

时变时滞耦合两个不同复杂网络的自适应广义同步*

王健安†

(太原科技大学电子信息工程学院, 太原 030024)

(2011年3月8日收到; 2011年5月21日收到修改稿)

针对具有时变时滞耦合的两个不同复杂网络, 研究其广义同步问题. 基于 Barbalat 引理, 设计非线性自适应控制器使得两个网络获得广义同步. 进一步研究了具有未知拓扑结构的两个网络的广义同步问题. 数值仿真表明了本文方法的有效性.

关键词: 复杂网络, 广义同步, 时变时滞耦合, 自适应控制

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Gg

1. 引言

近年来, 以互联网为代表的计算机和信息技术的迅速发展使人类迈入了网络时代. 随着人类社会的日益网络化, 人们越来越认识到自己生活在一个充满着各式各样的复杂网络的世界中, 从而复杂网络引起人们的广泛关注. 自从小世界网络模型^[1]和无标度网络模型^[2]的提出, 有关复杂网络的特性、同步以及应用研究已成为物理、通信、计算机及生命科学等领域的研究热点^[3-5].

在有关复杂网络的研究中, 网络同步由于其应用广泛而备受关注. 从本质上说, 复杂网络的同步是一个集体行为, 需要考虑的是各个节点的最终状态一致性问题, 这是网络“内同步”所研究的主要问题, 取得了许多有意义的成果^[6-12]. 例如, 文献[6]认为在特定的耦合方式下, 耦合矩阵的第二大特征值可以表征网络的同步能力; 文献[7]认为在通常情况下, 只要耦合强度 c 的值足够大, 都会使耦合系统进入同步状态; Sorrentino 等人^[8]研究了在保持度分布不变的情况下, 度相关性对网络同步的影响, 证明负相关特性有利于对称耦合网络的同步实现. 基于自适应控制技术, Zhou 等人^[9]设计一个简单形式的控制器实现了不确定复杂网络的同步, 该方法进一步被用于复杂网络的牵制控制同步中^[10].

这些工作都极大地丰富了有关复杂网络同步的研究内容.

实际上, 复杂网络的同步不仅只局限于单个网络的“内同步”, 也有类似于混沌同步概念的两个网络间的“外同步”行为. 网络“外同步”的范围比较广泛, 既有完全同步^[13-15], 也有投影同步^[16-19]和广义同步^[20-22]等. 文献[13]利用开闭环控制研究了具有相同拓扑结构的两个动态网络的完全同步行为; Tang 等人^[14]利用自适应技术研究了两个不同拓扑结构的复杂网络间的同步, 但没有考虑耦合时滞的影响. 在文献[15]中, 提了一个新的网络外同步模型, 但文中要求两个网络的时变耦合时滞是相同的. 在文献[16]中, 作者借助于混沌投影同步的方法研究了具有部分线性特性节点的复杂网络的投影同步问题. 文献[17-19]研究了具有时变耦合时滞的两个复杂网络的投影同步问题, 但都要求这两个网络具有相同的节点动态. 通过选择合适的驱动信号, 文献[20]构造一个响应网络使之与驱动网络满足预先给定的函数关系, 实现了两个网络间的广义同步. 文献[21]研究了具有相同节点动态和拓扑结构的两个网络的线性广义同步问题. 文献[22]研究了具有不同节点动态和拓扑结构的两个复杂网络的广义同步问题, 给出了一种非线性控制器的设计方法, 但随着网络节点的增加, 其反馈

* 太原科技大学博士启动基金(批准号: 20112010)资助的课题.

† E-mail: wangjianan588@sohu.com

增益的计算量将会急剧增加.

时滞是自然界中普遍存在的一种现象,通常由有限的信号传输和记忆效应所引起,在复杂动力网络的拓扑结构中不可避免也存在着耦合时滞的情形.虽然文献 [20—22] 研究了两个复杂网络的广义同步行为,但都没有考虑到时滞因素的影响,因而其模型具有一定的保守性.

基于上述讨论,本文研究具有时变时滞耦合的两个不同复杂网络间的广义同步问题,此时的模型更具有一般性.基于 Barbalat 引理,通过设计合适的非线性自适应控制器使得两个网络获得广义同步,同时得到一些简单情形下的同步准则.由于广义同步的函数关系特性,本文结果亦可运用于以往文献有关两个复杂网络的完全同步和投影同步情形.对于具有未知拓扑结构的两个网络的广义同步问题,设计了相应的控制器和拓扑辨识规则使其实现同步.最后用两个数值算例验证了所设计方法的有效性.

2. 网络模型与预备条件

考虑由 N 个相同节点构成的时滞耦合复杂动态网络,其模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N c_{ij} \Gamma_1 x_j(t - \tau(t)), \\ i &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

这里, $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) \in R^n$ 是第 i 个节点的状态变量; $f: R^n \rightarrow R^n$ 是光滑向量函数; $\dot{x} = f(x)$ 表示单个节点的动态方程; $\tau(t)$ 为时变耦合时滞; $\Gamma_1 \in R^{n \times n}$ 是已知的常数正定对角矩阵,表示网络的内部耦合; $C = (c_{ij}) \in R^{N \times N}$ 是耦合配置矩阵,表示网络拓扑结构和节点间的耦合强度,满足如下条件:如果节点 i 和 j ($i \neq j$) 之间有连接,则 $c_{ij} > 0$ 否则 $c_{ij} = 0$ ($i \neq j$),且对角元素 $c_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

基于混沌同步中的驱动-响应的概念,我们将网络 (1) 视为驱动网络,下面给出对应的响应网络模型:

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) &= g(y_i(t)) + \sum_{j=1}^N d_{ij} \Gamma_2 y_j(t - \tau(t)) + u_i, \\ i &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}) \in R^m$ 是第 i 个节

点的状态变量; $g: R^m \rightarrow R^m$ 为光滑向量函数; $\dot{y} = g(y)$ 是驱动网络的单个节点的动态方程; $\Gamma_2 \in R^{m \times m}$ 和 $D = (d_{ij}) \in R^{N \times N}$ 的定义如同网络 (1) 中的 Γ_1 和 C ; u_i 是所需要设计的同步控制器.

其实,我们可以将两个复杂网络的外同步行为看作为两个混沌系统同步概念的一种推广.下面,我们借助于混沌系统广义同步的概念来描述网络 (1) 和 (2) 的广义同步问题,即对于给定矢量映射 $\phi_i: R^n \rightarrow R^m$ ($i = 1, 2, \dots, N$),如果存在控制器 u_i 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - \phi_i(x_i(t))) = 0$, $i = 1, 2, \dots, N$,那么网络 (1) 和 (2) 就实现了广义同步.显然,广义同步体现了一种函数映射关系,与完全同步或投影同步相比更为复杂.

注 1 从驱动-响应网络的模型可以看出本文所研究的两个网络具有如下特点: 1) 这两个网络的拓扑结构和节点动态可不相同; 2) 这两个网络的节点动态方程的维数可以不相同,即 $m \neq n$; 3) 网络的内部耦合矩阵也无需假设是对称的; 4) 考虑了耦合时滞的影响,模型更具有一般性.

为研究问题方便,需要如下的假设条件:

假设 1 对于任意的 $x \in R^n$ 和 $y \in R^n$,存在正常数 L ,满足

$$\|g(y) - g(x)\| \leq L\|y - x\|. \quad (3)$$

假设 2 时滞 $\tau(t)$ 的导数满足 $0 \leq \dot{\tau}(t) \leq \varepsilon < 1$.

在有关复杂网络的同步中,假设 1 和假设 2 是两个经常性的假设条件.在下文中,我们总是认为这两个假设条件是成立的.

3. 自适应同步控制器

为考虑问题方便,不妨首先假设拓扑结构 C 和 D 是已知的.首先,定义如下的广义同步误差:

$$e_i(t) = y_i(t) - \phi_i(x_i(t)). \quad (4)$$

为实现网络 (1) 和 (2) 的广义同步,设计如下的控制器:

$$\begin{aligned} u_i &= J_{\phi_i} f(x_i(t)) - g(\phi_i(x_i(t))) \\ &\quad - \sum_{j=1}^N d_{ij} \Gamma_2 \phi_j(x_j(t - \tau(t))) \\ &\quad + J_{\phi_i} \sum_{j=1}^N c_{ij} \Gamma_1 x_j(t - \tau(t)) - k_i e_i(t), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{k}_i = r_i \|e_i(t)\|^2, \quad (6)$$

这里, J_{ϕ_i} 是 $\phi_i(x_i)$ 的雅可比矩阵; r_i 是任意的正常数, $i = 1, 2, \dots, N$.

显然, 在控制器 (5) 作用下的误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= \dot{y}_i(t) - J_{\phi_i} \dot{x}_i(t) \\ &= g(y_i(t)) - g(\phi_i(x_i(t))) \\ &\quad + \sum_{j=1}^N d_{ij} \Gamma_2 e_j(t - \tau(t)) - k_i e_i(t). \end{aligned} \quad (7)$$

选择如下的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} (k_i - \bar{k})^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \int_{t-\tau(t)}^t e_i^T(\theta) e_i(\theta) d\theta, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, \bar{k} 是一待定的正常数.

将 $V(t)$ 沿误差系统 (7) 求导, 同时运用假设 1 和 (6) 式, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \dot{e}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} (k_i - \bar{k}) \dot{k}_i \\ &\quad + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) \\ &\quad - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)) \\ &= \sum_{i=1}^N e_i^T (g(y_i(t)) - g(\phi_i(x_i(t))) - k_i e_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T d_{ij} \Gamma_2 e_j(t-\tau(t)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k}) \|e_i(t)\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) \\ &\quad - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)) \\ &\leq (L - \bar{k} + \frac{1}{2(1-\varepsilon)}) e^T(t) e(t) \\ &\quad + e^T(t) A e(t - \tau(t)) \\ &\quad - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) \\ &\quad e_i(t-\tau(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $e(t) = (e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t))^T \in R^{mN}$;

$A = D \otimes \Gamma_2$, \otimes 表示 Kronecker 乘积.

由假设 2 可知 $\frac{1}{2} - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \leq 0$, 且对于任意的 $x, y \in R^n$ 和 $\eta > 0$, 有 $2x^T y \leq \eta x^T x + \frac{1}{\eta} y^T y$ 成立, 故

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left(L - \bar{k} + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \right) e^T(t) e(t) \\ &\quad + \frac{1}{2} e^T(t) A A^T e(t) \\ &\quad + \frac{1}{2} e^T(t-\tau(t)) e(t-\tau(t)) - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \\ &\quad \times \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)) \\ &\leq \left(L - \bar{k} + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{\max} \left(\frac{1}{2} A A^T \right) \right) e^T(t) e(t), \end{aligned} \quad (10)$$

这里的 $\lambda_{\max}(\frac{1}{2} A A^T)$ 表示矩阵 $\frac{1}{2} A A^T$ 的最大特征值.

若取 $\bar{k} = L + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} + \lambda_{\max}(\frac{1}{2} A A^T) + 1$, 则 $\dot{V}(t) \leq -e^T(t) e(t)$. 此时, $\dot{V}(t)$ 是半负定的, 且 $0 \leq V(t) \leq V(0)$. 根据 Lyapunov 函数 (8) 可知 $V(0)$ 是有界的, 因此 $V(t)$ 有界, 则 $e(t) \in L_\infty$. 将 $\dot{V}(t) \leq -e^T(t) e(t)$ 两边从 0 至 t 积分并取极限, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e^T(s) e(s) dt \leq V(0) - \lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$, 则 $e(t) \in L_2$. 同时, 由误差系统 (7) 可知 $\dot{e}(t) \in L_\infty$. 根据 Barbalat 引理 [27] 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, i = 1, 2, \dots, N$, 即网络 (1) 和 (2) 获得广义同步. 于是, 我们有如下的广义同步准则:

定理 1 如果网络 (1) 和 (2) 的拓扑结构已知, 在控制器 (5) 和 (6) 的作用下可使这两个网络获得广义同步.

针对具有时滞耦合的两个动态网络, 如果它们的拓扑结构已知, 定理 1 给出了实现其广义同步的一般控制准则. 根据定理 1, 我们很容易获得一些简单情形下的外同步准则.

推论 1 如果网络 (1) 和 (2) 没有耦合时滞的影响, 即 $\tau(t) = 0$, 运用下面的控制器可实现这两个网络的广义同步

$$\begin{aligned} u_i &= J_{\varphi_i} f(x_i(t)) - f(\phi_i(x_i(t))) \\ &\quad - \sum_{j=1}^N d_{ij} \Gamma_2 \phi_j(x_j(t)) \end{aligned}$$

$$+ J_{\phi i} \sum_{j=1}^N c_{ij} \Gamma_1 x_j(t) - k_i e_i(t), \quad (11)$$

$$\dot{k}_i = r_i \|e_i(t)\|^2. \quad (12)$$

推论 2 如果网络 (1) 和 (2) 具有相同的节点动态, 即 $f(\cdot) = g(\cdot)$, 运用下面的控制器可实现这两个网络的同步:

$$u_i = \sum_{j=1}^N (c_{ij} \Gamma_1 - d_{ij} \Gamma_2) x_j(t - \tau(t)) - k_i e_i(t), \quad (13)$$

$$\dot{k}_i = r_i \|e_i(t)\|^2. \quad (14)$$

推论 3 如果网络 (1) 和 (2) 的内部耦合矩阵和拓扑结构相同, 运用下面的控制器可实现这两个网络的同步:

$$u_i = f(x_i(t)) - g(x_i(t)) - k_i e_i(t), \quad (15)$$

$$\dot{k}_i = r_i \|e_i(t)\|^2. \quad (16)$$

注 2 文献 [22] 中的反馈增益 k 的选取与拓扑结构有关, 随着网络节点数的增加, k 的计算将会非常繁琐. 推论 1 采用自适应增益方法, 可避免这个问题. 虽然推论 2 和推论 3 考虑的是具有耦合时滞的两个动态网络的完全同步, 但对于 $\tau(t) = 0$ 时依然适用, 故可用来处理文献 [13—15] 所研究的问题. 对于文献 [16—19] 所研究的两个网络的投影同步问题, 只需将控制器 (5) 稍许简化即可.

注 3 由于广义同步体现的是一种复杂的函数映射关系, 因此广义同步控制器的形式较完全同步情形要复杂一些. 如何将该广义同步控制器简化, 使其具有更简单的形式, 将是非常有意义的, 值得进一步研究.

有时候, 网络的拓扑结构可能是未知的, 要实现此种情况下的网络广义同步类似于考虑具有未知参数混沌系统的广义同步问题. 基于定理 1 及在文献 [23—25] 研究复杂网络拓扑结构辨识的基础上, 我们可设计如下的控制器和更新规则:

$$u_i = J_{\phi i} f(x_i(t)) - g(\phi_i(x_i(t))) - \sum_{j=1}^N \hat{d}_{ij} \Gamma_2 \phi_j(x_j(t - \tau(t))) + J_{\phi i} \sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij} \Gamma_1 x_j(t - \tau(t)) - k_i e_i(t), \quad (17)$$

$$\dot{k}_i = r_i \|e_i(t)\|^2, \quad (18)$$

$$\dot{\hat{c}}_{ij} = -l_{ij} e_i^T(t) J_{\phi i} \Gamma_1 x_j(t - \tau(t)), \quad (19)$$

$$\dot{\hat{d}}_{ij} = h_{ij} e_i^T(t) \Gamma_2 \phi_j(x_j(t - \tau(t))), \quad (20)$$

这里, \hat{c}_{ij} 和 \hat{d}_{ij} 是对未知拓扑结构 c_{ij} 和 d_{ij} 的估计; l_{ij} 和 h_{ij} 是任意的正常数, $i, j = 1, 2, \dots, N$. 此时, 在控制器 (17) 作用下的误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= g(y_i(t)) - g(\phi_i(x_i(t))) \\ &+ \sum_{j=1}^N d_{ij} \Gamma_2 e_j(t - \tau(t)) \\ &+ \sum_{j=1}^N \tilde{d}_{ij} \Gamma_2 \phi_j(x_j(t - \tau(t))) \\ &- J_{\phi i} \sum_{j=1}^N \tilde{c}_{ij} \Gamma_1 x_j(t - \tau(t)) - k_i e_i(t), \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $\tilde{c}_{ij} = \hat{c}_{ij} - c_{ij}$, $\tilde{d}_{ij} = \hat{d}_{ij} - d_{ij}$. 若选择如下的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} (k_i - \bar{k})^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{h_{ij}} \tilde{c}_{ij}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{l_{ij}} \tilde{d}_{ij}^2 \\ &+ \sum_{i=1}^N \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \int_{t-\tau(t)}^t \times e_i^T(\theta) e_i(\theta) d\theta, \end{aligned} \quad (22)$$

并类似于定理 1 的分析过程, 我们有如下的同步准则:

定理 2 如果网络 (1) 和 (2) 的拓扑结构未知, 在控制器和更新规则 (17)—(20) 的作用下可使这两个网络获得广义同步.

注 4 文献 [23—26] 研究了复杂网络拓扑结构的辨识问题. 文献 [25] 在“同步流形上线性无关”的假设条件下证明了网络的未知拓扑结构能辨识至真值. 由于文献 [25] 的“线性无关”假设条件难以验证, 文献 [26] 进一步指出“同步是阻碍识别的”. 复杂网络的拓扑结构辨识问题仍是一个非常重要的问题, 值得深入研究. 在文中我们没有假设这样一个“线性无关”条件, 拓扑结构也许不会辨识至真值, 但这并不妨碍网络广义同步的实现.

4. 数值仿真

例 1 假设驱动网络含有 5 个节点, 其第 i 个节点是超混沌 Chen 系统, 响应网络含有 5 个节点, 其第 i 个节点是 Chen 混沌系统. 两个网络的节点动

态方程分别为

$$f(x_i) = \begin{pmatrix} a(x_{i2} - x_{i1}) + x_{i4} \\ dx_{i2} - x_{i1}x_{i3} + cx_{i2} \\ x_{i1}x_{i2} - bx_{i3} \\ x_{i2}x_{i3} + hx_{i4} \end{pmatrix},$$

$$g(y_i) = \begin{pmatrix} a_1(y_{i2} - y_{i1}) \\ (c_1 - a_1)y_{i1} + c_1y_{i2} - y_{i1}y_{i3} \\ -b_1y_{i3} + y_{i1}y_{i2} \end{pmatrix},$$

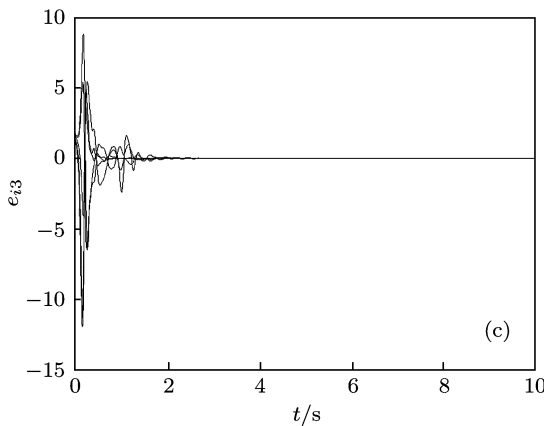
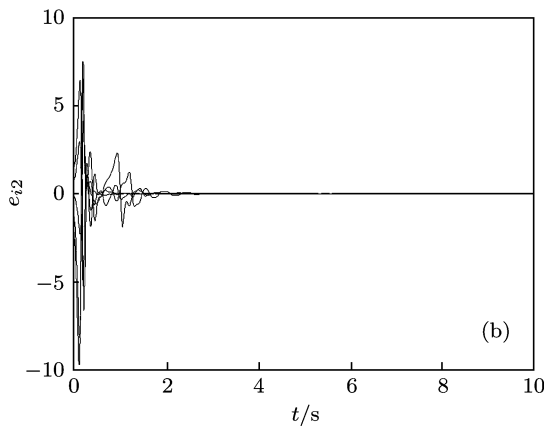
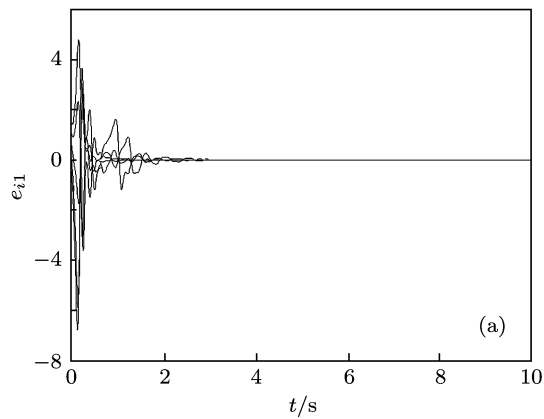


图1 广义同步误差曲线 (a) 误差 e_{i1} ; (b) 误差 e_{i2} ; (c) 误差 e_{i3}

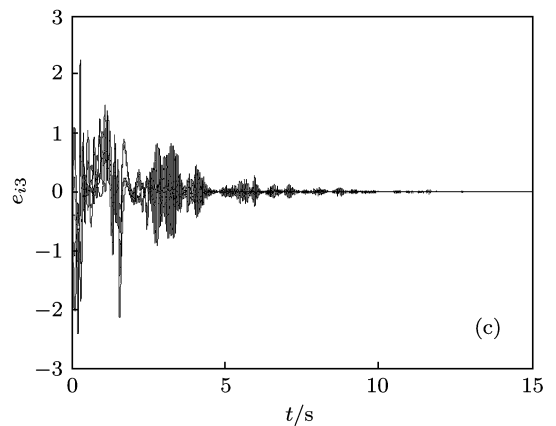
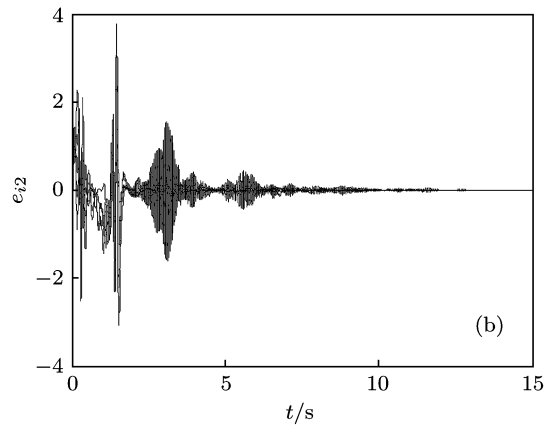
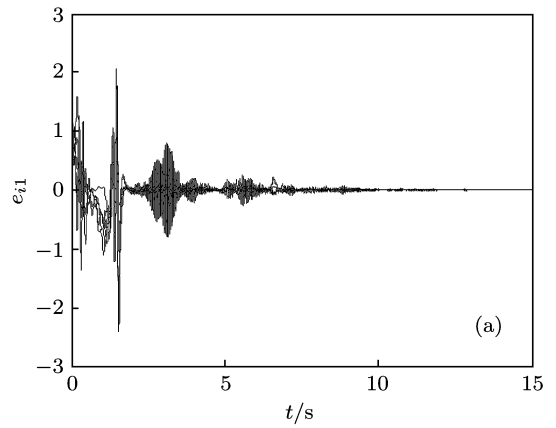


图2 拓扑结构未知时广义同步误差曲线 (a) 误差 e_{i1} ; (b) 误差 e_{i2} ; (c) 误差 e_{i3}

式中, $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, h \in (0.085, 0.798]; a_1 = 35, b_1 = 3, c_1 = 28$.

假设耦合矩阵

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix};$$

广义映射 $\phi_i(x_i) = (x_{i1}, x_{i2} + x_{i4}, x_{i3})^T$,
故 $J_{\phi_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. 选择 $h = 0.5, \Gamma_1 = I_4,$
 $\Gamma_2 = I_3, \tau(t) = 0.2$. 应用定理 1 可使这两个网络获得广义同步.

在仿真中, 选择初始条件 $x_i(0) = (0.1 + 0.4i, 0.2 + 0.4i, 0.3 + 0.4i, 0.4 + 0.4i)^T, y_i(0) = (2.2 + 0.3i, 2.3 + 0.3i, 2.4 + 0.3i)^T, k_i(0) = 3.9 + 0.1i, r_i = 1, 1 \leq i, j \leq 5$. 这两个网络之间的广义同步误差曲线如图 1 所示. 可以看出, 经过短暂时间后, 两个网络间的广义同步得以实现.

例 2 假设驱动网络含有 5 个节点, 其节点是 Lorenz 混沌系统, 响应网络含有 5 个节点, 其节点是 Chen 混沌系统. Lorenz 系统的动态方程为

$$f(x_i) = \begin{pmatrix} a(x_{i2} - x_{i1}) \\ cx_{i1} - x_{i2} - x_{i1}x_{i3} \\ -bx_{i3} + x_{i1}x_{i2} \end{pmatrix},$$

其中 $a = 10, b = 8/3, c = 28$. 所考虑的驱动 - 响应网络的耦合矩阵如例 1, 但这里假设拓扑结构未知, 即 C 和 D 未知. 假设 $\phi_i(x_i) = (x_{i1}, x_{i1} + x_{i2}, x_{i1} + x_{i2} + x_{i3})^T$, 有 $J_{\phi_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

选择 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = I_3, \tau(t) = \frac{e^t}{2 + e^t}$. 运用定理 2 可使这两个网络实现广义同步.

在仿真中, 选择初始条件为

$$\begin{aligned} x_i(0) &= (0.1 + 0.3i, 0.2 + 0.3i, 0.3 + 0.3i)^T, \\ y_i(0) &= (1.6 + 0.3i, 1.7 + 0.3i, 1.8 + 0.3i)^T, \\ k_i(0) &= 3.5 + 0.1i, \hat{c}_{ij}(0) = \hat{d}_{ij}(0) = 0.4, \\ r_i &= h_{ij} = l_{ij} = 5, 1 \leq i, j \leq 5. \end{aligned}$$

这两个网络之间的广义同步误差曲线如图 2 所示. 可见, 所设计的控制器使得具有未知拓扑结构的两个网络实现了广义同步.

5. 结论

本文研究了具有时变时滞耦合的两个不同复杂网络的广义同步问题. 基于 Barbalat 引理, 设计合适的非线性控制器实现了其广义同步. 进一步研究了具有未知拓扑结构的两个网络的广义同步问题. 仿真算例表明了该方法的有效性.

-
- [1] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
 - [2] Albert R, Jeong H, Barabai A L 1999 *Nature* **401** 130
 - [3] Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 26118
 - [4] Ravasz E, Barabai A L 2003 *Phys. Rev. E* **67** 26112
 - [5] Haken H 2005 *Physica D* **205** 1
 - [6] Wang X F, Chen G 2002 *IEEE Transactions on Circuits and Systems I* **49** 54
 - [7] Wu C W 2006 *IEEE Trans. Autom. Control* **51** 1207
 - [8] Sorrentino F, Bernardo M D, Cuellar G H, Boccaletti S 2006 *Physica D* **224** 123
 - [9] Zhou J, Lu J A, Lv J H 2006 *IEEE Trans. Autom. Control* **51** 652
 - [10] Zhou J, Lu J A, Lv J H 2008 *Automatica* **44** 996
 - [11] Luo Q, Wu W, Li L X, Yang Y X and Peng H P 2008 *Acta Phys. Sin.* **58** 1529 (in Chinese) [罗群, 吴薇, 李丽香, 杨义先, 彭海朋 2008 物理学报 **57**1529]
 - [12] Lv L, Zhang C 2009 *Acta Phys. Sin.* **59** 1462 (in Chinese) [吕翎, 张超 2009 物理学报 **58** 1462]
 - [13] Li C P, Sun W, Kurths J 2007 *Phys. Rev. E* **76** 046204
 - [14] Tang H W, Cheng L, Lu J A, Tse C K 2008 *Physica A* **387** 5623
 - [15] Chen J R, Jiao L C, Wu J S, Wang X H 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 060505
 - [16] Hu M F, Yang Y Q, Xu Z Y, Zhang R, Guo L X 2007 *Physica A* **381** 457
 - [17] Sun M, Zeng C Y, Tian L X 2008 *Phys. Lett. A* **372** 6904
 - [18] Sun M, Zeng C Y, Tian L X 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 010501
 - [19] Zheng S, Bi Q S, Cai G L 2009 *Phys. Lett. A* **373** 1553
 - [20] Shang Y, Chen M Y, Kurths J 2009 *Phys. Rev. E* **80** 027201
 - [21] Sun M, Zeng C Y, Tian L X 2010 *Commun. Nonlinear. Sci. Numer. Simul.* **15** 2162
 - [22] Wu X Q, Zheng W X, Zhou J 2009 *Chaos* **19** 013109
 - [23] Zhou J, Lu J A 2007 *Physica A* **386** 481
 - [24] Wu X Q 2008 *Physica A* **387** 997
 - [25] Liu H, Lu J A, Lv J H, Hill D J 2009 *Automatica* **45** 1799
 - [26] Chen L, Lu J A, Tse C K 2009 *IEEE Transactions on Circuits and Systems II* **56** 310
 - [27] Lee T C, Jiang Z P 2005 *IEEE Trans. Autom. Control* **50** 1147

Adaptive generalized synchronization between two different complex networks with time-varying delay coupling*

Wang Jian-An[†]

(School of Electronics Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

(Received 8 March 2011; revised manuscript received 21 May 2011)

Abstract

This paper deals with the problem of generalized synchronization (GS) between two different complex networks with time-varying delay coupling. By designing a nonlinear adaptive controller, the GS between these two networks is achieved based on Barbalat's lemma. Furthermore, when the topological structures of two networks are fully unknown, the GS problem is also discussed. Numerical simulations are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

Keywords: complex network, generalized synchronization, time-varying delay coupling, adaptive control

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Gg

* Project supported by the Doctoral Startup Foundation of Taiyuan University of Science and Technology (Grand No. 20112010).

[†] E-mail: wangjianan588@sohu.com