

基于微分同调和混沌分析的集成三相变流电路的降阶方法*

查晓明[†] 张扬 孙建军 樊友平

(武汉大学电气工程学院, 武汉 430072)

(2011年4月27日收到; 2011年5月16日收到修改稿)

本文针对两单元并联集成三相交流变流电路, 推导出其在正弦脉宽调制 (SPWM) 下的一般仿射方程. 通过微分同调原理得到了降阶化简的判定条件和主要等值参数算法. 通过混沌分析的轨迹图描述了系统参数与不同条件的关系, 并针对该电路进行特征值计算, 证实该方法可以回避特征值的直接求解而降阶系统. 最后, 根据上述参数进行仿真分析, 验证了近似化简方法的有效性和适用范围.

关键词: 微分同调, 混沌分析, 降阶方法, 集成三相变流电路

PACS: 05.45.Gg

1 引言

三相交流系统在现代社会的广泛应用, 其发展呈现规模化和高集成度的特点, 尤以多单元并联集成为典型模式之一^[1,2]. 集成三相变流电路大量电力电子开关器件的采用和复杂的物理构成形式导致了该系统为高阶的非线性动力系统, 难于分析与控制. 因此, 系统化简是解决这一问题的有效手段.

系统化简, 一般是根据系统的特征值, 判断其结构的相似性, 将相似部分合并或将次要信息忽略, 从而得到变量较少且阶数较低的方程组, 如模态降阶方法^[3]. 这将难于回避求取特征值. 然而, 对于实际的物理系统, 特征值计算较为复杂, 不利于其应用. 工程上为了回避计算特征值也存在同调降阶方法^[4], 却仅限于电力系统的同步感应电机机群化简, 限制了该方法的应用.

本文试图根据集成三相交流系统的 SPWM 调制原理, 推导出其较为一般的数学方程, 并将其转化为微分仿射方程的形式, 从而采用几何方法处理. 通过微分同调群方法^[5]的推导, 给出了一个较适

用于该集成系统的近似化简方法, 将两单元近似化简为一单元, 并能够计算降阶系统的主要参数. 随后, 利用混沌分析的轨迹图方法, 并结合渐进平衡点的 Jacobi 矩阵, 分析该近似方法适用于非近似混沌系统. 特征值的计算和对比说明该方法降阶前后系统特征值接近, 因此可以回避特征值的求解而化简系统. 最后, 通过典型参数和接近混沌两种状态下的仿真计算验证了该化简方法的有效性和适用范围.

2 集成三相交流系统基本单元的微分仿射方程

本节推导出集成三相交流系统基本单元的数学方程并将其转化为仿射形式以说明微分同调理论适用于该系统中.

非线性仿射系统的一般表示方程为^[6]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \mathbf{g}_i(\mathbf{x}(t))u_i(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)),$$

式中, $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T$ 为状态向量, $\mathbf{x}_i(t) \in$

* 国家自然科学基金 (批准号:61074101, 51177113) 资助的课题.

[†] E-mail: xmzha@whu.edu.cn

R^n , 为第 i 个子系统的状态向量; $f_i(\cdot), g_i(\cdot)$ 为非线性函数; $\mathbf{u}_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 为控制向量; $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 为 m 维输出函数向量.

单一的三相交流变换单元, 是集成三相变流系统的基本模块, 它是一种典型的非线性仿射子系统, 如图 1.

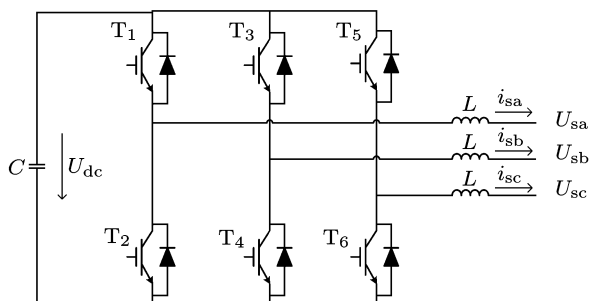


图 1 集成三相变流系统的基本单元

图 1 中, 三相交流系统采用 IGBT 作为开关器件, SPWM 脉宽调制. i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} 为交流侧三相电流, L 为电感, C 为电容, u_{sa}, u_{sb}, u_{sc} 为交流侧三相电压, u_{dc} 为直流侧电压. 采用 SPWM 调制, 以 A 相为例, 原理图如图 2.

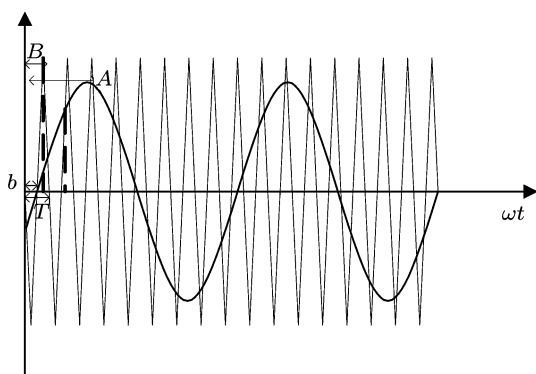


图 2 SPWM 调制原理图

图 2 中, 正弦波 $y_a = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, 三角波 $y_0 = (-1)^k \frac{4B}{T}x + b$, 其中 $k = \left\lfloor \frac{4t}{T} \right\rfloor$, 也即向下取整. 同理, B 相为 $y_b = A\sin(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3})$, $y_c = A\sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{2\pi}{3})$, 根据双极性调制的原理, 有

$$s_k = \begin{cases} 1, & y_k > y_0, \\ 0, & y_k = y_0, \\ -1, & y_k < y_0, \end{cases} \quad (k = a, b, c). \quad (2)$$

因此, s_k 实际上为符号函数 $\text{sgn}^{[7]}$.

则根据基尔霍夫定理, 得到三相交流变换系统的一般数学模型的状态表达式为 [8]

$$\begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_{sa}/dt \\ di_{sb}/dt \\ di_{sc}/dt \\ du_{dc}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_a \\ 0 & 0 & 0 & m_b \\ 0 & 0 & 0 & m_c \\ m_a & m_b & m_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ u_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{sa} \\ U_{sb} \\ U_{sc} \\ u_{dc} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中

$$\begin{bmatrix} m_a \\ m_b \\ m_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_a - \sum_{k=a,b,c} s_k/3 \\ s_b - \sum_{k=a,b,c} s_k/3 \\ s_c - \sum_{k=a,b,c} s_k/3 \end{bmatrix}.$$

对上述方程采用 Park 变换 (又叫做 D-Q 变换), 即左乘变换矩阵

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sin\omega t & \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\cos\omega t & -\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

则

$$\begin{bmatrix} di_{sd}/dt \\ di_{sq}/dt \\ du_{dc}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega i_{sq} - u_{sd}/L \\ -\omega i_{sd} - u_{sq}/L \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{dc}/L \\ 0 \\ i_{sd}/C \end{bmatrix} m_d$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ u_{dc}/L \\ i_{sq}/C \end{bmatrix} m_q, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T &= T \begin{bmatrix} i_{sa} & i_{sb} & i_{sc} \end{bmatrix}^T, \\ \begin{bmatrix} m_d & m_q \end{bmatrix}^T &= T \begin{bmatrix} m_a & m_b & m_c \end{bmatrix}^T, \\ \begin{bmatrix} U_{sd} & U_{sq} \end{bmatrix}^T &= T \begin{bmatrix} U_{sa} & U_{sb} & U_{sc} \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

(5) 式中, ω 为电压电流基波角频率, 也是 dq 旋转坐标系的旋转速度; m_d, m_q 为旋转坐标系下的开关函数控制量; u_{sd} 和 u_{sq} 为旋转坐标系下的交流侧电压, 若不计谐波, 考虑电压一般情况下稳定, 则它们为

$$\cos\theta \left(\omega \frac{di_{sd}}{dt} - \omega^2 i_{sq} - \omega \frac{U_{dc} m_d}{L} + \omega \frac{U_{sd}}{L} \right) + \sin\theta \left(-\omega \frac{di_{sq}}{dt} - \omega^2 i_{sd} + \omega \frac{U_{dc} m_q}{L} - \omega \frac{U_{sd}}{L} \right) = 0.$$

由于 θ 可以为任意角度, 所以

$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} - \omega i_{sq} - \frac{U_{dc} m_d}{L} + \frac{U_{sd}}{L} &= 0, \\ -\frac{di_{sq}}{dt} - \omega i_{sd} + \frac{U_{dc} m_q}{L} - \frac{U_{sd}}{L} &= 0. \end{aligned}$$

整理可得 (5) 式前两项. 对于第三项, 同样对等式两边同时求导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{dU_{dc}}{dt} &= \frac{dU_{dc}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{dU_{dc}}{d\theta} \\ &= \omega \frac{1}{C} [m_d(i_{sd} \cos^2 \theta - i_{sq} \sin \theta \cos \theta) \\ &\quad + m_q(i_{sq} \sin^2 \theta - i_{sd} \sin \theta \cos \theta)]. \end{aligned}$$

将含 m_d 的项进行合并, 并利用两角和与差的公式进行展开, 可得

$$\begin{aligned} f_1 &= m_d(i_{sd} \cos^2 \theta - i_{sq} \sin \theta \cos \theta + i_{sd} \cos^2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &\quad - i_{sq} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &\quad + i_{sd} \cos^2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ &\quad - i_{sd} \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right)) = m_d i_{sd}. \end{aligned}$$

同理, 可得 $f_2 = m_q i_{sq}$, 即证 (5) 式第三项. 证毕

由于开关函数是一个变量, 为了方便下文求值,

常数, i_{sd} 和 i_{sq} 为旋转坐标系下的交流侧电流, 会随着负荷的变化而发生变化.

证明 令 $\theta = \omega t$, 根据 (4) 式, 有

$$\begin{aligned} i_{sa} &= i_{sd} \cos \theta - i_{sq} \sin \theta, \\ m_a &= m_d \cos \theta - m_q \sin \theta, \\ U_{sa} &= U_{sd} \cos \theta - U_{sq} \sin \theta, \end{aligned}$$

则 (3) 式的 i_{sa} 项左右同时求导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{di_{sa}}{dt} &= \frac{di_{sa}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega (i_{sd} \cos \theta - i_{sq} \sin \theta)' \\ &= \omega \left(\frac{di_{sd}}{dt} \cos \theta - \omega i_{sd} \sin \theta - \frac{di_{sq}}{dt} \sin \theta - \omega i_{sq} \cos \theta \right) \\ &= \omega \frac{U_{dc} m_d}{L} \cos \theta - \omega \frac{U_{dc} m_q}{L} \sin \theta \\ &\quad - \omega \frac{U_{sd}}{L} \cos \theta + \omega \frac{U_{sq}}{L} \sin \theta. \end{aligned}$$

移项, 整理可得

绘制出其变化曲线如图 3 所示, 可得 $(m_d, m_q) = (1, 1)$ 是其一个典型值.

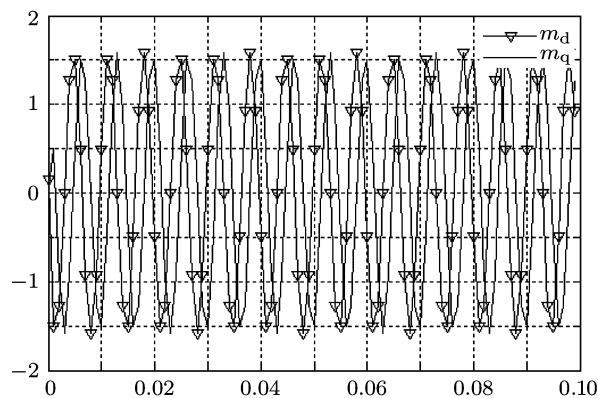


图 3 D-Q 坐标下的开关函数变换曲线

记

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T, \\ \begin{bmatrix} m_d & m_q \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^T, \\ Y &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} h_1(X) & h_2(X) \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

则 (5) 式可改写为

$$\begin{aligned} dX/dt &= f(X) + g_1(X)u_1 + g_2(X)u_2, \\ Y &= H(X). \end{aligned}$$

显然, 三相变流系统是一种典型的非线性仿射

系统,仿射系统是微分几何体系的常用系统,因此微分同调理论能够应用于该系统中.

3 微分同调理论

本节通过微分同调群的相关定义推导出一个引理,并根据该引理构造函数得到微分同调判定的一个定理,通过部分变量判断能否化简系统.

定义 1^[9] $Z_k(V) = \text{Ker}\partial_k = \{z^k \in C_k | dz^k = 0\}$ 称之为流形 V 的 k 维闭链, d 为外微分算子, C_k 为 k 维复域. 实际上,这句话意味着一条闭链必须是外微分为 0 的链.

定义 2 $B_k(V) = \text{Im}\partial_{k+1} = \{b^k \in C_k | x^{k+1} \in C_{k+1}, dx^{k+1} = b^k\}$ 称之为流形 V 的 k 维边缘链.

实际上,由这条定义可知,定义域本身不为 0,而外微分的像为 0 的函数下可寻得一条边沿链.

定义 3^[10] 光滑流形 M 上的外微分形式 ω , 若 $d : \partial^k \rightarrow \partial^{k+1}, d\omega = 0$, 则 $H_k = \text{Ker}\partial_k / \text{Im}\partial_{k+1} = Z_k(V) - B_k(V)$ 称之为 De Rham 上同调群.

引理 1 如果边沿链存在,则同调群存在.

证明 显然,差别仅为一条边缘链的两个群上同调,也即 $H_k(V) = Z_k(V) - B_k(V)$ 是定向流形上的同调群, $s_1 \in H_k(V), s_2 \in Z_k(V)$, 则 s_1 与 s_2 同调. 因此,找到边沿链就意味着存在同调群.

定义 4 若在状态方程组 $g = f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$ 中,不存在映射 $x_p = h(x_{q_1}, x_{q_2}, \dots)$, 其中 $p \neq q_i$, 且 $p, q_i = 1, 2, \dots, n$, 则该状态方程组成为最小状态方程组.

考虑一般状态方程组 $g = f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$, 若某一状态变量可以由其他状态变量通过映射得到,则存在一个微分同胚映射 $x_p = h(x_{q_1}, x_{q_2}, \dots)$, 其中 $p \neq q_i$, 且 $p, q_i = 1, 2, \dots, n$, 由复合函数的性质,存在 $H(x_1, x_2, \dots, x_i, x_n), i \neq p$, 使得

$$g = f \circ H(x_1, x_2, \dots, x_i, x_n), i \neq p.$$

对比 $g = f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$ 和 $g = f \circ H(x_1, x_2, \dots, x_i, x_n)$, 方程的阶数降低了,而原方程组与降阶方程组等价. 因此可以认为等值是将一个系统的状态方程组转化为最小状态方程组(定义 5)的过程. De Rham 上同调是一种微分同胚映射.

定理 1 在一个由 N 个子流形 $V_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 构成的流形 M 中,如果流形 V_i 中的状

态变量 x_i, x_j , 存在 $d\xi = x_i dx_j - x_j dx_i = 0$, 则 M 上的同调群存在.

证明 构造变量 $\delta = x_i/x_j$, 其中 $x_i \neq 0, x_j \neq 0$. 而 $d\delta = \frac{x_i dx_j - x_j dx_i}{x_j^2}$, 则由于 $\delta \neq 0$, 而 $d\xi = 0$, 根据定义 3, 边沿链存在, 又根据引理 1, 则同调群存在. 然而, $x_i^2 \neq 0$, 因此只需要 $d\xi = x_i dx_j - x_j dx_i = 0$, 即可满足需要. 实际上这个条件是充分而非必要的, 构造 $\delta = x_i \pm x_j$, 也能得到其他的形式, 只是在本文中, 采用除法的构造.

4 集成三相变流系统的混沌分析

本节通过分析两单元集成三相变流系统的混沌状态, 给出典型条件和近似混沌条件的参数, 为仿真计算提供依据.

常规的集成三相变流系统是由图 1 所示的基本单元并联集成而成, 为了简单起见, 本文选择两单元集成系统, 如图 4.

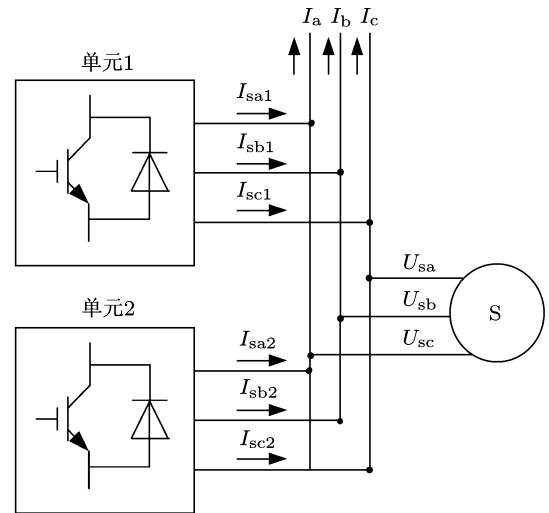


图 4 两单元集成三相变流系统

图 4 中, 单元 1 和单元 2 的内部结构如图 1 所示, 单元 1 交流侧三相电压, 电流记做 $u_{sa1}, u_{sb1}, u_{sc1}$ 和 $i_{sa1}, i_{sb1}, i_{sc1}$, 电感, 电容为 L_1, C_1 , 单元 2 交流侧三相电压, 电流记做 $u_{sa2}, u_{sb2}, u_{sc2}$ 和 $i_{sa2}, i_{sb2}, i_{sc2}$, 电感, 电容为 L_2, C_2 , 交流供电电源的电压为 $u_a = U_s \sin(\omega t), u_b = U_s \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}), u_c = U_s \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$, 对应总电流为 i_a, i_b, i_c , 显然 $i_k = i_{sk1} + i_{sk2}, k = a, b, c$. 则其表达式为

$$\begin{cases} \frac{di_{sd1}}{dt} \\ \frac{di_{sq1}}{dt} \\ \frac{du_{dc1}}{dt} \end{cases} = \begin{cases} \omega i_{sq1} - u_{sd1}/L_1 \\ -\omega i_{sd1} - u_{sq1}/L_1 \\ 0 \end{cases} + \begin{cases} u_{dc1}/L_1 \\ 0 \\ i_{sd1}/C_1 \end{cases} m_{d1} + \begin{cases} 0 \\ u_{dc1}/L_1 \\ i_{sq1}/C_1 \end{cases} m_{q1}, \\ \begin{cases} \frac{di_{sd2}}{dt} \\ \frac{di_{sq2}}{dt} \\ \frac{du_{dc2}}{dt} \end{cases} = \begin{cases} \omega i_{sq2} - u_{sd2}/L_2 \\ -\omega i_{sd2} - u_{sq2}/L_2 \\ 0 \end{cases} + \begin{cases} u_{dc2}/L_2 \\ 0 \\ i_{sd2}/C_2 \end{cases} m_{d2} + \begin{cases} 0 \\ u_{dc2}/L_2 \\ i_{sq2}/C_2 \end{cases} m_{q2}. \end{cases} \quad (6)$$

根据目前常用的集成三相交直流系统的型号, 选取参数如表 1.

表 1 集成三相系统的典型参数表

名称	单元 1(单位)	数值	单元 2	数值
三角波幅值	$B_1/\text{p.u.}$	2	$B_2/\text{p.u.}$	2
三角波初相	b_1/rad	0	b_2/rad	0
三角波周期	T_1/s	0.001	T_2/s	0.001
正弦波幅值	$A_1/\text{p.u.}$	1	$A_2/\text{p.u.}$	1
正弦波初相	Φ_1/rad	$\pi/12$	Φ_2/rad	$\pi/15$
电感	L_1/H	0.0012	L_2/H	0.0008
电容	C_1/F	0.3	C_2/F	0.28
交流电压幅值	U_s/V	220	—	—
交流角速度	$\omega(\text{F})/\pi$	100	—	—

利用 (4) 式, 则

$$[U_{sd} \ U_{0sq}]^T = C(\omega_s t) [U_a(\omega_s t) \ U_b(\omega_s t) \ U_c(\omega_s t)] = [220 \ 0].$$

利用四阶五级的龙格库塔算法^[11], 取步长为 10^{-6}s , 可以画出逆变器 1 和逆变器 2 对应 (5) 式的变量 $[i_{sd1} \ i_{sq1} \ u_{dc1}]$ 和 $[i_{sd2} \ i_{sq2} \ u_{dc2}]$ 的运动轨迹, 如图 5.

图 5(a) 中, 可以看出, 当取典型参数时, 逆变器 1 和逆变器 2 都会最终从初值 (0,0,0) 稳定于一个平衡点, 而这两个平衡点位置并不符合. 图 5(b) 中, 取 $C_1 = C_2=0.003$, 其他参数与典型参数一致, 可以看到它们稳定于一个相同平衡点.

如果取 $C_1=0.0001, C_2=0.0002, L_1=0.0004, L_2=0.0005$, 其他参数与典型参数一致, 可以得到图 5. 此时系统不稳定, 产生了混沌现象. 这说明, 集成三相变流系统作为一类较复杂的动力系统, 易受

状态影响, 会趋近于混沌.

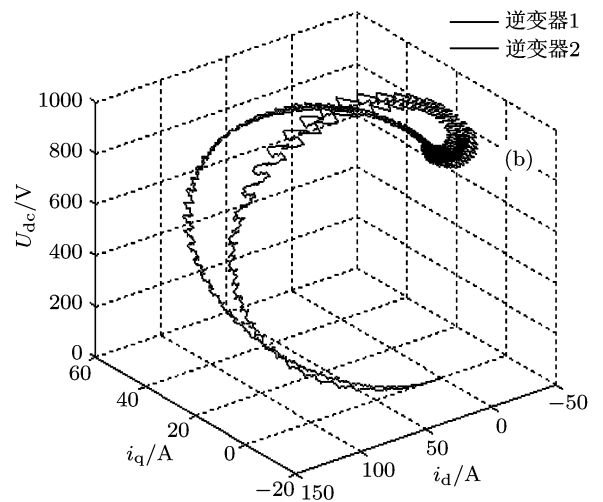
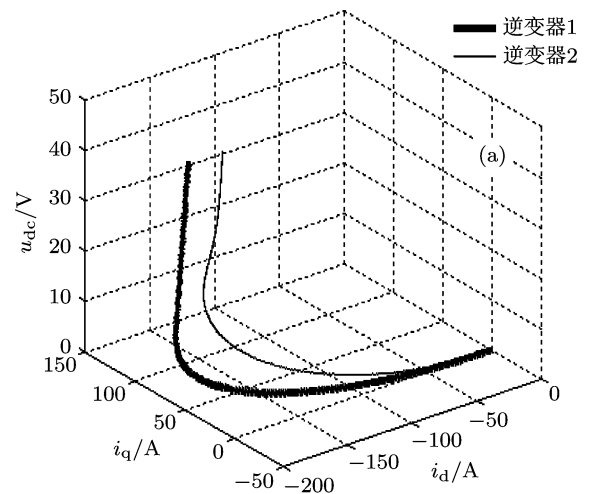


图 5 两单元集成三相变流系统的稳定状态

为了进一步分析集成三相变流系统的动力学特性与参数之间的关系, 令 (5) 式等值左边为 0, 却发现该方程无解, 这时, 选取一小参数 δ , 可将 (5) 式变形为

$$\begin{bmatrix} di_{sd}/dt \\ di_{sq}/dt \\ du_{dc}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega i_{sq} - u_{sd}/L \\ -\omega i_{sd} - u_{sq}/L \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{dc}/L \\ 0 \\ i_{sd}/C \end{bmatrix} m_d + \begin{bmatrix} 0 \\ u_{dc}/L \\ \delta i_{sq}/C \end{bmatrix} m_q. \quad (7)$$

当 $\delta = 1$ 时, (5) 式与 (7) 式一致, 此时无解, 但是可以采用一个接近 1 的正数逼近, 此时可求得 (7)

式存在唯一平衡点

$$\left[\frac{\delta(U_{sd}m_q - U_{sq}m_d)}{\omega L m_d(1-\delta)} \quad \frac{U_{sd}m_q - U_{sq}m_d}{\omega L m_q(1-\delta)} \quad \frac{U_{sq}m_d - U_{sd}\delta m_q}{(1-\delta)m_d m_q} \right].$$

这意味着, 对于单元 1 和单元 2, 在 $\delta \in U(1)$ 的空心临域内, 存在唯一的平衡点.

求得在该平衡点处的 Jacobi 矩阵

$$J = \begin{bmatrix} di_{sd}/di_{sd} & di_{sd}/di_{sq} & di_{sd}/du_{dc} \\ di_{sq}/di_{sd} & di_{sq}/di_{sq} & di_{sq}/du_{dc} \\ di_{dc}/di_{sd} & di_{dc}/di_{sq} & di_{dc}/du_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & m_d/L \\ -\omega & 0 & m_q/L \\ m_d/C & m_q/C & 0 \end{bmatrix}.$$

代入表 1 所示的典型值, 且令 $(m_d, m_q) = (1, 1)$. 单元 1 的特征值为

$$[-3.73 \times 10^{-14} + 2.0770i \quad -3.73 \times 10^{-14} - 2.0770i \quad 0],$$

根据三个特征根 $\text{Re}(\lambda) \leq 0$, 因此单元 1 最终趋于稳定.

单元 2 的特征值为

$$[-6.39 \times 10^{-14} + 2.0770i \quad -6.39 \times 10^{-14} - 2.0770i \quad 0],$$

同样单元 2 最终也趋向于稳定. 显然单元 1 的特征值与单元 2 的特征值相近.

单元后主要参数的计算方法, 并通过对比降阶前后系统的特征值, 说明该计算方法下满足特征值近似的要求, 也即可以回避直接求特征值计算而化简系统.

实际上, 根据定理 1, 不妨假设系统存在两个变量 x_i 和 x_j , 且初始状态 $x_i = x_i(0)$ 和 $x_j = x_j(0)$ 假设在一段连续时间 t 内, 存在 $|x_i dx_j - x_j dx_i| < \varepsilon$, 其中 $\forall \varepsilon > 0$, 则 $x_i dx_j = x_j dx_i$, 或者 $\frac{1}{x_j} dx_j = \frac{1}{x_i} dx_i$, 两边同时对 t 求积分, 可得

$$x_j = \frac{x_j(0)}{x_i(0)} x_i = k x_i. \quad (8)$$

将其代入 (1) 式, 则可以起到减少原方程变量和阶数的目的, 并且 (8) 式的形式只与初值有关. 因此, 原方程的化简问题就转化成为了求 $f = x_i dx_j - x_j dx_i = x_i(t_k)[x_j(t_{k+1}) - x_j(t_k)] - x_j(t_k)[x_i(t_{k+1}) - x_i(t_k)]$ 的问题. 如果 $|f| \approx 0$, 则原系统可以近似化简.

以 (6) 式所示系统为例, 如若 $|i_{sd1} di_{sd2} - i_{sd2} di_{sd1}| < \varepsilon$, 则将 (8) 式代入 (6) 式, 并将后三式和前三式相加, 可得

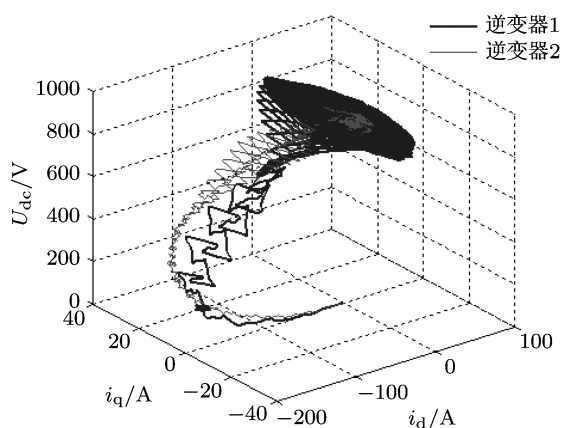


图 6 两单元集成三相交流系统的近似混沌状态

从图 5 和图 6 的变化上也能看出, 随着参数的改变, 系统将趋向于混沌.

5 化简方法

本节根据定理 1 推导出两单元近似合并为 1

$$\begin{aligned}
 (k+1)\dot{i}_{sd1} &= \omega(i_{sq1} + i_{sq2}) - \left(\frac{U_{sd1}}{L_1} + \frac{U_{sd2}}{L_2}\right) + \left(\frac{m_{d1}}{L_1}u_{dc1} + \frac{m_{d2}}{L_2}u_{dc2}\right), \\
 \dot{i}_{sq1} + \dot{i}_{sq2} &= -\omega i_{sd1}(k+1) - \left(\frac{U_{sq1}}{L_1} + \frac{U_{sq2}}{L_2}\right) + \left(\frac{m_{q1}}{L_1}u_{dc1} + \frac{m_{q2}}{L_2}u_{dc2}\right), \\
 \dot{u}_{dc1} + \dot{u}_{dc2} &= \left(\frac{kmd_2}{C_2} + \frac{md_1}{C_1}\right)i_{sd1} + \frac{m_{q1}}{C_1}i_{sq2} + \frac{m_{q1}}{C_2}i_{sq2}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

由于采取相同的三角波, 且交流侧电压相同, 则 $U_{sd1} = U_{sd2}, m_{d1} = m_{d2}, m_{q1} = m_{q2}$, 并

令 $(1+k)i_{sd1} = x_1, i_{sq1} + i_{sq2} = x_2, u_{dc1} + u_{dc2} = x_3$, 并使得

$$\begin{bmatrix} dx_1/dt \\ dx_2/dt \\ dx_3/dt \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} \omega x_2 - u_{sd}/L \\ -\omega x_1 - u_{sq}/L \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_3/L \\ 0 \\ x_1/C \end{bmatrix} m_d + \begin{bmatrix} 0 \\ x_3/L \\ x_2/C \end{bmatrix} m_q, \tag{10}$$

即用一个单元来近似两个单元的结构, 对比 (9) 和 (10) 式则可得

即

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{L} &= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}, \\
 \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}, \\
 C &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

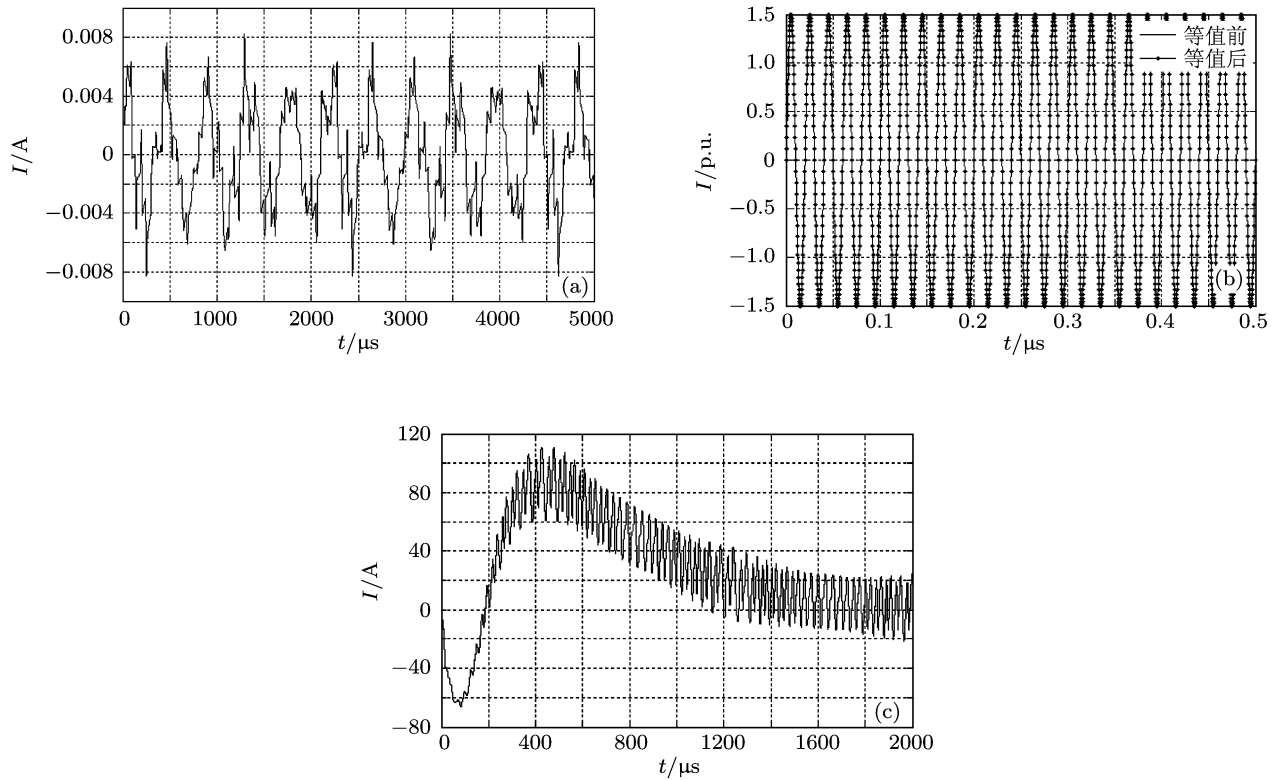


图7 三相集成变流系统的仿真结果

这意味着,该非线性电路在能近似简化时,可当成线性电路按照并联进行处理.

按照典型参数,可求得

$$L = 0.00048, C = 0.00048.$$

计算特征值得

$[-3.21 \times 10^{-14} + 2.0770i \quad -3.21 \times 10^{-14} - 2.0770i \quad 0]$,
与等值前的特征值较为接近,这说明了该方法实际上可以不通过计算特征值而近似化简.

6 仿真计算

本节针对第4节得到的典型条件下的参数和接近混沌状态下的参数,通过PSCAD/EMTDC软件分析曲线 $f = i_{sd1}di_{sd2} - i_{sd2}di_{sd1}$ 在不同条件下的变化,并针对能够近似仿真的系统进行降阶处理,对比降阶前后的系统电流,验证了该方法的适用性.在接近混沌状态下该方法无法采用,混沌分析有助于研究适用范围.

对表1中的模型进行仿真计算,可得如图7的结果.

针对两单元的集成变流系统,采用典型参数(表1)和等值参数((11)式)进行仿真,图7(a)显示了等值前两单元的 $f = i_{sd1}di_{sd2} - i_{sd2}di_{sd1}$ 的变化曲线,显然, $|f| < 0.01$ 接近于0,因此可用一个

单元进行近似;而对于等值前后的母线电流,以图4中的 I_a 为例,图7(b)显示等值前后的系统电流非常接近,误差为1%;图7(c)显示了在接近混沌的参数下两单元的 $i_{sd1}di_{sd2} - i_{sd2}di_{sd1}$ 的变化曲线,其不满足接近0的条件,因此无法进行等值.

7 结论

本文针对较普遍的SPWM控制型集成三相变流系统,推导出其在D-Q坐标系下的一般方程,该方程显示了其为典型的非线性仿射系统.随后,引入仿射系统下微分同调的方法,并推导出一个较为适用的系统可简化的判定定理.针对两单元的集成三相变流系统,通过绘制相图和进行Jacobi矩阵的特征值计算,得到了系统会随着参数的变化而趋向于混沌.对此系统采用微分同调的判定并近似化简为一单元系统,并推导出等值参数的计算公式,该公式表明,在SPWM控制系统中,系统参数可以通过并联等效进行近似求解.通过等值前后的特征值对比,说明了该方法能够不求特征值而达到特征值近似的目的.最后,通过典型值下和接近混沌状态下的仿真计算,说明了该方法在典型状态下较为准确,在趋近混沌状态下无法使用,为微分同调的化简方法确定了适用范围.

-
- [1] Wang Y, Guan M, Zhang L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 867(in Chinese)[王永,关淼,张磊 2010 物理学报 **55** 867]
- [2] Yu M, Kang Y, Zhang Y, Shan H T, Duan S X 2010 *Proceeding of CSEE* **18** 42 (in Chinese)[余蜜,康勇,张宇,单鸿涛,段善旭 2010 中国电机工程学报 **18** 42]
- [3] Kundur P, Parerba J, Ajjarapu V 2004 *IEEE Trans on Power Systems*. **19** 3
- [4] Xu J B, Xue Y S, Zhang Q P, Wang D X 2005 *Automation of Electric Power Systems* **29** 14(in Chinese)[许剑冰,薛禹胜,张启平,汪德星 2005 电力系统自动化 **29** 14]
- [5] Wang P, Hou B Y, Hou B Y 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 4(in Chinese)[王佩,侯伯元,侯伯宇 1986 物理学报 **35** 4]
- [6] Shi D, Mao Z Z 2010 *Control Theory and Applications* **29** 14 (in Chinese)[史冬琳,毛志忠 2010 控制理论与应用 **29** 14]
- [7] Zhang Z F, Tang R Y, Zhu J G, Bai B D 2010 *Electric Machines and Control*. **14** 12 (in Chinese)[张志峰,唐任远,朱建光,白宝东 2010 电机与控制学报 **14** 12]
- [8] Lee B K, Ehsami M 2001 *IEEE trans on Industrial Electronics*. **48** 309
- [9] Hou B Y, Hou B Y 2004 *Differential Geometry for Physicists*(2rd Press)
- [10] Hou B Y 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 12(in Chinese)[侯伯宇 1986 物理学报 **35** 12]
- [11] Guo K Z 1991 *Transaction of China Electrotechnical Society* **18** 1(in Chinese)[郭可忠 1991 电工技术学报 **18** 1]

New equivalence method of integrated three-phase AC-DC system based on differential homology and chaotic analysis*

Zha Xiao-Ming[†] Zhang Yang Sun Jian-Jun Fan You-Ping

(School of Electric Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(Received 27 April 2011; revised manuscript received 16 May 2011)

Abstract

Integrated three-phase AC-DC system is widely used in modern society with series of base units. In this paper we deduce a general equation of the system in an affine coordination in order to use the differential geometry. Firstly, a new approximate equivalence method is presented by differential homology, including the judgment criterion and the main parameters of the equivalent model. Besides, the chaotic analysis relates different parameters to different situations which can accurately be simulated by PSCAD/EMTDC. And then calculation of eigenvalue indicates that the equivalence method is useful and simple. Finally, a simulation shows the accuracy and the applicability of the method.

Keywords: differential homology, chaotic analysis, approximate equivalence method, integrated three-phase AC-DC system

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 61074101, 51177113).

[†] E-mail: xmzha@whu.edu.cn