

基于单驱动变量分数阶混沌同步的参数调制数字通信及硬件实现*

曹鹤飞¹⁾²⁾ 张若洵^{3)†}

1) (河北师范大学物理科学与信息工程学院, 石家庄 050016)

2) (石家庄学院物理系, 石家庄 050035)

3) (邢台学院初等教育学院, 邢台 054001)

(2011年4月22日收到; 2011年4月28日收到修改稿)

通过单驱动变量设计了三维分数阶混沌系统通用的自适应同步控制器. 基于参数调制原理, 利用单驱动变量分数阶混沌系统的同步, 提出了一种新的通用型数字通信方案, 对电路进行了仿真, 同时搭建了实际硬件电路, 结果显示接收信息和发送信息符合完好, 验证了本方案的有效性和可行性.

关键词: 分数阶混沌系统, 单一控制器, 自适应同步, 参数调制

PACS: 05.45.Vx, 05.45.Gg

1 引言

混沌信号以其决定性和随机性的对立统一, 即混沌具有随机性但又不是真正的或完全的随机运动; 对初始状态的敏感依赖的特性, 在通信保密及其相关领域获得了广泛的应用^[1-3]. 近年来, 人们对混沌通信进行了深入的研究, 相继出现了诸多混沌通信方案^[4-10]. 其中之一是参数调制^[11]. 参数调制是在收发系统同步的基础上进行的, 参数为变化的混沌同步方法, 该方案利用对参数的敏感性进行保密通信. 以往保密通信方案中混沌系统大多数是整数阶的, 利用分数阶混沌进行参数调制通信的研究还较少. 整数阶微分是分数阶微分的特例, 整数阶混沌系统是对实际混沌系统的理想化处理, 利用分数阶微积分算子能够更准确地描述实际混沌系统的动力学特性^[12]. 由于分数阶混沌系统具有更为复杂的动力学行为, 所以将其用于通信保密, 具有更高的安全性. 本文基于滑模变结构控制理论和自适应控制技术, 设计了一种新的分数阶积分滑模面, 并设计了一个自适应控制器, 能够使分数阶

混沌系统渐进同步. 该控制器只包含一个驱动变量, 无论是在设计还是在硬件实现上都易于实现. 利用参数调制原理, 实现了数字保密通信. 通过电路仿真以及搭建实际硬件电路对其进行了验证. 电路理论分析、仿真以及实际硬件电路均证实了该方法的有效性和可行性. 本方案中只需传递一路混沌信号即可完成同步和信息的传递过程, 具有较高的应用价值.

2 单驱动变量分数阶混沌同步

设三维分数阶混沌系统的误差为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha x &= f_1(x, z), \\ D_t^\alpha z &= f_2(x, z), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $D_t^\alpha = d^\alpha/dt^\alpha$, $0 < \alpha < 1$, $x \in R^2$, $z \in R^1$. f_1 和 f_2 是非线性连续微分函数, $f_1(0, 0) = f_2(0, 0) = 0$.

为了描述该新的设计方案, 以下假设是必需的.

假设 1 函数 $f_1(x, z)$ 在 $z=0$ 邻域内是连续平滑的, 子系统 $D_t^\alpha x = f_1(x, 0)$ 对于所有的 x 关

* 河北省自然科学基金(批准号: A2010000343)资助的课题.

† E-mail: xtzhxr@126.com

于 $x=0$ 是渐进稳定的.

备注 1 系统 (1) 为一通式, 几乎包含了所有分数阶混沌的误差系统.

备注 2 函数 $f_1(x, z)$ 在 $z=0$ 邻域内是连续平滑的, 也就是说有两个大于零的常数 λ_0, λ_1 满足 $\|f_1(x, z) - f_1(x, 0)\| \leq \lambda_0|z|$, 而且 $\|x\|_1 \leq \lambda_1|z|$. 因此, 对于混沌误差系统 (1) 式存在两个正数 p_1, p_2 和一个足够大的正数 λ_2 满足

$$\|f_2(x, z)\| \leq p_1\|x\|_1 + p_2|z| \leq p_1\lambda_1|z| + p_2|z| \leq \lambda_2|z|.$$

为了使系统 (1) 稳定在平衡点 $x=0, z=0$, 我们在误差系统 (1) 中加入一个自适应控制器 u , 误差系统 (1) 变为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha x &= f_1(x, z), \\ D_t^\alpha z &= f_2(x, z) + u, \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$u = -k|z|\text{sign}(s), \quad (3)$$

s 为滑模面, 表达式为

$$s = D_t^{\alpha-1}z + \int_0^t cz(\tau)d\tau, \quad (c > 0), \quad (4)$$

k 的自适应率为

$$\dot{k} = \theta|z||s|, \quad (\theta > 0). \quad (5)$$

定理 1 在满足滑模面 (4) 式和自适应律 (5) 式的条件下, 从任意初值出发受控误差系统 (3) 是渐进稳定的.

证明 当系统在滑模面 (4) 上滑动时, 需满足如下条件:

$$s = D_t^{\alpha-1}z + \int_0^t cz(\tau)d\tau = 0, \quad (6)$$

$$\dot{s} = D_t^\alpha z + cz = 0, \quad (7)$$

于是得到滑模动力学表达式

$$D_t^\alpha z = -cz. \quad (8)$$

显然选取 $c > 0$, (8) 式渐近稳定, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} z = 0$. 由假设 1, 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x = 0$.

因此 $\lim_{t \rightarrow \infty} x = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} z = 0$.

下面证明从任意初始条件出发的误差系统 (3) 满足滑模条件 $s(t) = 0$.

选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\theta}(k - k^*)^2, \quad (k^* > \lambda_2). \quad (9)$$

$V(t)$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s\dot{s} + (k - k^*)\dot{k}/\theta = s(D_t^\alpha z + cz) + (k - k^*)\dot{k}/\theta \\ &= s(f_2(x, z) - k|z|\text{sign}(s) + cz) + (k - k^*)|z||s| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \lambda_2|z||s| - k|z||s| + (k - k^*)|z||s| \\ &= -(k^* - \lambda_2)|z||s| \leq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

根据李亚普诺夫稳定性理论, $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$, 同时根据 (9) 式, 说明该滑模面是渐进稳定的. 即, 通过单一变量 $u = -k|z|\text{sign}(s)$ 能够使误差控制系统 (3) 稳定.

下面通过两个实际例子来验证该方案的有效性.

例 1 我们选择分数阶 Arneodo 系统^[13]

$$\begin{aligned} D_t^\alpha x_1 &= x_2, \\ D_t^\alpha x_2 &= x_3, \\ D_t^\alpha x_3 &= ax_1 - bx_2 - cx_3 - dx_1^3, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $a=5.5, b=3.5, c=1, d=1$, 系统 (11) 为驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha y_1 &= y_2, \\ D_t^\alpha y_2 &= y_3, \\ D_t^\alpha y_3 &= ay_1 - by_2 - cy_3 - dy_1^3, \end{aligned} \quad (12)$$

误差系统 ($e = y - x$) 为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_1 &= e_2, \\ D_t^\alpha e_2 &= e_3, \\ D_t^\alpha e_3 &= ae_1 - be_2 - ce_3 - d(x_1^2 + x_1y_1 + y_1^2)e_1. \end{aligned} \quad (13)$$

显然, 如果 $e_1 = 0$, 则 (13) 式将变为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_2 &= e_3, \\ D_t^\alpha e_3 &= ae_2 - ce_3. \end{aligned}$$

对于所有的 e_2, e_3 关于 $e_2=0, e_3=0$ 是渐进稳定的. 所以如果令 $x = (e_2, e_3)^T, z = e_1$, (13) 式将满足假设 1, 因此 (13) 式的误差控制系统是

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_1 &= e_2 - k|e_1|\text{sign}(s), \\ D_t^\alpha e_2 &= e_3, \\ D_t^\alpha e_3 &= ae_1 - be_2 - ce_3 - d(x_1^2 + x_1y_1 + y_1^2)e_1. \end{aligned} \quad (14)$$

响应系统 (12) 为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha y_1 &= y_2 - k|e_1|\text{sign}(s), \\ D_t^\alpha y_2 &= y_3, \\ D_t^\alpha y_3 &= ay_1 - by_2 - cy_3 - dy_1^3, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $s = D_t^{\alpha-1}e_1 + \int_0^t ce_1(\tau)d\tau, \dot{k} = \theta|e_1||s|, (\theta > 0)$.

根据定理 1, 误差控制系统 (14) 式是稳定的, 即

驱动系统 (11) 通过单变量驱动使得响应系统 (15) 同步.

例 2 改进的分数阶 Liu 混沌系统为 [14]

$$\begin{aligned} D_t^q x_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2 x_3, \\ D_t^q x_2 &= bx_1 - cx_2 - x_1 x_3, \\ D_t^q x_3 &= x_1^2 - dx_3, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $q = 0.9, a = 10, b = 20, c = 2, d = 10$.

以 (16) 式为驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} D_t^q y_1 &= a(y_2 - y_1) + y_2 y_3, \\ D_t^q y_2 &= by_1 - cy_2 - y_1 y_3, \\ D_t^q y_3 &= y_1^2 - dy_3, \end{aligned} \quad (17)$$

误差系统 ($e = y - x$) 为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_1 &= a(e_2 - e_1) + x_2 e_3 + y_3 e_2, \\ D_t^\alpha e_2 &= be_1 - ce_3 - x_1 e_3 - y_3 e_1, \\ D_t^\alpha e_3 &= y_1 e_1 + x_1 e_1 - de_3. \end{aligned} \quad (18)$$

显然, 如果 $e_2 = 0$ 则 (18) 式将变为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_1 &= a(e_2 - e_1) + x_2 e_3 + y_3 e_2, \\ D_t^\alpha e_3 &= y_1 e_1 + x_1 e_1 - de_3. \end{aligned}$$

对于所有的 e_1, e_3 关于 $e_1=0, e_3=0$ 是渐进稳定的. 所以如果令 $x = (e_1, e_3)^T, z = e_2$, (18) 式将满足假设 1, 因此 (18) 式的误差控制系统是

$$\begin{aligned} D_t^\alpha e_1 &= a(e_2 - e_1) + x_2 e_3 + y_3 e_2, \\ D_t^\alpha e_2 &= be_1 - ce_3 - x_1 e_3 - y_3 e_1 - k|e_2|\text{sign}(s), \\ D_t^\alpha e_3 &= y_1 e_1 + x_1 e_1 - de_3. \end{aligned} \quad (19)$$

响应系统 (17) 为

$$\begin{aligned} D_t^q y_1 &= a(y_2 - y_1) + y_2 y_3, \\ D_t^q y_2 &= by_1 - cy_2 - y_1 y_3 - k|e_2|\text{sign}(s), \\ D_t^q y_3 &= y_1^2 - dy_3, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $s = D_t^{\alpha-1} e_2 + \int_0^t ce_2(\tau) d\tau, \dot{k} = \theta|e_2||s|, (\theta > 0)$.

根据定理 1, 误差控制系统 (19) 式是稳定的, 即驱动系统 (16) 通过单变量驱动使得响应系统 (20) 同步.

3 三维分数阶混沌系统通用单变量驱动同步电路

通过前面的分析我们已经证明该同步器

的有效性, 该同步器的电路如图 1 所示. 其中分数阶 $\frac{1}{s^a} (a=0.9)$ 电路单元电阻值和电容值 [15] 为 $C_{19} = 0.441\mu\text{F}, C_{20} = 0.487\mu\text{F}, C_{21} = 0.2937\mu\text{F}, R_1 = 63.1\text{M}\Omega, R_8 = 1.598\text{M}\Omega, R_{51} = 0.01581\text{M}\Omega$. 在以下的电路中所用的分数阶电路单元的电容和电阻均为此值.

4 参数调制数字通信

在参数调制数字通信中我们以改进的分数阶 Liu 系统为例来进行说明. 改进的分数阶 Liu 系统的同步前一部分已经做了证明, 下面我们通过电路仿真来验证同步控制器的有效性. 采用电路仿真平台 Multisim 11 进行仿真. 得到的吸引子如图 2 所示, 依次为 x_1-y_1 相图, x_1-z_1 相图, y_1-z_1 相图. 施加同步控制器之后, 驱动系统与响应系统系统状态能够很快达到同步. (x_1, y_1) 的同步误差演化如图 3 (a) 所示, (x_2, y_2) 的同步误差演化图如 3(b) 所示, (x_3, y_3) 的同步误差演化如图 3(c) 所示.

考虑到实际的电阻电容值达不到图 1 所示的电阻电容的精度, 选取 $C_{19} = 0.43\mu\text{F}, C_{20} = 0.47\mu\text{F}, C_{21} = 0.3\mu\text{F}, R_1$ 开路, $R_8 = 1.6\text{M}\Omega, R_{51} = 15.8\text{k}\Omega$ 来做硬件电路实验, 得到的相位图如图 4 所示. 通过与仿真结果图 2 的比对说明硬件实现是成功的.

在驱动系统 (16) 中, 令 $b = 20 \times [1 - \Delta b' \cdot s(t)]$,

其中 $s(t)$ 为待传的数字信息 $s(t) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \Delta b'$ 为一

小参量, 当 $\Delta b' = 0.12$ 时, 系统仍然处于混沌系统并且与响应系统不会产生明显变化, 通过待传的数字信息 $s(t)$ 将驱动系统的参数 b 调制到 $20(s(t)=0)$ 和 $17.86(s(t)=1)$ 两个数之中.

分数阶 Liu 混沌系统参数调制数字通信电路图如图 5 所示. 当 $s(t) = 0, b = 20$ 时, 响应系统与驱动系统同步, 当 $s(t) = 1, b = 17.86$ 时, 响应系统与驱动系统不同步, 这样接收者即响应系统通过判断是否同步来恢复信息 $s(t)$. 将数字信号 0,1 转变为高低电压, 然后利用高低电压来驱动压控开关, 使 b 在 20 和 17.86 之间切换. 表现在电路中就是信号在电阻 $R_{81}(5\text{k}\Omega)$ 和 $R_{82}(5.6\text{k}\Omega)$ 之间切换. 利用压控开关设计参数调制器, 电路图如图 5 中参数调制系统部分所示. 在接收端, 令 $S = |y_1 - x_1|$, 电路图如图 5 中信息恢复系统部分所示.

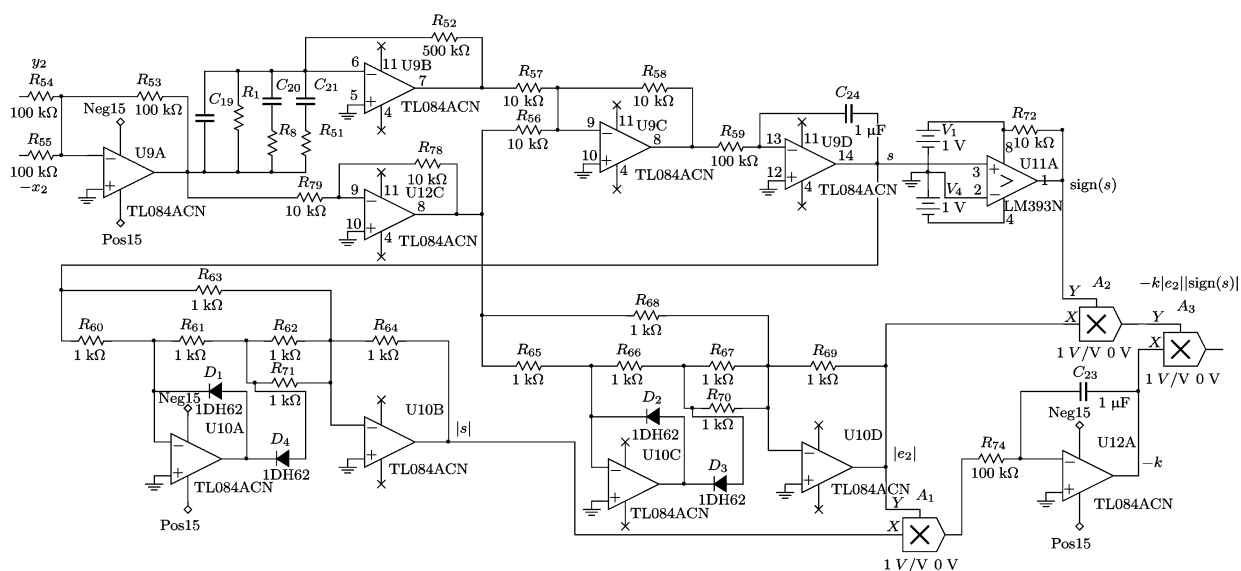


图1 单变量驱动同步控制器电路图

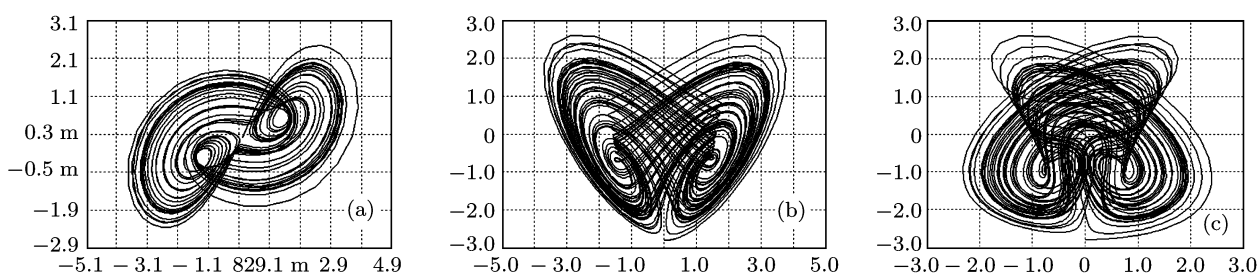


图2 混沌系统仿真吸引子 ($q=0.9$)

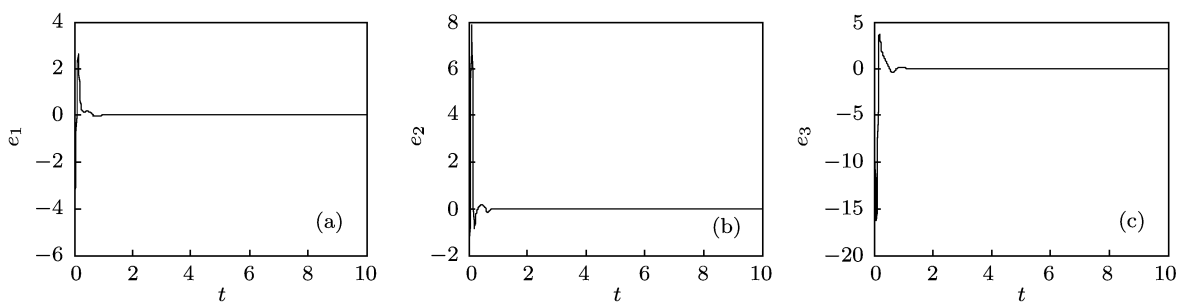


图3 系统同步误差演化图 ($q=0.9$)

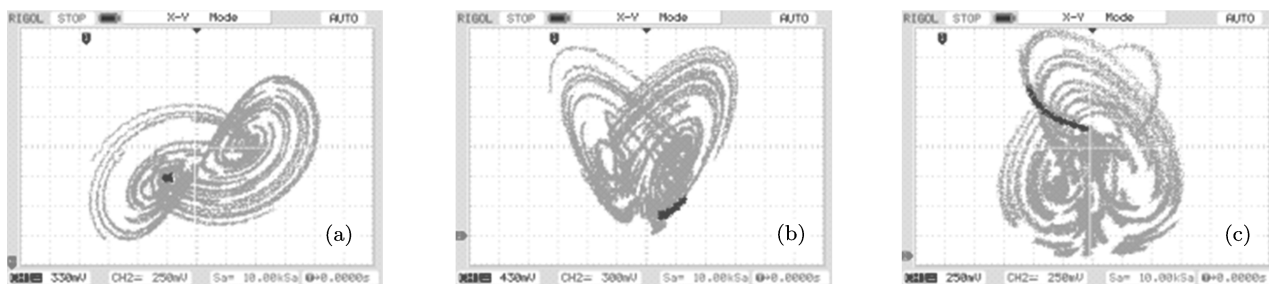


图4 混沌系统硬件电路实验相位图 ($q=0.9$)

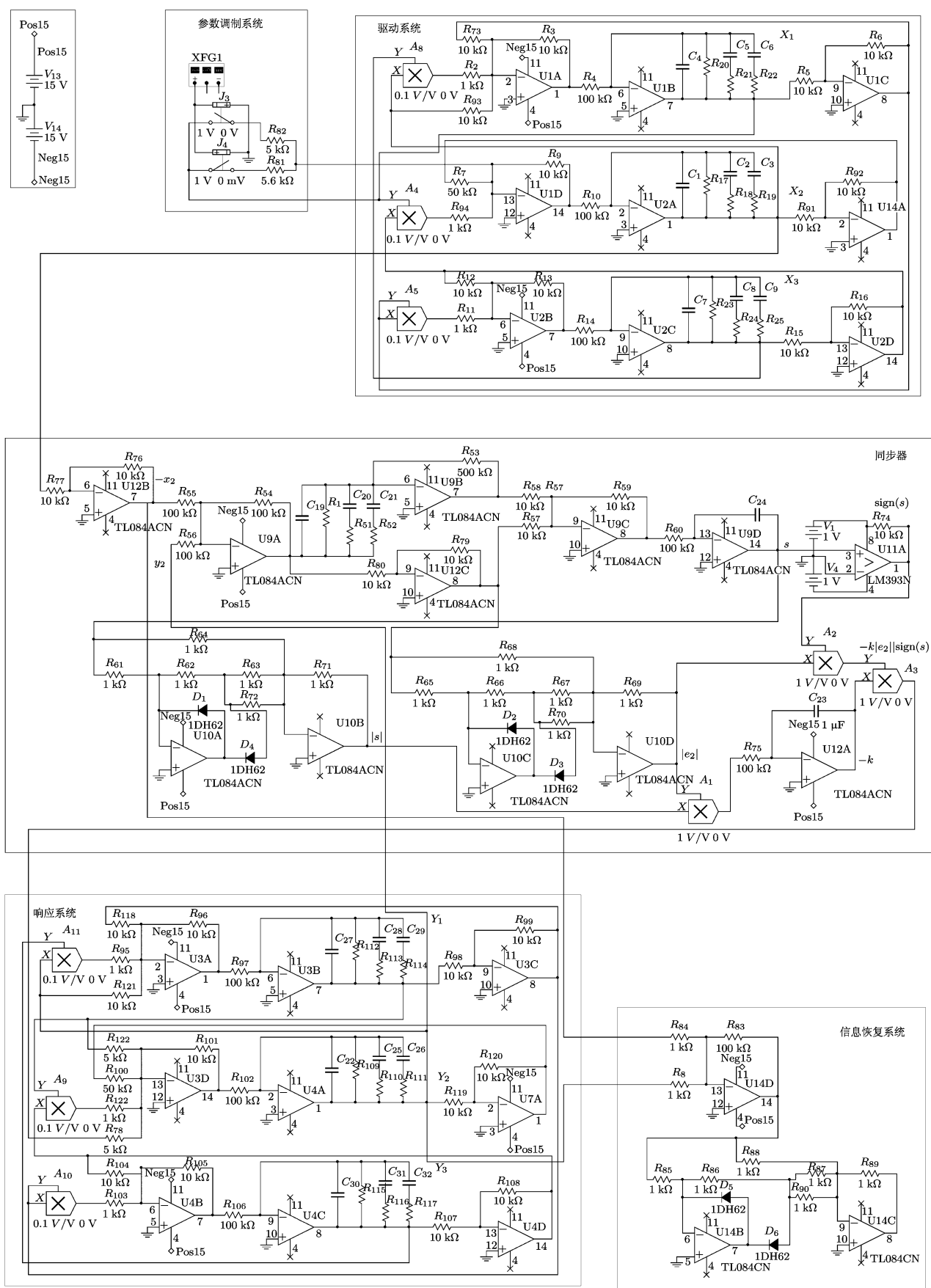


图5 混沌系统参数调制的数字通信

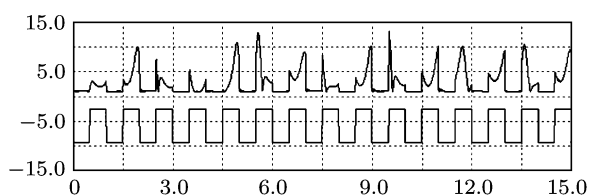


图6 电路仿真时发送信息和接收信息的状态图

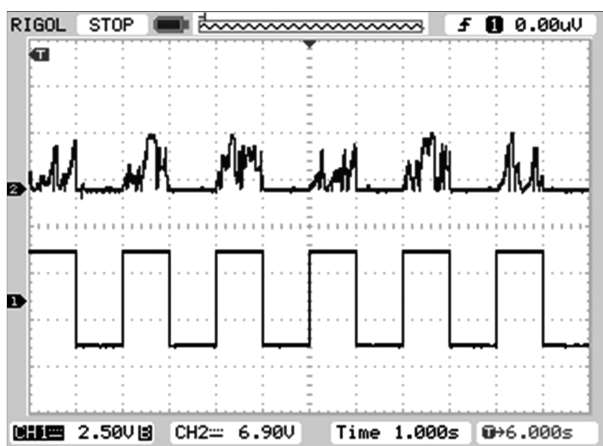


图7 实际硬件电路发送信息和接收信息的状态图

$s(t) = 0, b = 20$ 时, 驱动系统和响应系统同步, $S = 0$; $s(t)=1, b = 17.86$ 时, 驱动系统和响应系统不同步, $S>0$. $S=0$ 对应传递的信息 0, $S>0$ 对应传递的信息 1, 这样就把信息恢复出来了. 电路仿真时接收信息和发送信息的状态图如图 6 所示. 搭建实际硬件电路发送信息和接受信息状态图如图 7 所示.

从图 6 和图 7 中可以看出不管是在电路仿真中还是实际硬件电路中, 当发送的信号为低电压时接收到的信息也为一低电压, 当发送的方波信号为一高电压时, 接收到的就是非零的高电压脉冲. 由此可见, 发送的信息在接收端恢复得很好.

5 讨论

在进行参数调制数字通信过程中驱动系统的吸引子与图 2 相同. 在通信过程中系统保持了混沌状态, 并未因为参数的改变而对吸引子产生明显的变化.

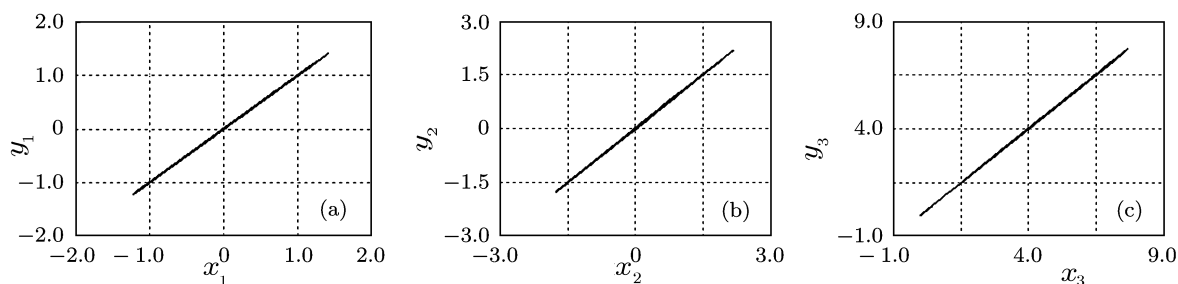


图8 (a) x_1 与 y_1 的同步仿真相图; (b) x_2 与 y_2 的同步仿真相图; (c) x_3 与 y_3 的同步仿真相图

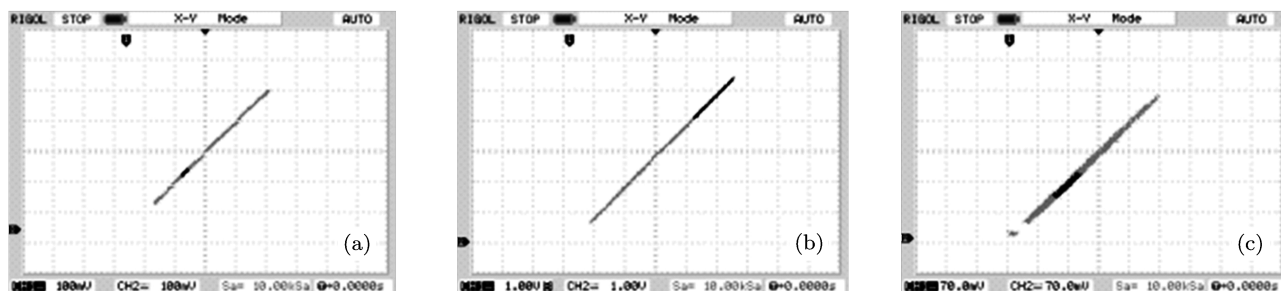


图9 (a) x_1 与 y_1 的同步硬件电路相图; (b) x_2 与 y_2 的同步硬件电路相图; (c) x_3 与 y_3 的同步硬件电路相图

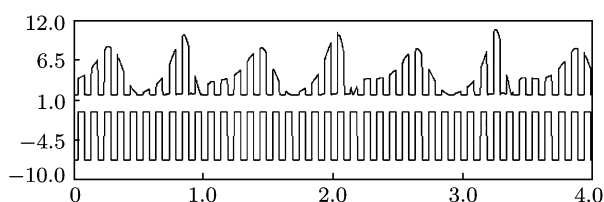


图 10 10Hz 时发送信号和接受信号的状态图

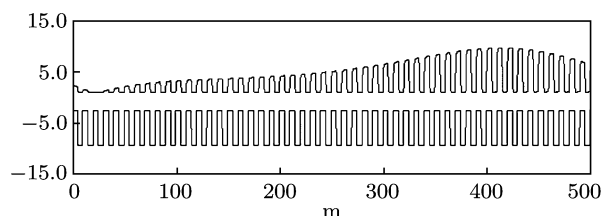


图 11 100Hz 时发送信号和接受信号的状态图

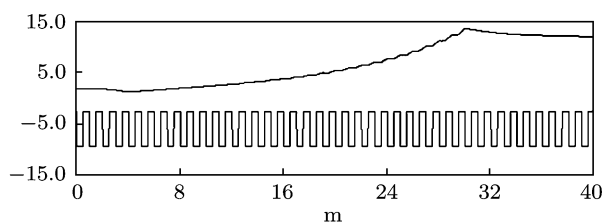


图 12 1kHz 时发送信号和接受信号的状态图

当驱动系统进行参数调制时既要满足接收端能够明显的判断出同步与否,对信息进行准确的恢复,同时还要保证发送的混沌信号不能产生明显的变化以保证通信的保密性,二者是对立的.在保证信息正确恢复的情况下对驱动系统和响应系统的态进行对比. x_1 与 y_1 相图如图 8(a) 所示. x_2 与 y_2 相图如图 8(b) 所示. x_3 与 y_3 相图如图 8(c) 所示.在相图中均为非常窄的一条直线,保持了较好的同

步性,说明发送的混沌信号未发生明显的改变,从而起到了保密通信的作用.对应的硬件电路得到相图如图 9(a),(b) 和 (c).

系统在参数调制过程中两系统若要达到同步需要一定的时间,若发送的数字方波信号频率较高时,在接收端将出现较多的错码,传输将会失败.当传输方波信号为 10Hz 时发送信号和接受信号的状态图如图 10 所示;传输方波信号为 100Hz 时发送信号和接受信号的状态图如图 11 所示;传输方波信号为 1kHz 时发送信号和接受信号的状态图如图 12 所示.

6 结论

我们研究了三维分数阶混沌系统的同步问题,设计了一种新的分数阶积分滑模面,并设计了一个自适应控制器实现了分数阶混沌系统渐进同步.所设计的控制器只包含一个驱动变量,设计简单,易于工程上实现.具有一定的理论意义和实用价值.通过两个具体分数阶混沌系统验证了所提出的同步方案的有效性.分数阶混沌系统更复杂的动力学行为,进行通信具有更高的安全性.利用所提出的分数阶混沌系统的同步方案,我们设计了参数调制通信方案,将数字信号转变为电压变化利用压控开关对响应系统的参数进行调制,使响应系统与驱动系统在同步与不同步之间变换,接收方通过对 $S = |y_1 - x_1|$ 的电路设计实现信息的恢复.该方案对于一类分数阶混沌系统参数调制通信通用.仿真实验说明发送的方波频率较低时,信息传递较为理想,随着频率的增加信息传递理想程度有所下降,对较高频率的数字方波信号传输的问题有待进一步研究.

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys.Review Lett.* **64** 821
- [2] Yu S M, Lü J H, Leung H, Chen G R 2005 *IEEE Trans.Circuits Syst. I* **52** 1459
- [3] Li Y X 2008 *J. Commu.* **29** 46 (in Chinese) [李育贤 2008 通信学报 **29** 46]
- [4] Oppenheim A V, Wornell G W, Isabelle S H, Cuomo K M 1992 *Proc.IEEEIGASSP* 4117
- [5] Kocarev L, Halle K S, Eckert K, Chua L O, Parlitz U 1992 *Int.J.Bifur.Chaos* 2709
- [6] Dedieu H, Kennedy M P, Hasler M 1993 *IEEE Trans. Circuits Systems II* 40634
- [7] Halle K S, Wu C W, Itoh M, Chua L O 1993 *Int.J.Bifur.Chaos* 3469
- [8] Sushchik M, Rulkov N, Larson L 2000 *IEEE Commun.Lett.* 4128
- [9] Li J F, Li N, Lin H 2004 *Acta Phys.Sin.* **53** 1694 (in Chinese) [李建芬, 李农, 林辉 2004 物理学报 **53** 1694]
- [10] Zhang Z X, Yu S M 2010 *Acta Phys.Sin.* **59** 3017 (in Chinese) [张朝霞, 禹思敏 2010 物理学报 **59** 3017]
- [11] Halle KS, Wu C W, Itoh M, Chua L O 1993 *Int.J.Bifur.Chaos* **3** 469
- [12] Zhang R X, Yang S P 2008 *Acta Phys.Sin.* **57** 6852 (in Chinese) [张若洵, 杨世平 2008 物理学报 **57** 6852]
- [13] Lu J G 2005 *Chaos, Solitons & Fractals* **26** 1125
- [14] Lu j j, Liu C X 2007 *Chin. Phys.* **16** 1586
- [15] Zhang R X, Yang S P 2009 *Acta Phys.Sin.* **58** 2957 (in Chinese) [张若洵, 杨世平 2009 物理学报 **58** 2957]

Parameter modulation digital communication and its circuit implementation using fractional-order chaotic system via a single driving variable*

Cao He-Fei¹⁾²⁾ Zhang Ruo-Xun^{3)†}

1) (College of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China)

2) (Department of Physics, Shijiazhuang College, Shijiazhuang 050035, China)

3) (College of Elementary Education, Xingtai University, Xingtai 054001, China)

(Received 22 April 2011; revised manuscript received 28 April 2011)

Abstract

Based on the sliding mode variable structure control theory and the adaptive control technique, a single-state adaptive-feedback controller containing a novel fractional integral sliding surface is developed to synchronize a class of fractional-order chaotic systems. According to the modulation-parameter principle, using single driving variable for a fractional order chaotic system, a kind of digital communication scheme is presented. The results of the circuit stimulation and the circuit experiment show that the information can be received and sent successfully, which demonstrates the feasibility and the effectiveness of the scheme.

Keywords: fractional-order chaotic system, single controller, adaptive synchronization, parameter modulation

PACS: 05.45.Vx, 05.45.Gg

* Project supported by the Natural Science Foundation of Hebei Province, China(Grant No. A2010000343).

† E-mail: xtzhxr@126.com