

光电探测器随机噪声特征量统计分布函数

闫振纲 林颖璐 杨娟 李振华 卞保民[†]

(南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

(2012年2月10日收到; 2012年4月23日收到修改稿)

基于产生光电探测器噪声信号 $\{V_i\}$ 的随机过程, 分析了随机测量中稳定不变与随机涨落两部分的不同性质, 建立了噪声信号随机性数学模型, 分析得出在随机性统计研究中对统计分布函数的非线性约束关系. 实验研究了同一随机过程中不同性质特征量随机涨落的统计计数规律, 如随机噪声信号幅度值、极值幅度、极值间隔、相邻幅度差、乘积复合特征量、商复合特征量等随机特征量涨落统计分布规律均满足对数正态分布. 从理论和实验上得出对数正态分布在描述随机过程中随机涨落部分性质的重要作用.

关键词: 噪声信号, 随机涨落, 统计分布函数

PACS: 05.40.Ca, 02.50.-r

1 引言

在众多领域对具有随机性的特征量的研究中, 随着测量精度的不断提高和测量数据量的不断增大, 越来越多的研究者使用对数正态分布函数来描述其统计特征量. 例如在股票的价格变化随机过程研究中, 著名的 Black-Scholes 期权定价模型, 模型中直接假设股票的价格服从对数正态分布函数, 后来很多的数据也证明了假设的正确^[1]; 在随机的交通环境中, 对不同车辆间距情况下的交通流速度分布研究中, 车辆跟随速度分布服从对数正态函数^[2]; 在随机脉冲信号特征量统计研究中, Torío 和 Sánchez^[3,4] 给出了随机脉冲的幅度分布及累计幅度分布均服从对数正态分布的实验结果; 彭刚等^[5] 测量空气中悬浮颗粒群光散射信号, 得出不规则颗粒群特征参数之间具有分形关系; 杨娟等^[6,7] 在悬浮随机颗粒散射光脉冲信号幅度、宽度随机性统计分布特征研究中指出计数分布服从以自然数为自变量的对数正态分布形式; 林颖璐等^[8] 研究得出噪声信号统计分布同样满足对数正态分布形式. 以上的研究结果表明, 在不同的随机过程中, 其特征量的研究统计分析都具有不对称性, 均采用

对数正态分布描述, 但都是对随机过程某一个特定性质特征参量出现次数做的统计分布研究, 并没有考虑同一随机过程中不同性质随机特征参量的统计分布及其相互联系, 也没有将随机测量过程区分为稳定与随机两部分来分析.

随着光电探测器的应用越来越广泛, 研究光电探测器噪声信号对实验的准确测量也越来越重要, 而通常研究都集中在分析噪声的产生机理^[9] 以及噪声的仿真模拟^[10] 方面, 很少从具体的随机过程出发, 研究光电探测器噪声输出信号统计特性.

本文从具体随机过程的独立随机因素之间的相互影响关系出发, 建立了噪声信号数学模型, 应用高速数据采集卡, 对光散射计数光电传感器本底噪声信号幅度值进行记录, 分析了记录值中稳定不变与随机涨落两部分的不同性质, 对信号大样本时序记录值进行详细的统计分析研究. 计算了随机噪声信号幅度值 $\{V_i\}$ 、极值幅度 $\{\psi_m\}$ 、极值间隔 $\{\kappa_m\}$ 、相邻幅度差 $\{\phi_i\}$ 、乘积复合特征量 $\{S_m\}$ 、商复合特征量 $\{D_m\}$ 等信号特征量随机涨落部分的统计分布. 实验结果表明, 上述不同性质、不同值域区间的噪声信号特征量的随机涨落计数分布均以很高的精度服从以自然数 l 为自变量的对数正态分布, 实验的统计分布函数很好地满足

[†] E-mail: bianbaomin_56@yahoo.com.cn

了模型对统计分布函数的要求. 进一步推导得出, 对数正态分布计数分布函数高精度地描述了随机测量过程中随机涨落部分的随机性统计特征.

2 光电探测器噪声信号特性分析

2.1 光电传感器噪声信号测试装置

本文采用的实验装置如图 1 所示. 光电探测器噪声信号主要是由测量装置本底散射光产生的, 经过光电探测器的收集和前置放大电路的放大, 考虑到噪声信号十分微弱并且要求便于 PCI-9812 高速数据采集卡采集和数据的分析计算, 电路增益设计可达 10^2 .

数据采集卡将光电传感器的噪声信号输入计算机存储, 然后再对测量数据进行分析计算. 在 100

级超净环境中进行实验测量, 测量系统和测量环境易于实现, 便于进行多次重复测量.

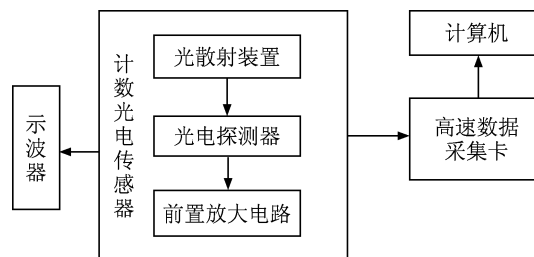


图 1 光电传感器本底噪声信号测量系统示意简图

2.2 测量信号的双参量数学模型

为了更好地研究信号统计特征, 建立描述噪声信号结构的双参量数学模型. 图 2 给出了本试验中光电探测器噪声信号 $\{V_i\}$ 的子样.

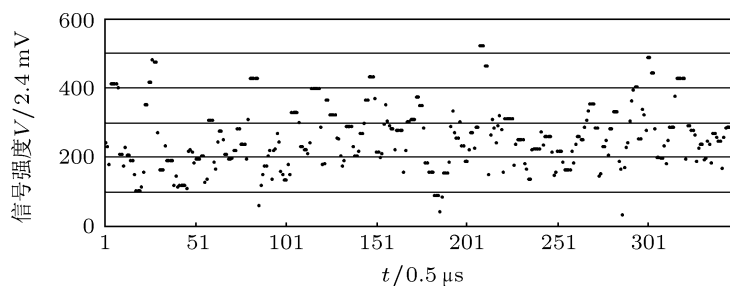


图 2 $\{V_i\}$ 在物理量平面 $V-t$ 的映射离散图

设 $\{V_i\}$ 总元素数为 N , 相邻元素时序测量差值为 $\Delta\tau_i$, 与之对应的相邻元素幅度差值为 $\Delta\phi_i$, $\{V_i\}$ 对应的持续时间为 $t = \sum_{i=1}^N \Delta\tau_i$. $\{V_i\}$ 中的最大值 V_{\max} , 最小值 V_{\min} 均为有限值, 可表示成 $V_{\max} \geq V_i \geq V_{\min}$. 对于实验测量结果幅度值 V_i , 不仅包含随机测量过程中稳定不变的部分 V_c , 而且还有对随机涨落部分的描述 ΔV_i . 因此测量结果往往表示为 $V_i = V_c + \Delta V_i$. 取 δV 代表信号幅度最小单位, 考虑具体测量, 由于被测对象——随机信号幅度的最小值与测量系统的测量精度相对应, 即 $V_{\min} = \delta V$, 通常测量样本的最小值不一定总是可以取到系统的测量精度, 但测量值肯定是测量精度的整数 l_i 倍 ($l_i \geq 1$). 理想情况下, 最小值等于稳定不变部分的大小 $V_{\min} = V_c$, 当 $V_i = V_{\min} = V_c = \delta V$ 时, $l_i = 1$, 故噪声信号 $\{V_i\}$ 去掉稳定不变部分可映射到数学 $\{l_i\}$ 模型

$$\frac{V_i - V_c + \delta V}{\delta V} \equiv l_i, \quad (1)$$

且有总分档数 $L \equiv (V_{\max} - V_{\min})/\delta V + 1$, $l_{\min} \equiv 1$. $\{V_i\}$ 到 $\{l_i\}$ 的变换意味着 $V-t$ 平面上点序列 $\{V_i\}$ 到数字 $l-i$ 坐标平面的点序列 $\{l_i\}$ 一一映射, 见图 3.

令 $\max\{\Delta\phi_i\} \rightarrow 0$, $\max\{\Delta\tau_i\} \rightarrow 0$, 则对应于 $N \rightarrow \infty$, 噪声信号模型趋于连续性形式 $V(t)$. 原理上, 所有测量值 $\{V\}$ 的有效数字加长, V_{\max} , V_{\min} 观测值的精确度随 $N \rightarrow \infty$ 的过程提高, 尾数加长. $\{V(t)\}$ 映射为 $l-i$ 坐标平面的连续曲线, 参见图 4.

函数 $l(i)$ 双参数映射模型为

$$\lim_{\substack{\delta V, \delta \tau \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{V_i - V_{\min}}{\delta V} + 1 \equiv l(i) \quad i \in [1, \infty), \quad (2)$$

所以, 连续函数 $V(t)$ 的本质是与一对物理特征参量度量单位取极限的过程 ($\delta V, \delta \tau \rightarrow 0$) 对应的数学映射 $l(i)$.

取 N 代表一次测量周期对应的信号总数, 依据 (1) 式按照幅值大小排序后, 设 N_{l_i} 表示幅值满

足 $V_i = l_i \cdot \delta V + (V_{\min} - \delta V)$ 的信号个数, 则随机噪声信号集合的基本概率分布函数为 $\tilde{p}(l_i) \equiv N_{l_i}/N$. 函数 $\tilde{p}(l_i)$ 的分布形式随总样本量 N 的增大趋于稳定, 而在有限观测值域 $[V_{\min}, V_{\max}]$ 下, 当总分档

数 $\lim_{\substack{\delta V, \delta \tau \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} L \rightarrow \infty$, 在有限大的几何平面示意形式下, 直方图分布 $\tilde{p}(l_i)$ 将对应于连续概率密度函数形式 $p(l_i)$.

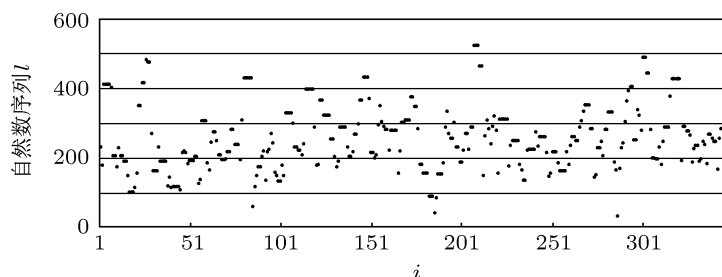


图3 $\{V_i\}$ 到坐标平面 $(l-i)$ 的映射离散图

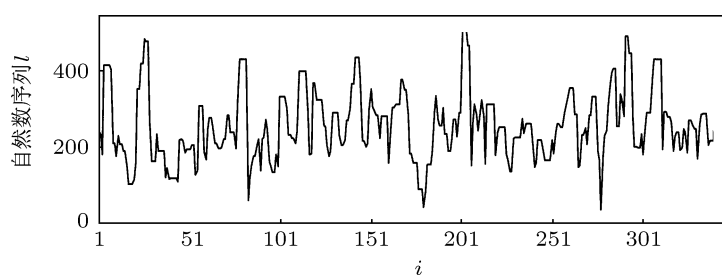


图4 噪声信号 $\{V(t)\}$ 的连续光滑曲线映射 $l(i)$ 示意图

2.3 基于双参量模型的噪声信号不同性质特征量分析

对于测量得到的随机集合——噪声信号 $\{V\}$, 依据相邻时序信号记录值变化的单调性, 定义随机信号的两个基本特征量序列: 极大值序列 $\{V_{\max,m}\}$ 和极小值序列 $\{V_{\min,m}\}$, 参见图 5, 能够发现还有多种与噪声信号变化有关的基本特征. 根据不同的运算规则, 可以定义随机集合 $\{V\}$ 的不同性质特征量集合, 如相邻信号幅度极大值与极小值的差值 $\psi_m = V_{\max,m} - V_{\min,m}$ (下降沿幅值), $\tilde{\psi}_m = V_{\min,m} - V_{\max,m+1}$ (上升沿幅值) (m 为自然数序列) 涨落, 对应的分布函数为 $p(\Delta\psi_m)$; 相邻信号幅度极大值极小值之间的序列间隔 κ_m 涨落, 对应的分布函数为 $p(\Delta\kappa_m)$ 等信号极值性质的特征量. 还有更复杂的特征参数, 如描述信号包围面积的特征量, 乘积参量 $S_m \equiv \kappa_m \cdot \psi_m$, 其随机涨落对应的分布函数为 $p(\Delta S_m)$; 描述信号上升沿下降沿性质的商特征量 $D_m \equiv \kappa_m/\psi_m$, 其随机涨落对应的分布函数为 $p(\Delta D_m)$, 以及信号的导数关系, 相邻信号幅度的差值 $\phi_i = V_{i+1} - V_i$, 对应的涨落分

布函数为 $p(\Delta\phi_i)$.

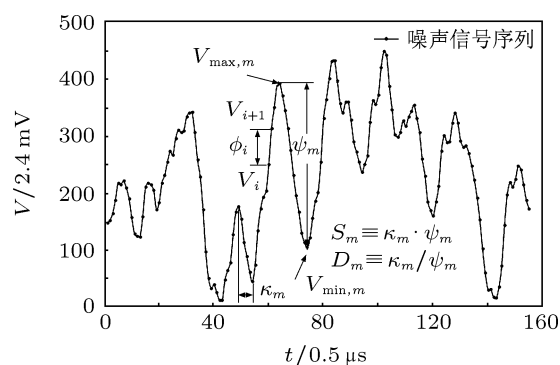


图5 光电探测器本底噪声信号特征量示意图

不同性质的特征量对应的分布函数虽然不完全相同, 但都是同一环境随机作用所致 $\{V\}$ 内部的特征参量结构模型, 是各种独立作用因素 A_j 之间相互约束的反映. 作为同一环境中随机作用的反映, 上述各种计数统计分布函数的类型应该相同, 分析各种计数统计分布函数, 有利于对随机过程中的随机特性进行研究.

按照特定条件下光电传感器的噪声信号变化 $\{\Delta V\}$ 幅度值大小顺序进行统计, 可建立相应的统计函数模型. 计数分布函数 $p(l)$ 是噪声信号 $\{\Delta V\}$ 产生环境中随机作用的表现形式之一.

3 光电传感器噪声信号特征量统计分布函数的实验研究

3.1 实验设计

统计分布函数描述噪声集合内部结构的稳定性. 元素总量、信号幅度分辨率、信号采集时序间隔等测试参数的选择必须考虑到信号的基本性状. 光电探测器噪声信号主要源于测量装置本底散射光对应的内光电效应, 同时也与探测器工作状态参数有关, 如反向偏置电压设置、光信号收集效率、放大电路增益稳定性、供电稳定性、光电转换效率稳定性等.

本文采用 808 nm, 50 mW 连续激光准直光束, 以 100 级超净环境中的空气分子为本底散射光源, 光敏区体积约为 $0.5 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$; 选用新型光电探测器, 光敏面尺寸为 $6 \text{ mm} \times 9 \text{ mm}$, 工作时反向偏置电压设计为 12 V, 暗电流不大于 10^{-9} A ; 前置电路应用低噪声运放, 响应时间设计为 10^{-6} s , 带宽为 5 MHz, 电路增益可达 10^2 ; 采样气体平均流速约为 10 m/s, 流量设计为 28.3 L/min; 信号输出为交流形式, 信号幅度最大变化范围为 5 V, 最多可分布在 2048 个相邻的电压通道内, 单通道电压间隔 $\Delta V \approx 2.44 \text{ mV}$, 信号最大采集率 20 MHz (对应时间精度 $\Delta \tau$ 约为 $0.05 \mu\text{s}$), 单次连续采集样数据量可达 10^7 .

3.2 噪声信号统计模型

对于图 1 所示的噪声信号测试系统 B, 与信号幅度 V 直接单调正相关的独立因素有光敏区激光等效光强 I 、光敏区等效分子数 n 、传感器散射光等效收集率 S 、探测器光电转换效率 η 、电路增益 H 等. 信号幅度变化 $\{\Delta V\}$ 与各独立参量的涨落有关. 但可以推定, V_{\min} 与各独立参量都取到最小值的条件对应, V_{\max} 则与各独立参量都取到最大值的条件对应. 令独立参量 A 的最小度量单位 δA , 与 $\{\Delta V\}$ 对应应有 $\{\Delta A\} \equiv \{A - A_{\min} + \delta A\}$. 光电

传感器噪声信号模型可表示为

$$\Delta V \propto \Delta I^{\alpha_I} \Delta n^{\alpha_n} \Delta S^{\alpha_S} \Delta \eta^{\alpha_\eta} \dots \Delta H^{\alpha_H} \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

无量纲数 α 代表噪声信号产生环境中不同参量随机涨落范围内的正相关变化规律, 一般情况下 $\alpha \neq 1$. 取 B 代表环境稳定特征参量, 即 $\{\Delta V\}$ 被理解为独立参量随机涨落的效应, 对于给定的测量环境, 则有特征量

$$B \equiv \frac{\Delta V}{\Delta n^{\alpha_n} \Delta I^{\alpha_I} \Delta S^{\alpha_S} \Delta \eta^{\alpha_\eta} \dots \Delta H^{\alpha_H}}, \quad (4)$$

(4) 式不满足变量平移不变性. 该模型的可信程度可根据测试数据统计结果加以检验. 由无量纲数组成的噪声信号数学模型为

$$\frac{\Delta V}{\delta V} = \left(\frac{\Delta n}{\delta n}\right)^{\alpha_n} \left(\frac{\Delta I}{\delta I}\right)^{\alpha_I} \left(\frac{\Delta S}{\delta S}\right)^{\alpha_S} \times \left(\frac{\Delta \eta}{\delta \eta}\right)^{\alpha_\eta} \dots \left(\frac{\Delta H}{\delta H}\right)^{\alpha_H}, \quad (5)$$

也可以表示为

$$l_{V_i} = (l_{n_i})^{\alpha_n} (l_{I_i})^{\alpha_I} (l_{S_i})^{\alpha_S} (l_{\eta_i})^{\alpha_\eta} \dots (l_{H_i})^{\alpha_H}. \quad (6)$$

对于一系列的测量数据, 相乘再开方, 可得

$$B \equiv \left(\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N l_{V_i}} \right) / \left(\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{n_i})^{\alpha_n}} \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{I_i})^{\alpha_I}} \right. \\ \times \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{S_i})^{\alpha_S}} \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{\eta_i})^{\alpha_\eta}} \dots \\ \left. \times \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{H_i})^{\alpha_H}} \right), \quad (7)$$

即在双参量噪声信号模型中统计参数选取几何平均值形式. 由几何平均值的定义可得

$$\overline{l_X^{\alpha_X}} \equiv \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{X_i})^{\alpha_X}} = \left(\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N l_{X_i}} \right)^{\alpha_X} = \overline{l_X}^{\alpha_X}, \quad (8)$$

上式取自然对数可得

$$\ln \overline{l_X^{\alpha_X}} = \ln \left[\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (l_{X_i})^{\alpha_X}} \right] = \ln \left[\prod_{l_X=1}^L l_X^{\alpha_X \tilde{p}(l_X)} \right] \\ = \alpha_X \left[\sum_{l_X=1}^L \ln l_X \cdot \tilde{p}(l_X) \right] = \alpha_X \ln \overline{l_X}, \quad (9)$$

(9) 式是对 $\tilde{p}(l_X)$ 函数的一种非线性约束关系.

取 $\lim_{\substack{N \gg L \\ \delta X \rightarrow 0}} L \equiv \lim_{\substack{N \gg L \\ \delta X \rightarrow 0}} \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\delta X} + 1 \rightarrow \infty$ 条件, 有 $\lim_{\substack{N \gg L \\ \delta X \rightarrow 0}} \tilde{p}(l_X) \rightarrow p(l_X)$ 连续形概率密度函数. 将 $p(l_X)$ 代入 (9) 式, 即有 $\ln l_X$ 的数学期望

$$E(\ln l_X) = \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ \delta X \rightarrow 0}} \sum_{l_X=1}^L \ln l_X \cdot \tilde{p}(l_X) = \int_1^{\infty} \ln l_X \cdot p(l_X) dl_X = \ln \bar{l}_X. \quad (10)$$

无量纲数组成的噪声信号数学模型使用几何均值可表示成

$$\bar{l}_V = (\bar{l}_n)^{\alpha_n} (\bar{l}_I)^{\alpha_I} (\bar{l}_S)^{\alpha_S} (\bar{l}_\eta)^{\alpha_\eta} \dots (\bar{l}_H)^{\alpha_H}. \quad (11)$$

由于特征参量具有独立意义, 因此严格意义上任意两个特征参量之间不存在严格的正比关系. 即一般情况下 $\alpha \neq 1$, 但一般模型中经常近似取 $\alpha \approx 1$.

3.3 噪声信号不同性质特征参量测试数据计数分布

实验测量得到的 8×10^6 个光电传感器噪声信号离散记录值的计数统计结果参见图 6. 点列数据代表测量值, 连续曲线代表以测量值统计分布极大值为对称中心的水平镜像曲线, 在高精度的测量分析中, $\{V_i\}$ 的统计计数分布具有明显的单峰不对称性.

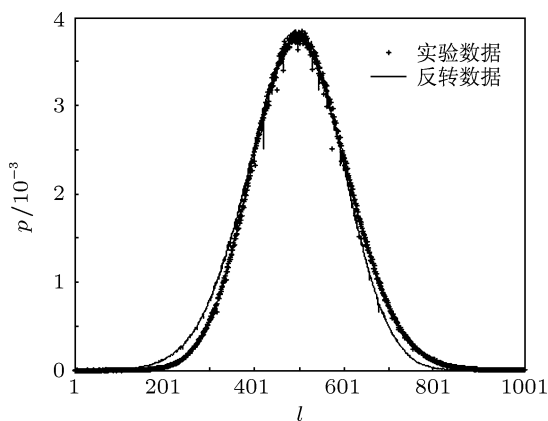


图 6 幅值 $\{V_i\}$ 计数分布对称性对比

图 7 给出以自然数 l 为自变量的对数正态分布统计函数进行拟合的结果, 容易看出, 统计分布以极高的精准度与 $p(l_x)$ 函数符合. 函数的具体形式为

$$p(l_x) = \frac{\Delta l_x \cdot \delta X}{\Omega_X [X - (X_{\min} - \delta X)] \sigma_{X,\ln}} \times e^{-\frac{(\ln[X - (X_{\min} - \delta X)] - \ln X_\mu)^2}{2\sigma_{X,\ln}^2}}$$

$$= \frac{\delta l_x}{\Omega_X l_x \sigma_{X,\ln}} e^{-\frac{(\ln \frac{l_x \delta X}{l_X \delta X})^2}{2\sigma_{X,\ln}^2}} \quad (12)$$

$$\delta l_x \equiv \frac{1}{\Omega_X l_x \sigma_{X,\ln}} e^{-\frac{(\ln \frac{l_x}{l_X})^2}{2\sigma_{X,\ln}^2}}, \quad (12)$$

当测量精度 δX 趋于零, $L \rightarrow \infty$, 分布函数 $p(l_x)$ 为连续函数形式, 其统计特征参量、几何均值的对数形式为: $\ln \bar{l}_X \equiv \int_1^{\infty} \ln l_x \cdot p(l_x) dl_x$, 离散度定义为 $\sigma_{X,\ln}^2 \equiv \int_1^{\infty} (\ln l_x - \ln \bar{l}_X)^2 p(l_x) dl_x$. (12) 式的统计分布函数很好地满足理论模型分析中 (10) 式对计数统计分布函数的要求, 考虑到通道数 $L > \bar{l}_X \gg 1$ 足够多的条件, 取归一化系数 $\Omega_X = \sqrt{2\pi}$ 拟合, 相关参数见表 1. 当各种独立参量 A 取值均为一个最小度量单位 δA 时, 信号幅度取到最小值 $V_{\min} = 1\delta V$, 这个最小值就是噪声幅度信号稳定不变的部分, V_{\max} 与各种独立参量 A 取最大值对应.

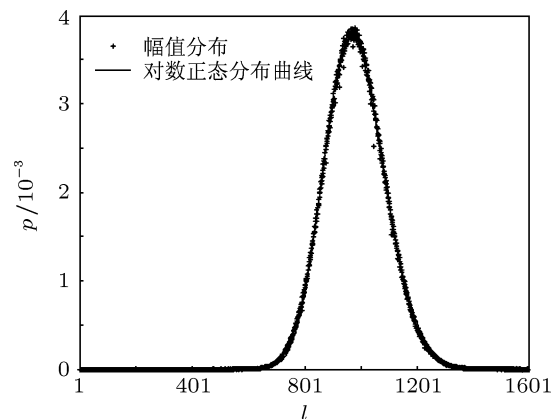


图 7 幅值变化 $\{\Delta V_i\}$ 计数分布拟合曲线

实验测量得到的记录值 $\{V_i\}$ 依相邻时序信号变化的单调性如图 4 所示, 噪声信号的性质除了信号幅度单一特征量外, 还有其他更复杂性质的特征量: 相邻极大值与极小值的差值 (极值幅度 $\{\psi_m\}$), 相邻极大值与极小值之间的宽度间隔 (极值间隔 $\{\kappa_m\}$). 这类性质的特征量是噪声信号内部极值之间的关系, 能够更加细致地刻画信号的极值特性和极值疏密等信息.

实验研究随机噪声特征量极值幅度涨落 $\{\Delta\psi_m\}$ 和极值间隔涨落 $\{\Delta\kappa_m\}$, 进行统计计算, 对应的计数分布曲线和拟合曲线分别参见图 8 和图 9, 拟合曲线的计算参数参见表 1.

表 1 噪声信号特征量 $\{\Delta V_i\}$, $\{\Delta\psi_m\}$, $\{\Delta\kappa_m\}$ 统计分布函数的相关参数

测量对象	测量数据			拟合数据	
	总样本量 N	统计参量 $\overline{l_X}$	统计参量 σ_{\ln}	统计参量 $\overline{l_X}$	统计参量 σ_{\ln}
$\{\Delta V_i\}$	7894683	974.13	0.1091	978.33	0.1088
$\{\Delta\kappa_m\}$	1047575	48.76	0.1942	48.87	0.1970
$\{\Delta\psi_m\}$	1047574	38.43	1.3854	27.17	2.2210

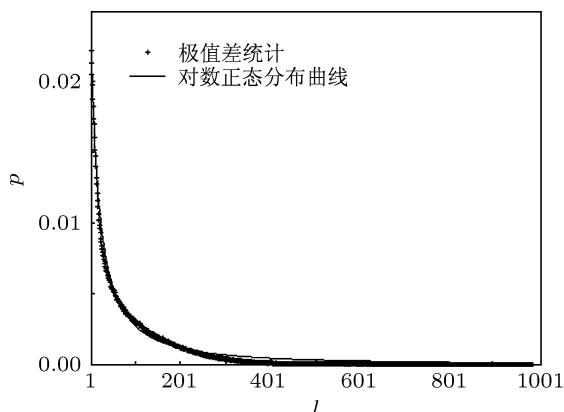


图 8 极值幅度涨落 $\{\Delta\psi_m\}$ 统计曲线

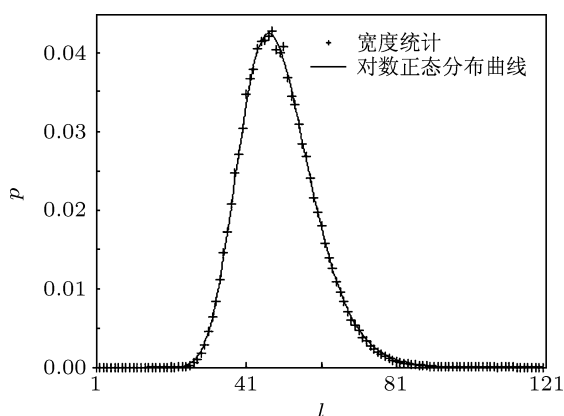


图 9 极值间隔涨落 $\{\Delta\kappa_m\}$ 统计曲线

图 8 中特征量极值幅度涨落 $\{\Delta\psi_m\}$ 的统计分布为单调结构, 这是由于信号幅度极值的选取减少了数据量, 增大数据的离散度, 极大值减极小值的运算再一次增大了离散度. 模型计算参数 $\sigma_{\ln}^2 > \ln \overline{l_X}$, 对于这种离散度比较大的随机分布, 也有很多研究者用幂函数形式代替上述统计函数 [11,12]. 极值幅度 $\{\psi_m\}$ 的最小值与幅度的最小值一致, 为稳定不变量, 极值幅度的最大值为 $\psi_{\max} = V_{\max} - V_{\min}$, 当数据量足够多时 $\{\psi_m\}$ 可以取到最大值.

特征量极值间隔涨落 $\{\Delta\kappa_m\}$ 的统计分布仍然是不对称的单峰结构, $\{\Delta\psi_m\}$ 计数分布的单

调结构和 $\{\Delta\kappa_m\}$ 计数分布的不对称单峰结构都与 (12) 式的对数正态模型曲线高精度符合. 因此, 不仅单一性质的噪声信号特征量计数分布满足以自然数序列为自变量的对数正态分布, 而且噪声信号内部复杂性质的特征量计数分布也同样满足.

噪声信号更加复杂的不同性质的特征量有: 噪声信号包络面积值大小的特征量, 乘积复合特征量 $\{S_m \equiv \psi_m \cdot \kappa_m\}$; 噪声信号下降沿或者上升沿的斜率特征量, 商复合特征量 $\{D_m \equiv \kappa_m / \psi_m\}$; 描述信号幅度值之间内部关系的特征量, 比如相邻幅度差值 $\{\Delta\phi_i \equiv V_{i+1} - V_i\}$.

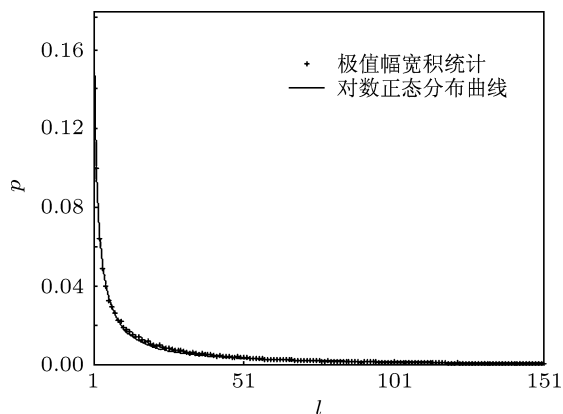


图 10 乘积复合特征量涨落 $\{\Delta S_m\}$ 统计分布

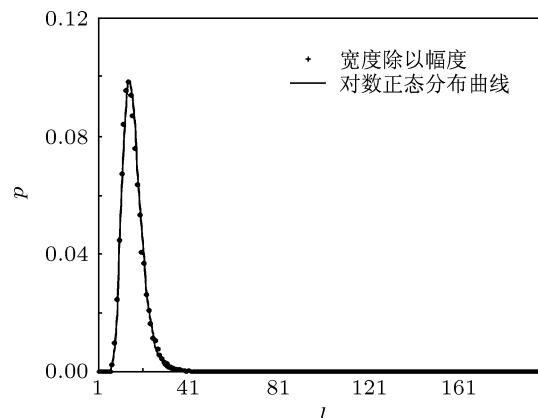


图 11 商复合特征量涨落 $\{\Delta D_m\}$ 统计分布

组成这些复合特征量的随机量都已经实验证

明满足自然数序列的对数正态分布, 对于复合随机特征量涨落计数统计规律的研究, 能够更高层次地说明随机过程中各种随机特征量涨落应该都具有相同的统计规律, 这种相同的统计规律正是其共同具有的随机性质的描述.

乘积复合特征量涨落 $\{\Delta S_m\}$ 统计分布如图 10 所示, 其单调结构由于乘积运算增大了数据的离散度, 乘积复合特征量稳定不变的部分

为其最小值 $S_{\min} = \psi_{\min} \cdot \kappa_{\min}$, 对应的最大值为 $S_{\max} = \psi_{\max} \cdot \kappa_{\max}$. 同理, 商复合特征量稳定不变部分. 其最小值为 $D_{\min} \equiv \kappa_{\min}/\psi_{\max}$, 减去其稳定不变量, 商复合特征量涨落 $\{\Delta D_m\}$ 统计分布如图 11 所示.

单峰和单调的结构同样能够很高精度地使用统一的统计分布函数描述, 其拟合曲线的计算参数参见表 2.

表 2 噪声信号 $\{\Delta S_m\}, \{\Delta D_m\}, \{\Delta \phi_i\}$ 统计分布函数的相关参数

测量对象	总样本量 N	测量数据		拟合数据	
		统计参量 \bar{l}_X	统计参量 σ_{\ln}	统计参量 \bar{l}_X	统计参量 σ_{\ln}
$\{\Delta S_m\}$	1047574	8.07	1.4748	5.00	3.00
$\{\Delta D_m\}$	1047586	15.45	0.29	15.45	0.27
$\{\Delta \phi_i\}$	7894682	317.95	0.08	317.9	0.08

4 噪声信号相邻幅度差值讨论

以上讨论的不同性质的特征量, 由于其选取时的运算规则决定其取值都在正数域内, 然而对于相邻幅度信号的差值, 其取值不仅有正数, 也有大量的负数, $\{\phi_i\}$ 的计数统计分布如图 12 所示, 其最小值为 $\phi_{\min} = V_{\min} - V_{\max}$, 对应的最大值为 $\phi_{\max} = -\phi_{\min}$.

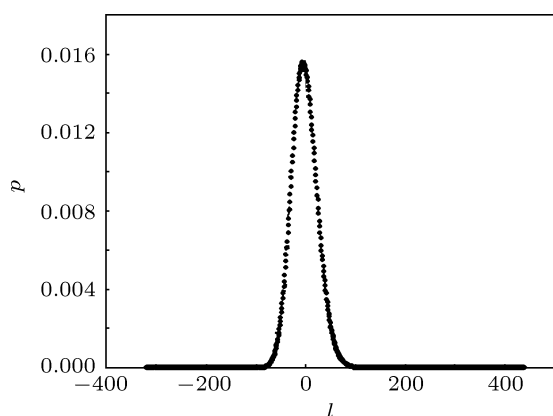


图 12 相邻幅度差 $\{\phi_i\}$ 计数统计曲线

由于噪声信号实验测量采用等间隔 $\Delta\tau$ 采样的方式, 相邻幅度差可以看作噪声信号幅度的导数 $V'_i = \phi_i/\Delta\tau$, 其导数也是由稳定不变和随机涨落两部分组成, $V'_i = V'_m + \Delta V'_i$. 噪声信号的导数可以表示为 $V'_i = (V_{i+1} - V_i)/\Delta\tau = (l_{i+1} - l_i)\delta V/\Delta\tau = \Delta l_i \delta V/\Delta\tau$, 时间间隔 $\Delta\tau = 1$, 噪声信号幅度的导数在数值上与噪声信号相邻幅度差一

致, 随机过程测量中噪声信号导数的涨落映射到数学模型 $\{l_i\}$ 的形式为 $(V'_i - V'_m)/(\delta V/\Delta\tau) + 1 \equiv l_i$, 其中噪声信号幅度的导数在随机测量中的稳定不变部分为 $V'_m = (V_{\min} - V_{\max})/\Delta\tau = \phi_{\min}/\Delta\tau$, 如图 12 所示. $V'_m = 320 \times \delta V/\Delta\tau$, 从每一个幅度导数中去掉稳定不变的部分, 仅研究噪声信号相邻幅度差的随机涨落情况, 得到图 13 的分布曲线, 依然是不对称结构, 能够很好地与对数正态分布曲线符合, 拟合曲线的计算参数参见表 3.

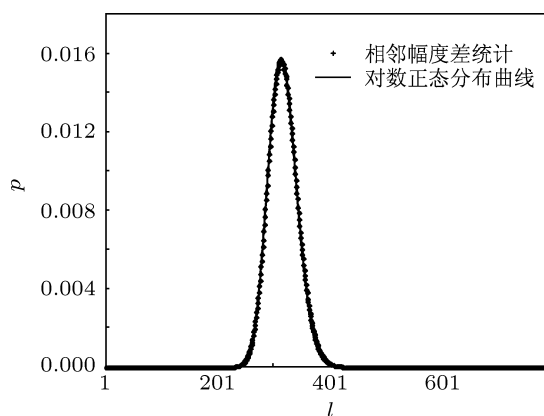


图 13 随机涨落 $\{\Delta \phi_i\}$ 统计及拟合曲线

综上所述, 对于噪声随机过程, 不同性质、不同复杂程度的随机特征量研究中, 特征量的取值不仅仅局限在正数域内, 还有负数的存在, 负数的最小值为稳定不变部分的反映, 减去不变量, 仅研究特征量随机涨落部分的计数分布, 不论是单峰结构, 还是单调结构, 都具有明显的不对称性, 并且都能够

高精度地与自然数序列的对数正态分布吻合, 并且对数正态函数能够很好地满足噪声信号数学模型对统计分布函数的要求, 并且以自然数为自变量的对数正态分布形式能够很好地描述随机过程中随机涨落部分的性质.

表3 噪声信号不同性质特征量的最值表

	$\{V_i\}$	$\{\psi_m\}$	$\{\kappa_m\}$	$\{S_m\}$	$\{D_m\}$	$\{\phi_i\}$
最大值	2277	2276	45	102420	22.0000	430
最小值	1	1	2	2	0.0135	-320

5 结论

本文从产生光电探测器噪声信号的随机过程

出发, 建立了噪声信号随机性数学模型. 分析得出随机环境中, 对统计分布函数的满足非线性关系的要求, 随机过程中是由性质不同的稳定不变部分与随机涨落部分组成. 实验通过对随机噪声信号幅度值、极值幅度、极值间隔, 乘积复合特征量、商复合特征量等不同性质信号特征量随机涨落部分的统计分布规律研究, 均满足对数正态分布. 进一步分析了特征值出现负数的噪声信号导数随机涨落计数统计性质, 得出以自然数为自变量的对数正态分布形式是对随机涨落部分随机性进行统计计数描述的基本形式.

- [1] Kristensen D, Mele A 2011 *J. Financ. Econ.* **102** 390
- [2] Wang Q, Li L, Hu J M, Zou B 2011 *J. Tsinghua Univ. (Sci. Tech.)* **51** 309 (in Chinese) [王祺, 李力, 胡坚明, 邹斌 2011 清华大学学报 (自然科学版) **51** 309]
- [3] Torío P, Sánche M G 2009 *IEEE Trans. Consumer Electron.* **55** 1798
- [4] Torío P, Sánchez M G 2007 *IEEE Trans. Vehicul. Technol.* **56** 2844
- [5] Peng G, Lai X M, Yan Z G, Bian B M, Lu J 2010 *Acta Opt. Sin.* **30** 6 (in Chinese) [彭刚, 赖小明, 闫振纲, 卞保民, 陆建 2010 光学学报 **30** 6]
- [6] Yang J, Bian B M, Peng G, Yan Z G, Li Z H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7713 (in Chinese) [杨娟, 卞保民, 彭刚, 闫振纲, 李振华 2010 物理学报 **59** 7713]
- [7] Yang J, Bian B M, Yan Z G, Wang C Y, Li Z H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100506 (in Chinese) [杨娟, 卞保民, 闫振纲, 王春勇, 李振华 2011 物理学报 **60** 100506]
- [8] Lin Y L, Yan Z G, Wang C Y, Bian B M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100505 (in Chinese) [林颖璐, 闫振纲, 王春勇, 卞保民 2012 物理学报 **61** 100505]
- [9] Huang X N 2000 *J. Qinghai Normal Univ. (Natural Science)* **4** 48 (in Chinese) [黄湘宁 2000 青海师范大学学报 **4** 48]
- [10] Guo C L, Sun J J, Fang R C 2003 *Opt. Tech.* **29** 636 (in Chinese) [郭从良, 孙金军, 方容川 2003 光学技术 **29** 636]
- [11] Shu X M, Fang J, Shen S F, Liu Y J, Yuan H Y, Fan W C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4466 (in Chinese) [疏学明, 方俊, 申世飞, 刘勇进, 袁宏永, 范维澄 2006 物理学报 **55** 4466]
- [12] Xu M, Alfano R R 2005 *Opt. Lett.* **30** 3051

The distribution functions of characteristic quantities for random noise signal of photodetector

Yan Zhen-Gang Lin Ying-Lu Yang Juan Li Zhen-Hua Bian Bao-Min[†]

(Department of Information Physics and Engineer, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(Received 10 February 2012; revised manuscript received 23 April 2012)

Abstract

Based on the random process of the photodetector noise signals $\{V_i\}$, the different characteristics of the two parts of the random measurement—stability constant part and random fluctuation part are analyzed. A new mathematical model of the random noise signal is established. The theoretical analysis shows that the statistical distributions must obey the relationship of nonlinear transform. The distribution laws of the different characteristic quantities in the same random process are studied experimentally, such as, the amplitude of extreme, the amplitudes of the rising edge and falling edge, the interval between extreme points, the difference between adjacent amplitudes, the product value of the quantities and the quotient value of the quantities. And the statistical distribution of these characteristic quantities matches well with the form of the lognormal distribution. From the theoretical and experimental results we can conclude that the lognormal distribution plays an important role in describing the random fluctuation part characteristic of random process.

Keywords: noise signal, random fluctuations, lognormal distribution

PACS: 05.40.Ca, 02.50.-r

[†] E-mail: bianbaomin_56@yahoo.com.cn