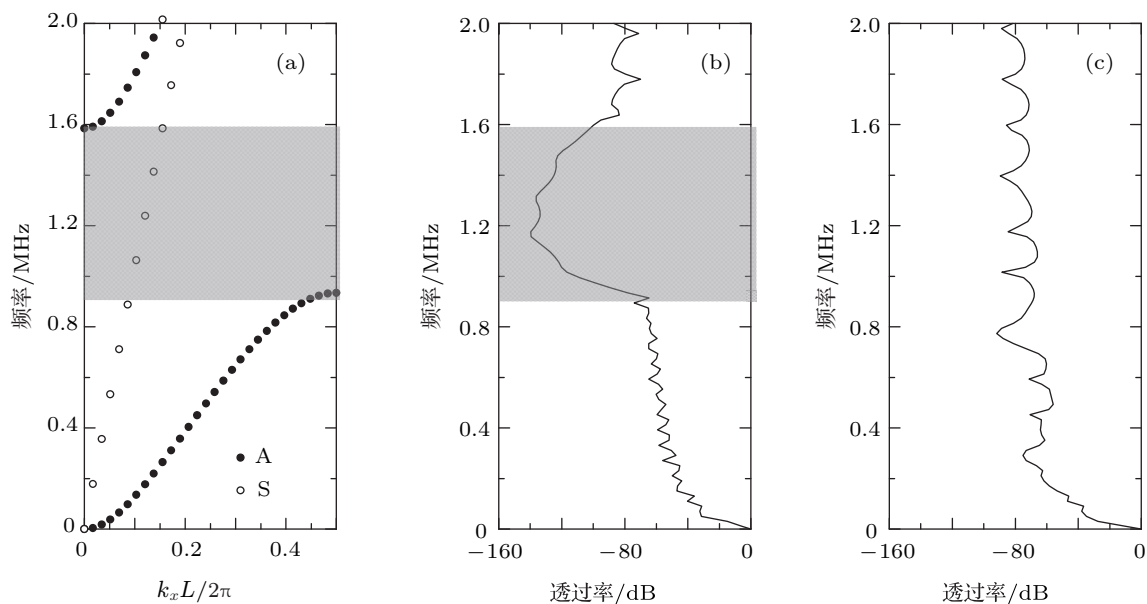


图 2 二维兰姆波型声子晶体能带图和透射谱图 ( $L = 0.7 \text{ mm}$ ,  $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $f = 0.2$ ) (a) 能带图; (b) 反对称兰姆波入射下的能量透射谱; (c) 对称兰姆波入射下的能量透射谱

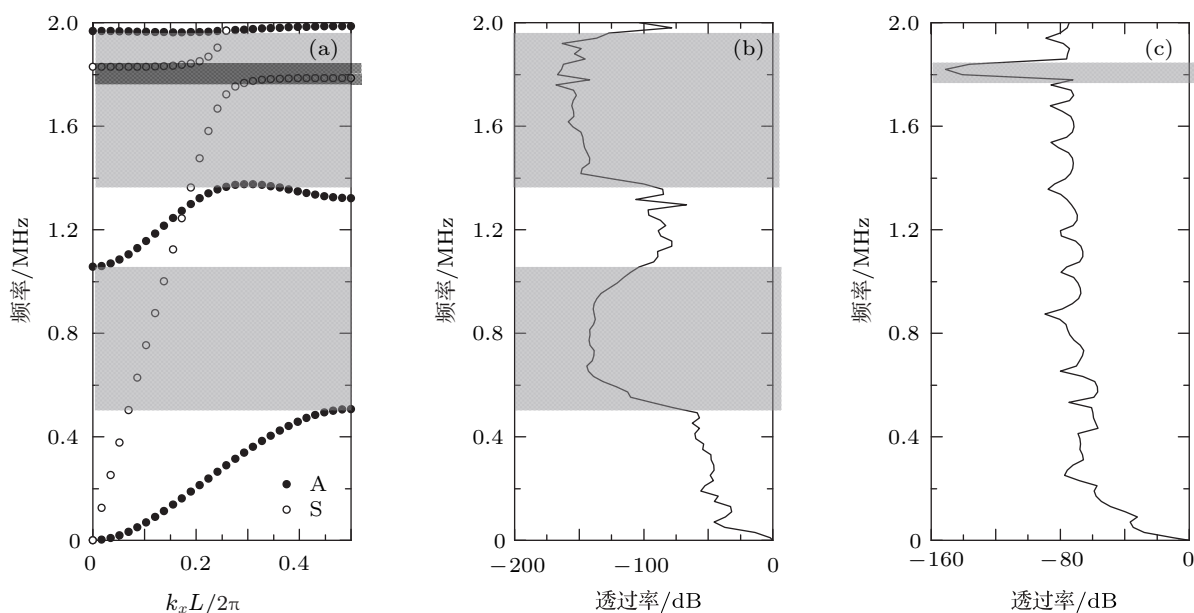


图 3 二维兰姆波型声子晶体能带图和透射谱图 ( $L = 1 \text{ mm}$ ,  $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $f = 0.2$ ) (a) 能带图; (b) 反对称兰姆波入射下的能量透射谱; (c) 对称兰姆波入射下的能量透射谱

部分禁带分别位于 0.506—1.056 MHz, 1.377—1.961 MHz, 而深灰色阴影所示的 1.786—1.829 MHz 是一个局域共振模式和对称兰姆波模式

耦合而产生的完全禁带.与图 2 相同,图 3(b) 和 (c) 分别为反对称兰姆波和对称兰姆波入射下有限二维兰姆波型声子晶体板的能量透射谱图,图中灰色

阴影也分别标示反对称模式和对称模式兰姆波禁带的位置, 两种模式兰姆波禁带交叠的频率范围是兰姆波完全禁带, 刚好和能带结构图中的完全禁带部分一致. 经过对比分析, 发现两种方法的计算结果基本一致, 对于具有对称中面的兰姆波型声子晶体, 对称兰姆波模式和反对称兰姆波模式相互解耦, 低频部分存在丰富的低阶兰姆波部分禁带, 且禁带结构与声子晶体尺度参数密切相关.

图 4 是两种具有不同  $L/H$  值的二维兰姆波型声子晶体接合而成的复合结构示意图. 两种结构均包含 10 个原胞, 原胞结构与图 1(a) 相同,  $H$  为 0.5 mm, 晶格常数  $L_1, L_2$  分别为 1.0 mm 和 0.7 mm, 其中原胞的占空比均为 0.2. 超原胞平面波展开法不能用于该模型的计算, 在使用有限元法计算透射谱时, 计算模型和图 1(b) 相同.

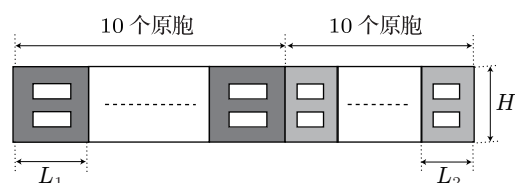


图 4 复合的二维兰姆波型声子晶体板结构示意图 ( $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $f = 0.2$ ): 基体为硅, 超晶格 1, 2 内各包含 10 个原胞, 其中  $L/H$  值分别为 2 和 1.4

图 5(a) 和 (b) 分别为反对称兰姆波和对称兰姆波入射下复合的二维兰姆波型声子晶体板的透射谱图, 如图所示, 该复合结构在 2 MHz 范围内分别存在一个反对称兰姆波禁带 (约 0.5—1.96 MHz) 和一个对称兰姆波禁带 (约 1.785—1.83 MHz), 两种模式兰姆波禁带交叠的部分为兰姆波完全禁带, 因此 1.785—1.83 MHz 范围是一个兰姆波完全禁带. 反对称兰姆波禁带宽度约为 1.46 MHz, 可以看做是复合结构两组分各自的反对称兰姆波部分禁带交叠相加的结果, 与单一二维兰姆波型声子晶体反对称兰姆波部分禁带 (图 2 和图 3 结果) 相比禁带宽度显著增加. 可以预见, 进一步优化复合结构的模型和尺度参数可以得到更低起始频率和更大带宽的兰姆波部分禁带. 在图 5(a) 中所示的频带 I (约 0.5—1.785 MHz)、频带 II (约 1.83—1.96 MHz) 中只有  $S_0$  模式兰姆波可以通过, 因此该复合结构在低频宽带范围内对低阶兰姆波具有良好的模式选择功能. 在图 5(a) 中所示的频带 I, II 中任意选一频率 1.51 MHz. 图 6 为 1.51 MHz 兰姆波前向传播通过该复合超晶格结构的稳态位移场

图. 通过位移场图形变图可以清晰地观测到: 在特定频段内只有对称模式兰姆波可通过该复合超晶格结构, 与图 6 所述结论相符.

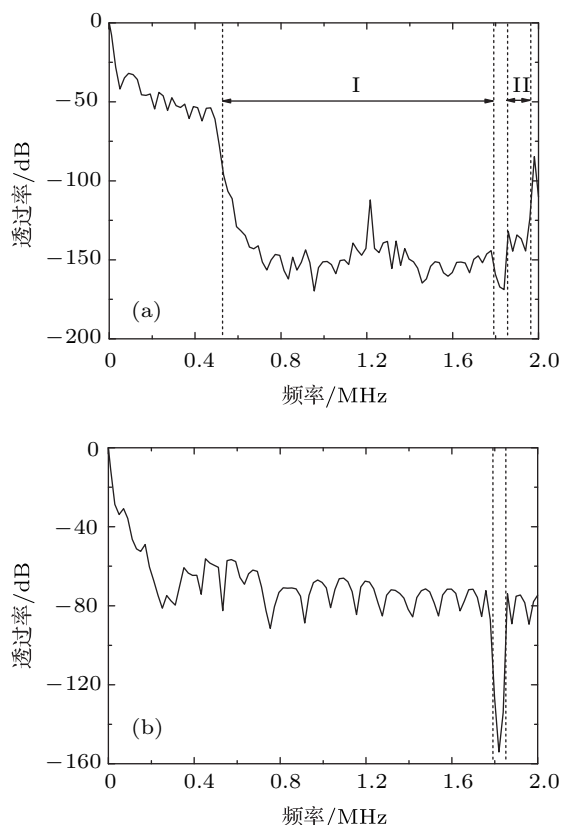


图 5 复合的二维兰姆波型声子晶体透射谱图 ( $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $f = 0.2$ ) (a) 反对称兰姆波入射下的能量透射谱; (b) 对称兰姆波入射下的能量透射谱

图 7 描述了图 1 中二维兰姆波型声子晶体低频兰姆波带隙结构随不同的尺寸参数的完整演化过程, 其中实心方点和空心圆点分别标示对称兰姆波和反对称兰姆波模式. 计算时  $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $h = 0.1 \text{ mm}$  保持不变. 图 7(a) 为当占空比  $f$  取 0.2 时兰姆波带隙结构 0—2 MHz 范围内随  $L/H$  的整体演化图. 如图所示, 在低频范围内存在丰富的反对称模式部分禁带, 随着  $L/H$  的增加, 带隙的宽度单调减小, 同时中心频率往低频移动. 可见, 选择  $L/H$  值具有匹配关系的周期型兰姆波声子晶体板对接组成复合结构, 因各组分兰姆波部分禁带可交叠相加, 在优化的复合结构中能获得  $A_0$  模式超宽部分禁带. 图 7(b) 描述了当  $L/H$  为 4 时兰姆波带隙结构在 0—4 MHz 范围内随  $f$  的整体演化过程. 结果显示, 当  $f$  较小时, 因散射体沿周期方向的尺寸较小, 部分禁带主要产生在 2MHz 以上较高频的位置; 随着  $f$  的增加, 较高频段的

反对称模式部分禁带逐渐闭合, 在 2MHz 以内不同频段依次打开新的反对称模式部分禁带. 同时, 在 1.65—2.25 MHz 范围内产生较宽的对称模式兰姆波部分禁带. 由以上分析结果可知, 根据实际需要, 选择  $L/H$  值和  $f$  值同时具有匹配关系的

周期型兰姆波声子晶体板对接组成复合结构, 可以在更大频带范围内获得极宽兰姆波部分禁带, 从而为兰姆波无损检测和线性兰姆波单向导通器件在低频范围内获得极宽工作频段提供了一种可行性方案.

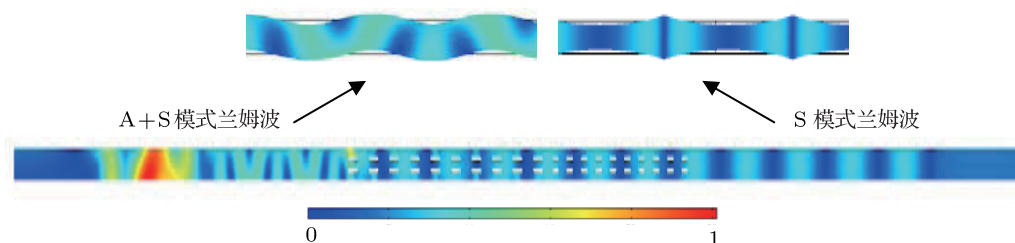


图 6 激励频率为 1.51 MHz 时, 兰姆波前向传播通过复合超晶格结构的稳态位移场图

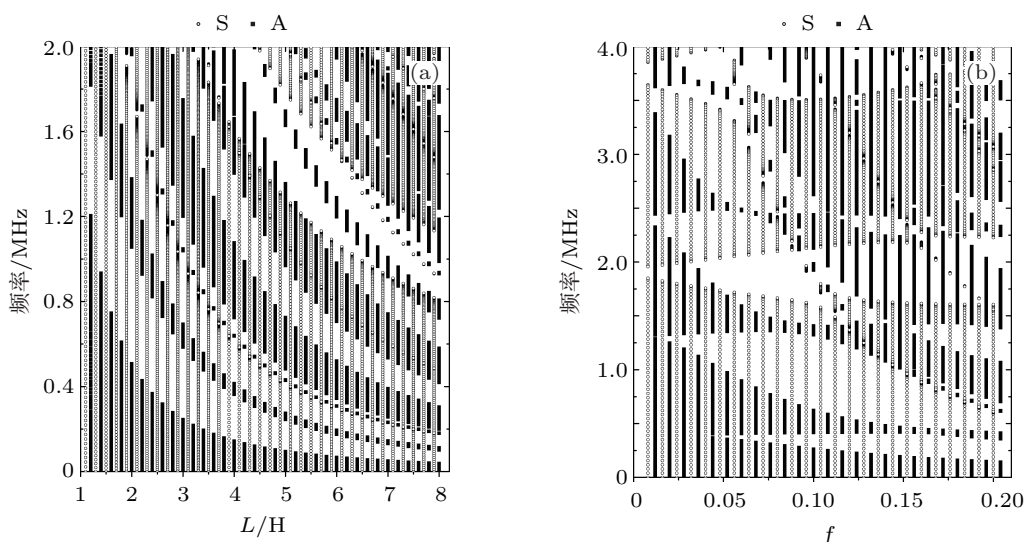


图 7 二维兰姆波型声子晶体中低频 Lamb 波带隙随不同的尺寸参数的完整演化图 ( $H = 0.5 \text{ mm}$ ,  $h = 0.1 \text{ mm}$ ) (a)  $L/H$ ; (b)  $f$

#### 4 结论

在薄板中对称地引入双层矩形空气柱构造出侧面二维声子晶体系统. 采用超原胞平面波展开法和有限元法对兰姆波在该系统中的传播特性进行了系统分析. 结果表明: 在具有对称中面结构的侧面二维声子晶体板中, 对称兰姆波模式和反对称兰姆波模式相互解耦, 且同种模式兰姆波间的耦合作用强烈, 可在低频范围内形成丰富的部分带隙结构. 同时, 带隙的位置和宽度可由声子晶体板结构参

数调节. 将  $L/H$  值具有匹配关系的兰姆波声子晶体板衔接组成复合结构, 该结构中兰姆波部分禁带宽度因各组分兰姆波部分禁带交叠而显著增加, 可在低频范围内获得超宽  $A_0$  模式带隙. 在该频率范围内,  $A_0$  模式兰姆波无法通过, 因此该结构具有良好的模式选择功能, 可在超宽频带内滤掉信号中特定  $A_0$  模式兰姆波. 该研究结果为低频超宽范围内实现兰姆波无损检测和线性兰姆波单向导通器件提供了一种可行性方案.

- [1] Kushwaha M S, Halevi P, Dobraynski L 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
- [2] Kafesaki M, Sigalas M, Garcia N 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4044
- [3] Liu Q N 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034301 (in Chinese) [刘启能 2011 物理学报 **60** 034301]
- [4] Gao G Q, Ma S L, Jin F, Jin D F, Lu T J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 393 (in Chinese) [高国钦, 马守林, 金峰, 金东范, 卢天健 2010 物理学报 **59** 393]
- [5] Qiu C Y, Zhang X D, Liu Z Y 2005 *Phys. Rev. E* **71** 054302
- [6] Chen J J, Zhang K W, Gao J, Cheng J C 2006 *Phys. Rev. B* **73** 094307
- [7] Gao J, Zou X Y, Cheng J C, Li B W 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 023510
- [8] Hou Z L, Assouar B M 2008 *Phys. Lett. A* **372** 2091
- [9] Vasseur J O, Deymier P A, Djafari R B 2008 *Phys. Rev. B* **77** 085415
- [10] Hou Z L, Assouar B M 2008 *J. Phys. D* **41** 215102
- [11] Zhang X Y, Jackson T, Lafond E, Deymier P, Vasseur J 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 041911
- [12] Khelif A, Deymier P A, Djafari-Rouhani B, Vasseur J O, Dobrzynski L 2003 *J. Appl. Phys.* **94** 1308
- [13] Hsu J C, Wu T T 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 201904
- [14] Sun J H, Wu T T 2007 *Phys. Rev. B* **76** 104304
- [15] Wu T C, Wu T T, Hsu J C 2009 *Phys. Rev. B* **79** 104306
- [16] Oudich M, Li Y, Assouar B M, Hou Z L 2010 *New J. Phys.* **12** 083049
- [17] Chen J J, Qin B, Chan H.L.W 2008 *Solid State Commun.* **146** 491
- [18] Chen J J, Feng Y, Chan H.L.W 2008 *Appl. Phys. B* **90** 557
- [19] Gao J, Cheng J C 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 111908
- [20] Zhu X F, Zou X Y, Liang B, Cheng J C 2010 *J. Appl. Phys.* **108** 124909
- [21] Zhu X F, Liu S C, Xu T, Wang T H, Cheng J C 2010 *Chin. Phys. B* **19** 044301
- [22] Zhu X F, Xu T, Liu S C, Cheng J C 2009 *J. Appl. Phys.* **106** 104901
- [23] Cai C, Zhu X F, Chen Q, Yuan Y, Liang B, Cheng J C 2011 *Chin. Phys. B* **20** 116301
- [24] Kan W W, Liang B, Zhu X F, Tu J, Zou X Y, Cheng J C 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 223504
- [25] Li R Q, Zhu X F, Liang B, Li Y, Zou X Y, Cheng J C 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 193507
- [26] Zhu X F, Liang B, Kan W W, Zou X Y, Cheng J C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 014301
- [27] Zhu X F, Zou X Y, Zhou X W, Liang B, Cheng J C 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 014102
- [28] Ding H X, Shen Z H, Ni X W, Zhu X F, 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 083501

# Large partial band-gaps for Lamb waves in multiple phononic crystals thin plates\*

Ding Hong-Xing<sup>1)2)</sup> Shen Zhong-Hua<sup>1)†</sup> Li Jia<sup>1)</sup> Zhu Xue-Feng<sup>3)‡</sup> Ni Xiao-Wu<sup>1)</sup>

1) (*School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China*)

2) (*Department of Physics, Lianyungang Teachers College, Lianyungang 222006, China*)

3) (*Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

(Received 7 January 2012; revised manuscript received 1 April 2012)

## Abstract

During the past decade, a growing attention has been paid to the Lamb waves propagating in composite plates due to a variety of applications for nondestructive evaluation, vibration attenuation and Lamb wave sensors. We present a revised plane wave expansion method and a finite element method to study the large partial band-gaps of a multiple Lamb wave phononic crystal thin plate with a symmetric mirror plane. The results show that lots of partial stopbands of lower-order Lamb waves exist and can be substantially enlarged by using multiple heterostructures which consist of several pieces of phononic crystal with different ratios of the thickness ( $H$ ) to the lattice period ( $L$ ). These contribute to good mode choice for lower-order Lamb waves, which is believed to have much significance for optimally choosing models in Lamb wave nondestructive test and the one-way Lamb wave mode transmission.

**Keywords:** lamb waves, phononic crystal, partial band gap

**PACS:** 63.22.-m, 43.35.Pt

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274175, 61108013), the Program for New Century Excellent Talents in University (NCET), and Birdnest project of Huazhong University of Science and Technology (HUST).

† E-mail: shenzh@mail.njust.edu.cn

‡ E-mail: zhuxuefeng116611@163.com