一个新的网格多翅膀混沌系统及其电路实现

周欣 王春华[†] 郭小蓉

(湖南大学信息科学与工程学院, 长沙 410082)

(2012 年 2 月 13 日收到; 2012 年 4 月 10 日收到修改稿)

提出了一个新的三维二次自治混沌系统, 与大多数广义 Lorenz 系统一样, 该系统只能产生双翅膀吸引子. 依据该双翅膀混沌系统平衡点和吸引子的拓扑结构, 设计合适的非线性函数可以将其改进为一个产生网格多翅膀吸引子的混沌系统. 对该网格多翅膀混沌系统的基本动力学特性进行了分析, 证实了多翅膀吸引子的混沌特性. 最后设计了混沌电路, 给出了多翅膀混沌吸引子的电路仿真结果, 证实了理论设计与电路实现的一致性.

关键词: 新三维二次自治混沌系统, 平衡点, 非线性函数, 网格多翅膀混沌吸引子

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

1 引 言

近年来, 混沌由于其在系统控制和保密通信等领域的广阔应用前景而得到广泛关注和深入研究 [1−4]. 混沌应用于保密通信领域时, 通信系统的保密性能取决于混沌动力系统的复杂性, 用动力学特性简单的混沌信号作为加密信号的时候, 保密系统很容易遭到破译和攻击. 产生复杂混沌吸引子信号发生器方面的研究引起了人们的极大兴趣, 构造具有多涡卷或多翅膀拓扑结构的吸引子成为研究的一个热点. 目前, 能产生多涡卷吸引子的系统屡见报道, 自从 Suykens 和 Vandewalle[5] 于 1993 年成功地构造了单方向的多涡卷混沌系统之后, 人们通过使用一些非光滑函数 (非线性函数), 如饱和函数 [6]、多项式和阶跃函数 [7]、时滞系统和阶跃序列 [8] 等, 实现了各种复杂的多涡卷吸引子. 然而在多翅膀吸引子特别是网格多翅膀混沌吸引子研究方面, 相关的文献报道很少. 主要原因是由于阈值效应的限制, 大部分混沌系统其吸引子都局限在正半空间或其镜像的负半空间里, 从而只能产生双翅膀混沌吸引子. 文献 [9—15] 报道了一些能产生 4 翅膀的混沌系统, 但其并没有形成系统的方法, 而主要依靠在仿真过程中的发现. 最近文献 [16—20] 报道了多翅膀混沌的最新研究成果, 在几类广义 Lorenz 系统中产生了多翅膀吸引子. 但这些混沌系统的数量十分有限, 并且文献 [16—18] 中混沌系统并没有打破阈值的限制, 吸引子的翅膀只能在单个方向进行延伸而不能演变为更为复杂的网格状. 文献 [19, 20] 报道了两种网格多翅膀混沌系统, 但其均是通过改进已有的双翅膀混沌系统而构成. 寻找和设计新的打破阈值限制的网格多翅膀混沌系统仍然是一个富有挑战性的重要课题.

本文首先提出了一个新的三维二次广义 Lorenz 系统, 数值仿真可知, 新系统能产生一个典型的双翅膀蝴蝶形混沌吸引子. 依据此双翅膀混沌系统的特点构造参数可调多分段平方函数并设计一个新的阶梯函数, 使该系统中指标为 2 的鞍焦平衡点在固定的 y 方向和 z 方向进行延伸, 将其改进为一个可以产生 $(2+2N)\times(2+2M)$ 翅膀的网格多翅膀混沌系统. 通过非线性函数中的可调参数可以灵活地控制吸引子翅膀的数量、大小及其相对位置. 分析了网格多翅膀混沌系统的基本动力学特性, 包括平衡点的分布、时域波形、频谱、分岔

† E-mail: wch1227164@sina.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

图和最大 Lyapunov 指数谱. 最后进行了混沌电路的设计和仿真, 证实了数值模拟和电路仿真结果的一致性.

2 网格多翅膀混沌系统的设计

本节将讨论网格多翅膀混沌系统的设计. 首先提出了一个能产生双翅膀混沌吸引子的新三维二次自治广义 Lorenz 系统, 然后通过设计与之对应的非线性函数将其扩展成能产生 $(2N+2)\times(2M+2)$ 翅膀吸引子的混沌系统.

2.1 新三维二次自治广义 Lorenz 系统

首先, 提出一个新三维二次双翅膀混沌系统, 其无量纲状态方程为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = a(y-x), \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = bx + 0.6y - zx, \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = g(y) - c, \end{cases} \tag{1}$$

其中 a, b, $c \in \mathbb{R}^+$, x, y, z 是状态变量, $g(y) = 2y^2$. 当 $a = 1$, $b = 0.9$, $c = 0.32$, 初始条件为 $[0.1, 0.1, 0.1]^{\mathrm{T}}$ 时, 图 1 为系统在 y-z 平面的相图. 容易计算得系统的 3 个平衡点为 $Q_0(0,0,0)$, $Q_1(0.4,0.4,1.5)$ 和 $Q_2(-0.4,-0.4,1.5)$. 对于平衡点 Q_0 可计算得其特征值为 $\lambda_1 = -1.441$, $\lambda_2 = 1.041$ 和 $\lambda_3 = 0$, 因此, Q_0 为不稳定的鞍点. 对于 Q_1 和 Q_2, 其具有相同的特征值 $\lambda_1 = -0.7281$, $\lambda_1 = 0.1641 + 0.9230\mathrm{i}$ 和 $\lambda_3 = 0.1641 - 0.9230\mathrm{i}$, 三个特征值中有一个是负数, 另外两个是实部为正的共轭复数, Q_1 和 Q_2 是指标为 2 的不稳定鞍焦平衡点. 通过文献 [21] 可知, 混沌吸引子的两个翅膀是围绕着指标为 2 的不稳定的鞍焦平衡点 Q_1 和 Q_2 发展而来的. 该新三维混沌系统的三个 Lyapunov 指数分别为 $\lambda_{\mathrm{L1}} = 0.1563$, $\lambda_{\mathrm{L2}} = 0.0019$, $\lambda_{\mathrm{L3}} = -0.5543$. 由于具有一个正的 Lyapunov 指数, 说明了系统 (1) 的混沌特性.

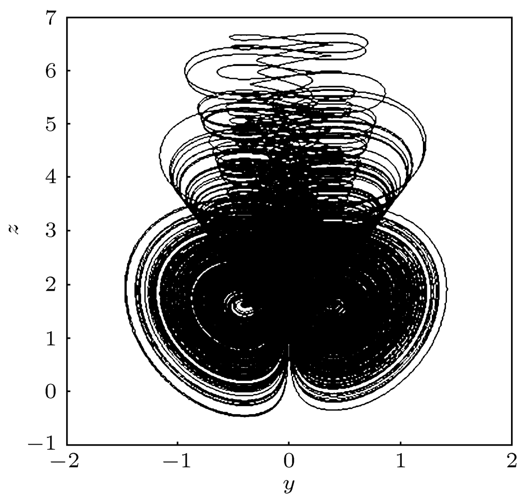

图 1 系统 (1) 在 y-z 平面吸引子相图

2.2 构造网格多翅膀混沌系统

混沌系统 (1) 和大多数广义 Lorenz 系统一样, 只能产生一个围绕着两个不稳定鞍焦平衡点发展成的双翅膀的混沌吸引子. 多翅膀 (多涡卷) 混沌系统的设计准则在于通过设计合适的非线性函数以扩展系统在平面或空间里指标为 2 的鞍焦平衡点. 基于这种思想将系统 (1) 中的 $g(y)$ 改造为参数可调多分段平方函数 $f_N(y)$, 可以使得系统的翅膀在 y 方向延伸. 另外设计一种新的阶梯函数 $f_M(z)$ 并与符号函数 $\mathrm{sgn}(z)$ 组合, 可以实现 z 方向翅膀的延伸. 图 2 给出了非线性函数 $f_N(y)$ 和 $f_M(z)$ 的图形. 构造出新的网格多翅膀混沌系统, 其无量纲状态方程为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = a(y-x), \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0.9x + 0.6y - zx \cdot f_M(z), \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = [f_N(y) - 0.32] \cdot \mathrm{sgn}(z), \end{cases} \tag{2a}$$

$$\begin{cases} f_N(y) = g(y) + \displaystyle\sum_{i=1}^{N} \{A_i\,[\mathrm{sgn}(y+a_i) \\ \qquad -\mathrm{sgn}(y-a_i) - 2]\}, \\ f_M(z) = \mathrm{sgn}(z) - \displaystyle\sum_{j=1}^{M} \{B_j\,[\mathrm{sgn}(z+b_j) \\ \qquad +\mathrm{sgn}(z-b_j)]\}, \end{cases} \tag{2b}$$

其中 $a = 1$, A_i, a_i, B_j, b_j 均为可调参数. N, M 是非线性函数中累加的项数, $0 \leqslant i \leqslant N$, $0 \leqslant j \leqslant M$. 当 $N = 0$, $M = 0$ 时, 累加项消失, 系统可产生 2×2 翅膀的混沌吸引子, 如图 3(a) 所示. 当 $N \neq 0$ 或 $M \neq 0$ 时, 为了使混沌吸引子的翅膀在空间里均匀分布, 将非线性函数 $f_N(y)$ 和 $f_M(z)$ 的间隔取

为一致, 即 $a_i = iK, b_j = jG$. 通过研究, 可调参数之间满足以下关系式:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} A_i = NK(NK+0.8), \\ (1.5+MG)\left(1-2\sum_{j=1}^{M} B_j\right) = 1.5. \end{cases} \tag{3}$$

取 $K = 1, G = 3$, 根据 (3) 式容易计算出可调参数 A_i, a_i, B_j, b_j 的取值如表 1 和表 2 所示.

表 1 可调参数 A_i, a_i 的取值

N	A_1	A_2	A_3	a_1	a_2	a_3
1	1.8	—	—	1	—	—
2	1.8	3.8	—	1	2	—
3	1.8	3.8	5.8	1	2	3

表 2 可调参数 B_j, b_j 的取值

M	B_1	B_2	b_1	b_2
1	1/3	—	3	—
2	1/3	1/15	3	6

根据 (2a), (2b) 式结合表 1 和表 2, 可以产生任意的 $(2N+2)\times(2M+2)$ 网格多翅膀混沌吸引子, 网格翅膀的数量由 $f_N(y)$ 和 $f_M(z)$ 的具体形式及可调参数决定. 例如, 当 $N = 0, M = 1$ 时, 可以产生 2×4 翅膀的混沌吸引子如图 3(b) 所示. 当 $N = 1, M = 0$ 时, 可以产生 4×2 翅膀的混沌吸引子如图 3(c) 所示. 图 3(d)—(f) 展示了几个更为复杂的网格多翅膀吸引子的相图. 图 4 所示为几类网格多翅膀吸引子的时域波形 $z(t)$, 表明系统轨线能在 z 方向正半空间和负半空间里自由地往返穿越.

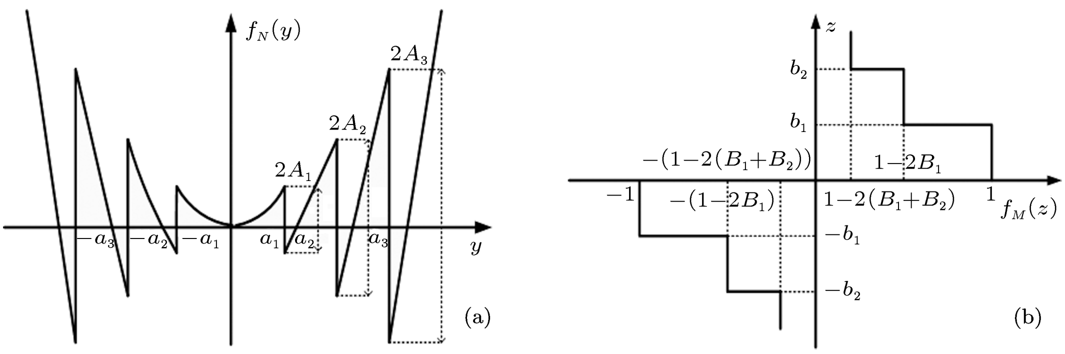

图 2 非线性函数图形 (a) 参数可调多分段平方函数 $f_N(y)$; (b) 新的阶梯函数 $f_M(z)$

3 系统的基本动力学特性

本节分析网格多翅膀混沌系统 (2a) 的基本动力学特性, 包括系统的耗散性、平衡点分布、系统在时域和频域的分析以及随控制参数 a 改变时的分岔图与最大 Lyapunov 指数谱, 并说明可调参数 A_i, a_i, B_j, b_j 的物理意义.

3.1 对称性和耗散性

对系统进行 $(x, y, z) \to (-x, -y, -z)$ 的变量替换, 其表达形式不变, 易知系统 (2a) 关于原点对称. 由于

$$\nabla V = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z} = -1 + 0.6$$
$$= -0.4 < 0, \tag{4}$$

则系统 (2a) 是耗散的, 且以指数形式收敛: $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \mathrm{e}^{-0.4t}$, 体积元 V_0 在时刻 t 时收缩为体积元 $V_0\mathrm{e}^{-0.4t}$, 即意味着当 $t\to\infty$ 时, 所有的系统轨迹都会被限制在体积为零的集合上, 它的渐进行为会被固定在吸引子上.

3.2 平衡点分布及其稳定性

根据 (2a) 式, 令 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = 0$, 得平衡点方程为

$$\begin{cases} (y-x) = 0, \\ 0.9x + 0.6y - xz\cdot f_M(z) = 0, \\ \left[2y^2 - 0.32 + f_N(y)\right]\cdot \mathrm{sgn}(z) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

由 (5) 式求得除平衡点 $Q(0,0,0)$ 外, 其余平衡点 $Q(x_{\pm n}^{(q)}, y_{\pm n}^{(q)}, z_{\pm m}^{(q)})$ 的表达式为

$$\begin{cases} x_{\pm n}^{(q)} = y_{\pm n}^{(q)} = \begin{cases} \pm 0.4 \quad (n=0), \\ \pm\sqrt{0.16+\sum\limits_{i=1}^{n} A_i} \quad (1 \leqslant n \leqslant N), \end{cases} \\ z_{\pm m}^{(q)} = \begin{cases} \pm 1.5 \quad (m=0), \\ \pm\dfrac{1.5}{1-2\sum\limits_{j=1}^{m} B_j} \quad (1 \leqslant m \leqslant M). \end{cases} \end{cases} \tag{6}$$

根据表 1 和表 2 的相关数据及 (6) 式, 设 $N = 3$, $M = 2$, 得 y-z 相平面上的 48 个平衡点分布如图 5 所示, 图中用 • 表示平衡点. 易知通过引入参数可调多分段平方函数 $f_N(y)$ 和新的阶梯函数 $f_M(z)$ 可将原系统中的两个不稳定鞍焦平衡点扩展成为 $(2N+2)\times(2M+2)$ 个不稳定的鞍焦平衡点. 可计算得 8×6 翅膀混沌吸引子的平衡点 $Q(x_{\pm n}^{(q)}, y_{\pm n}^{(q)}, z_{\pm m}^{(q)})$ 为

$$\begin{cases} x_{\pm 0}^{(q)} = y_{\pm 0}^{(q)} = \pm 0.4, x_{\pm 1}^{(q)} = y_{\pm 1}^{(q)} = \pm 1.4, \\ x_{\pm 2}^{(q)} = y_{\pm 2}^{(q)} = \pm 2.4, x_{\pm 3}^{(q)} = y_{\pm 3}^{(q)} = \pm 3.4, \\ z_{\pm 0}^{(q)} = \pm 1.5, z_{\pm 1}^{(q)} = \pm 4.5, z_{\pm 2}^{(q)} = \pm 7.5. \end{cases} \tag{7}$$

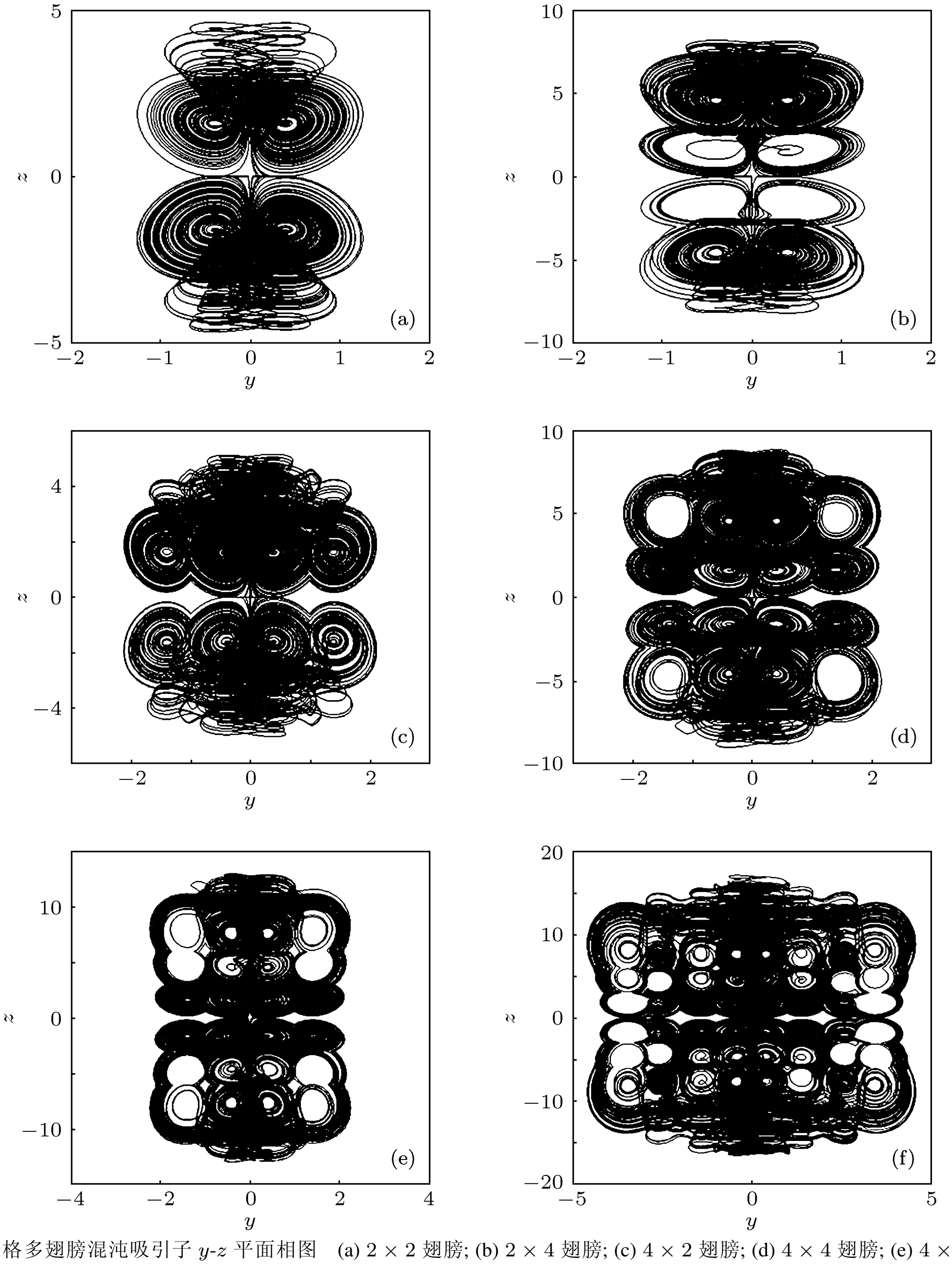

图 3 网格多翅膀混沌吸引子 y-z 平面相图 (a) 2×2 翅膀; (b) 2×4 翅膀; (c) 4×2 翅膀; (d) 4×4 翅膀; (e) 4×6 翅膀; (f) 8×6 翅膀

依据 (2a) 和 (2b) 式将系统线性化处理, 可得在平衡点 $Q(x_{\pm n}^{(q)}, y_{\pm n}^{(q)}, z_{\pm m}^{(q)})$ 处的 Jacobin 矩阵为

$$J_Q = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0.9 - z_{\pm m}^{(q)} \cdot K_1 & 0.6 & -x_{\pm n}^{(q)} \cdot K_1 \\ 0 & 4y_{\pm n}^{(q)} \cdot K_2 & 0 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中 $K_1 = f_M(z_{\pm m}^{(q)})$, $K_2 = \mathrm{sign}(z_{\pm m}^{(q)})$ 是在相应平衡点处非线性函数的取值. 为了考察系统的稳定性, 考虑每一个平衡点所对应的 Jacobin 矩阵并计算其特征值, 相关的结果在下式中给出:

$$\begin{cases} Q(x_{\pm 0}^{(q)}, y_{\pm 0}^{(q)}, z_{\pm 0}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.7281 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.1641 \pm 0.9230\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 0}^{(q)}, y_{\pm 0}^{(q)}, z_{\pm 1}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.6160 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.1080 \pm 0.5785\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 0}^{(q)}, y_{\pm 0}^{(q)}, z_{\pm 2}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.5697 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.0849 \pm 0.4663\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 1}^{(q)}, y_{\pm 1}^{(q)}, z_{\pm 0}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9393 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2697 \pm 2.8764\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 1}^{(q)}, y_{\pm 1}^{(q)}, z_{\pm 1}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.8662 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2331 \pm 1.7213\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 1}^{(q)}, y_{\pm 1}^{(q)}, z_{\pm 2}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.8199 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2100 \pm 1.3668\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 2}^{(q)}, y_{\pm 2}^{(q)}, z_{\pm 0}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9726 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2881 \pm 4.8497\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 2}^{(q)}, y_{\pm 2}^{(q)}, z_{\pm 1}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9383 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2691 \pm 2.8483\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 2}^{(q)}, y_{\pm 2}^{(q)}, z_{\pm 2}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9088 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2544 \pm 2.2373\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 3}^{(q)}, y_{\pm 3}^{(q)}, z_{\pm 0}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9876 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2938 \pm 6.8362\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 3}^{(q)}, y_{\pm 3}^{(q)}, z_{\pm 1}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9658 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2829 \pm 3.9849\mathrm{i}, \\ Q(x_{\pm 3}^{(q)}, y_{\pm 3}^{(q)}, z_{\pm 2}^{(q)}) : \gamma_1 = -0.9470 \sigma_1 \pm \mathrm{j}\omega_1 = 0.2535 \pm 3.1131\mathrm{i}. \end{cases} \tag{9}$$

计算结果表明, 图 5 中用 • 表示的 48 个平衡点均为指标为 2 的鞍焦平衡点, 并且每一个指标为 2 的鞍焦平衡点都能产生一个与之对应的翅膀.

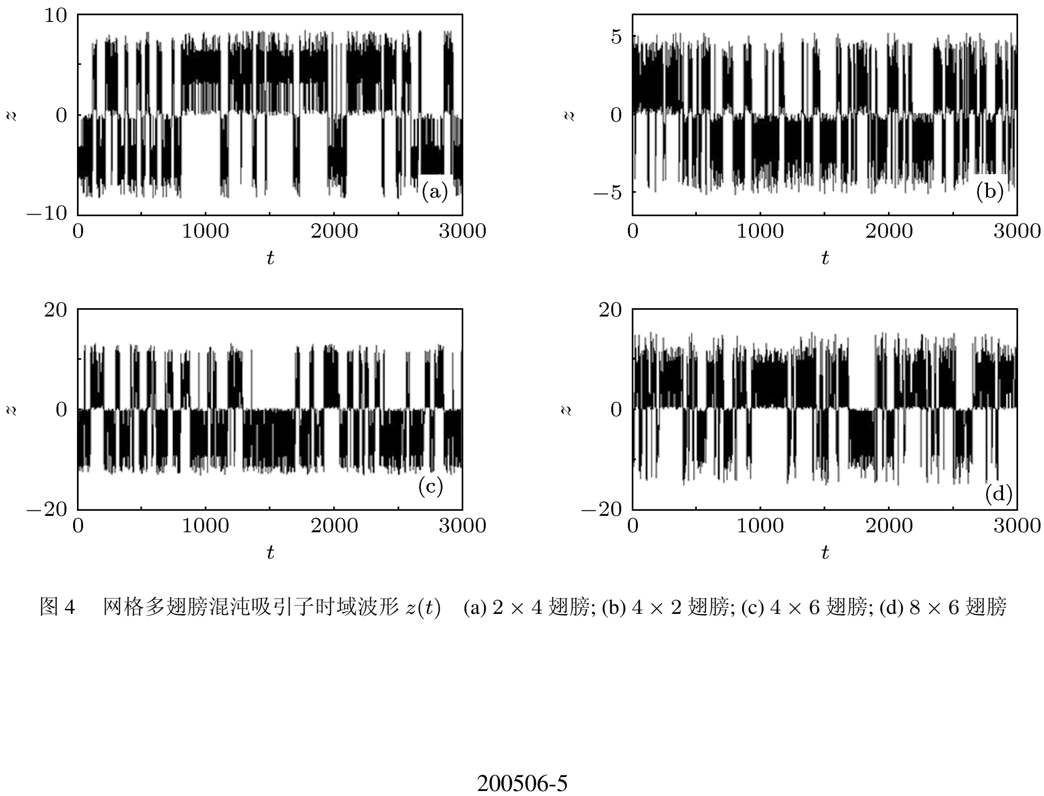

图 4 网格多翅膀混沌吸引子时域波形 $z(t)$ (a) 2×4 翅膀; (b) 4×2 翅膀; (c) 4×6 翅膀; (d) 8×6 翅膀

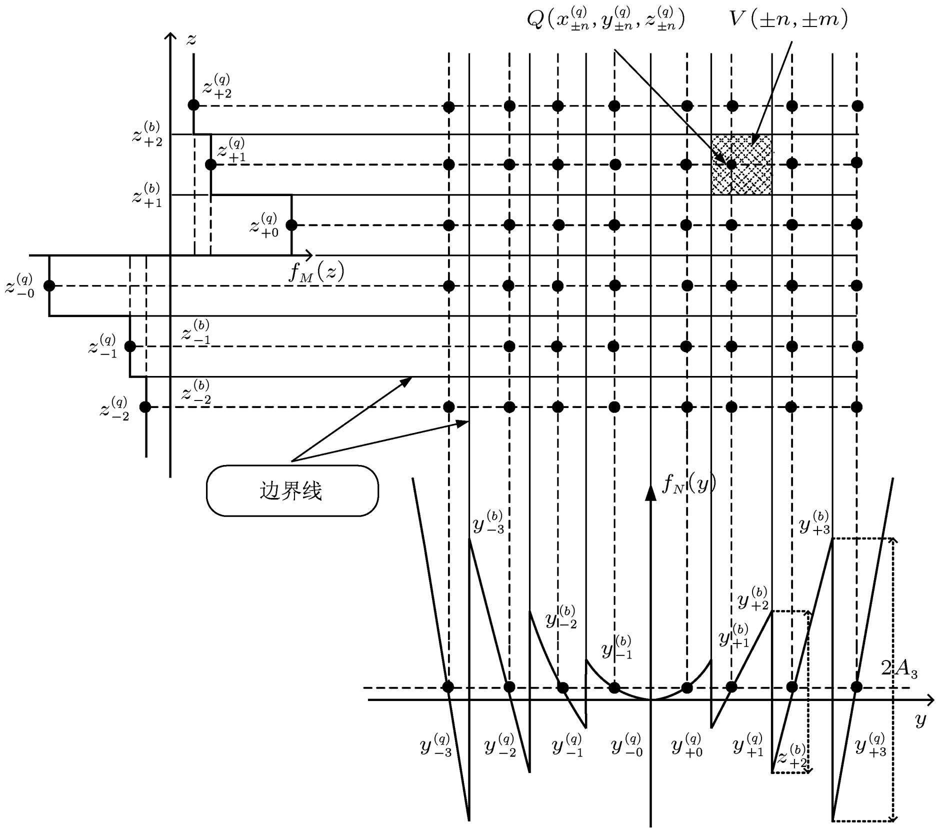

图 5　8×6 翅膀混沌吸引子 y-z 相平面平衡点分布示意图

3.3　时域波形、功率谱、分岔图及最大 Lyapunov 指数谱

图 6(a) 为系统 (2a) 的时域波形 $y(t)$, 结合图 3 可以看出其相轨道是在一定的区域内无限填充或游荡, 具有典型的非周期特性. 图 6(b) 所示为系统 (2a) 的功率谱 $\lg|y|$, 可以看出其在一定频率范围内是连续谱, 进一步表现了其非周期特性. 根据 (2a) 和 (2b) 式, 计算随参数 a 变化的分岔图和最大 Lyapunov 指数 $\mathrm{LE}_{\max}$ 谱如图 6(c) 和 (d) 所示, 可以看出系统 (2a) 在一定的范围内具有一个正的 Lyapunov 指数, 并且分岔图和最大 Lyapunov 指数谱有很好的一致性. 因此, 从系统 (2a) 的各个相图、时域波形、功率谱、分岔图以及最大 Lyapunov 指数谱, 可得该系统为混沌系统.

3.4　可调参数的物理意义

下面分析可调参数 A_i, a_i, B_j, b_j 的物理意义. 根据 (6) 式, A_i, B_j 可以控制平衡点的位置. 由于系统的翅膀是围绕着指标为 2 的不稳定鞍焦平衡点发展的, 故 A_i, B_j 可以控制翅膀的相对位置. 根据 (2b) 式及图 5, 参数 a_i, b_j 可以控制引入非线性函数的间隔, 以 a_i 和 b_j 为边界线所构成的如图 5 中的阴影区域 $V(\pm n, \pm m)$ 则可以控制翅膀的大小. 参数 A_i, a_i, B_j, b_j 均有很大的可调节范围.

4　电路设计及仿真

对本文所提出的网格多翅膀混沌系统进行模拟电路的整体设计如图 7 所示. 电路设计中运用到了线性电阻、线性电容、模拟乘法器和运算放大器. 其中模拟乘法器采用 AD633, 乘法系数为 0.1. 集成运算放大器采用 TL082, 电源供电电压为 $\pm E_{\mathrm{sat}} = \pm 15$ V, 饱和值 $\pm|V_{\mathrm{sat}}| = \pm 13.5$ V. 此外, $\tau_0 = R_0 C_0$ 为时间尺度变化因子, 同时也是积分器的积分常数. 利用时间尺度变换因子, 可

改变混沌信号在时域中变化的快慢以及混沌信号频谱的分布范围. 合理选择时间尺度变换因子的大小, 对混沌电路的设计是十分重要的. 在实验中取 $R_0 = 1$ kΩ, $C_0 = 1$ nF.

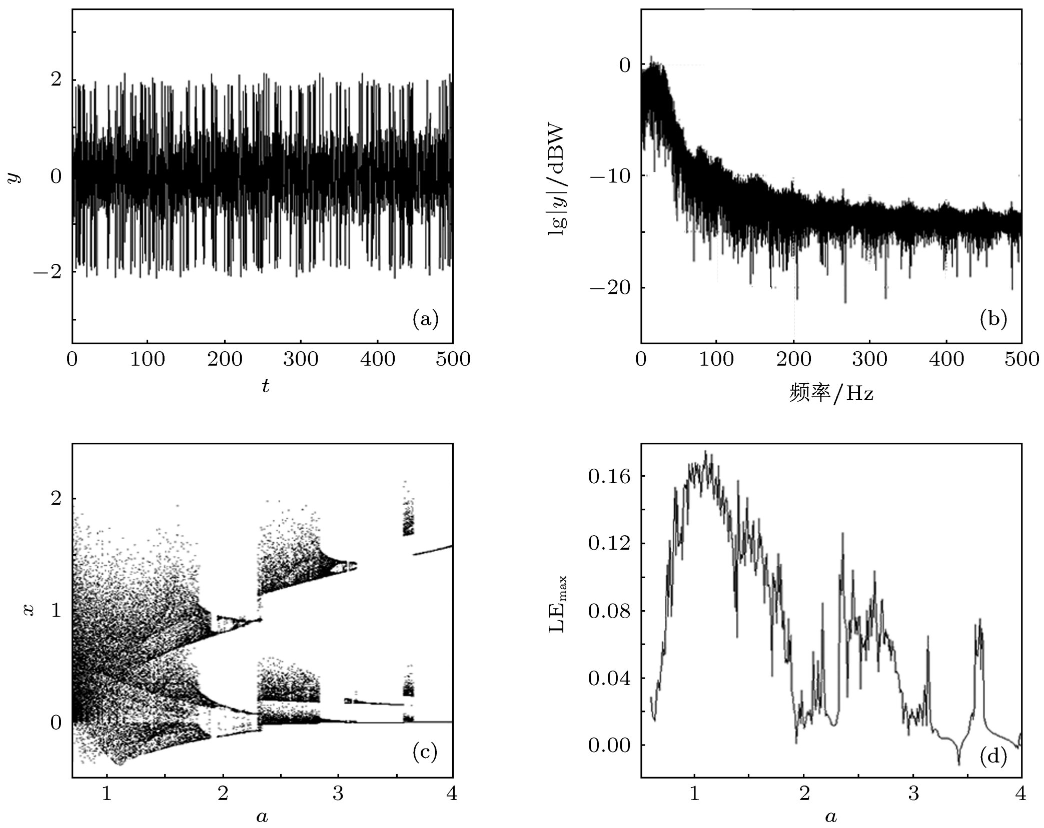

图 6 动力学特性分析 (a) 时域波形 $y(t)$; (b) 功率谱 $\lg|y|$; (c) 分岔图; (d) 最大 Lyapunov 指数谱

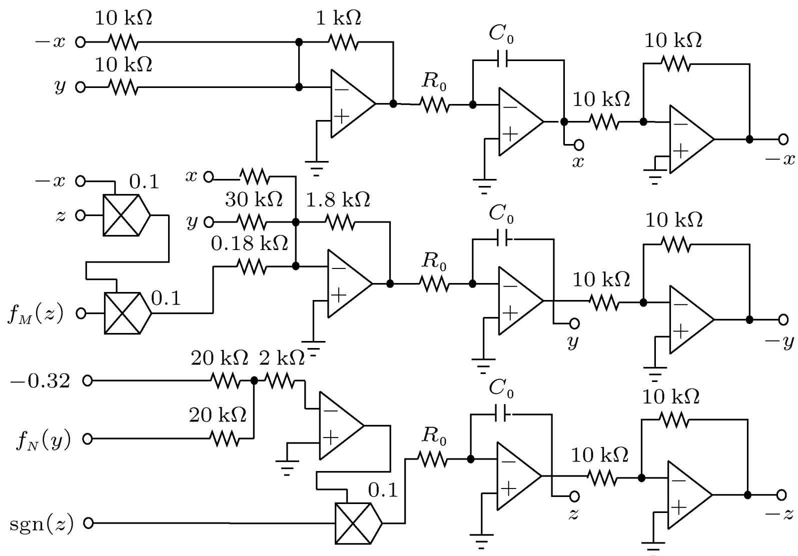

图 7 网格多翅膀混沌系统整体设计电路图

以 6×6 网格多翅膀混沌吸引子为例进行子电路的设计, 其中参数可调多分段平方函数 $f_N(y)$ 的电路设计如图 8(a) 所示, 阶梯函数 $f_M(z)$ 的电路设计分别如图 8(b) 所示. 值得强调的是通过利用如图 8 中的开关 S 控制不同数量的模块接入, 可以对自然数 N 和 M 的值进行灵活的调整. 图 9 所示为网格多翅膀混沌吸引子的电路仿真结果, 可以看到电路仿真实验结果和数值仿真结果基本是一致的, 验证了理论分析和电路设计的正确性以及电路设计网格多翅膀混沌吸引子的可行性.

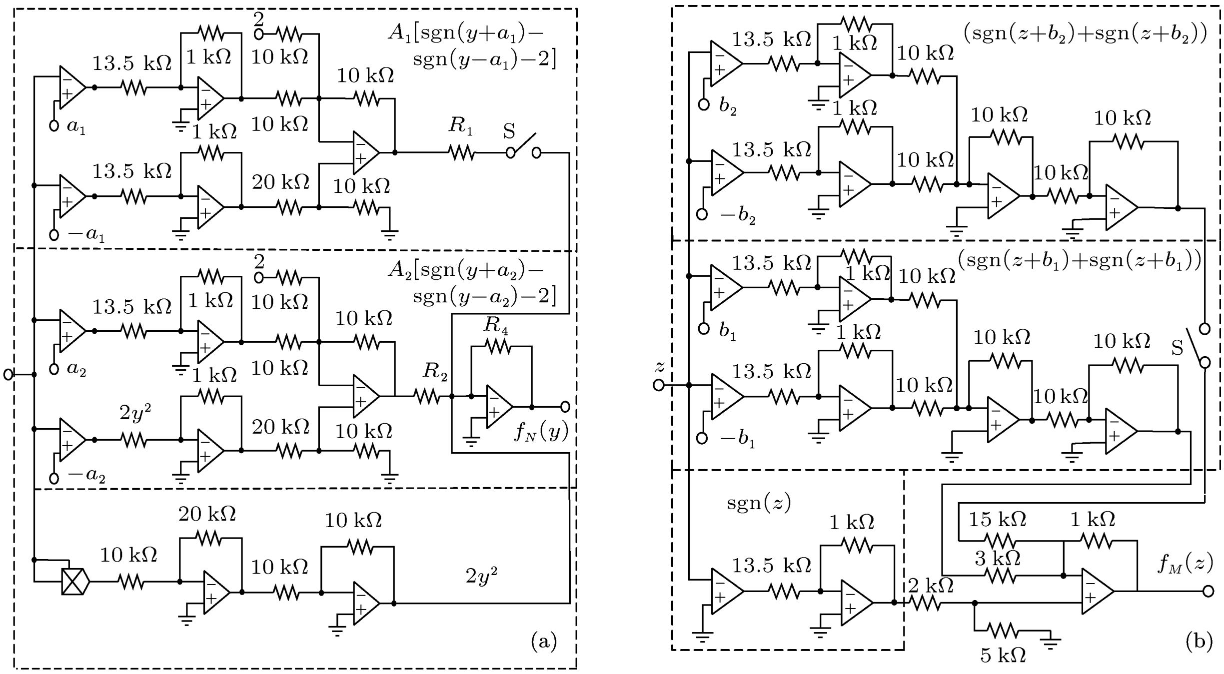

图 8 非线性函数产生电路 (a) 参数可调多分段平方函数 $f_N(y)$; (b) 阶梯函数 $f_M(z)$

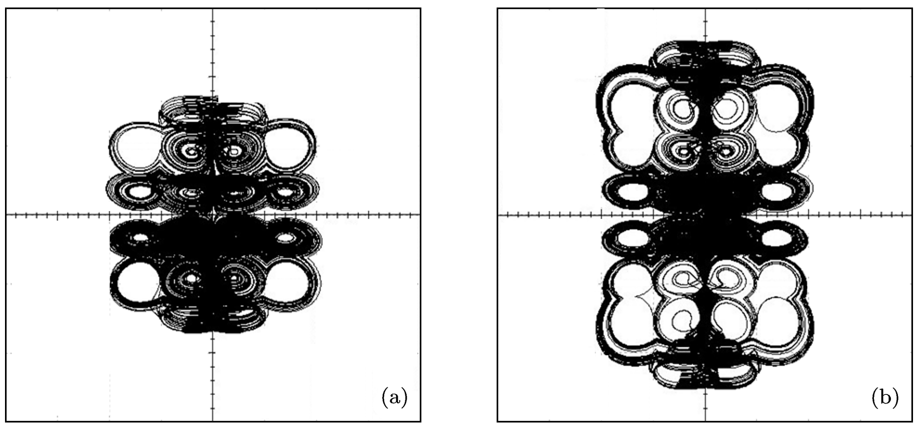

图 9 网格多翅膀混沌吸引子电路仿真图 (a) 4×4 翅膀; (b) 4×6 翅膀

5 结 论

提出了一个新三维二次混沌系统, 该系统能产生一个典型的双翅膀混沌吸引子. 通过研究设计合适的非线性函数可以将该双翅膀混沌系统改进为一个产生网格多翅膀吸引子的混沌系统. 该网格多翅膀系统的主要特征是可调参数可以灵活地调整在相空间 y 方向和 z 方向指标为 2 的鞍焦平衡点的分布, 从而可以方便地控制混沌吸引子翅膀的数量、大小及相对位置. 通过理论分析和数值仿真,

分析了该网格多翅膀混沌系统的基本动力学特性. 最后设计了实现该网格多翅膀混沌系统的模拟电路, 电路仿真结果与数值模拟结果的一致性证实了该构造方法的可行性.

[1] Chien T, Liao T L 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **24** 241

[2] Li R H, Xu W, Li S 2007 *Chin. Phys.* B **16** 1591

[3] Niu Y D, Ma W Q, Wang R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2934 (in Chinese) [牛永迪, 马文强, 王荣 2009 物理学报 **58** 2934]

[4] Liu Y R, Wu Z M, Wu J G, Li P, Xia G Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 024203 (in Chinese) [刘宇然, 吴正冒, 吴加贵, 李萍, 夏光琼 2012 物理学报 **61** 024230]

[5] Suykens J A K, Vandewalle J 1993 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **40** 861

[6] Bao B C, Zhu L, Wang X F, Zhong L, Xu J P 2010 *International Conference on Communications, Circuit and Systems (ICCCAS)* Changchun, China, July 28–30, 2010 p747

[7] Chen S B, Zeng Y C, Xu M L, Chen J S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020507 (in Chinese) [陈仕必, 曾以诚, 徐茂林, 陈家胜 2011 物理学报 **60** 020507]

[8] Zhang C X, Yu S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 120 (in Chinese) [张朝霞, 禹思敏 2009 物理学报 **58** 120]

[9] Dadras S, Momeni H R 2009 *Phys. Lett.* A **373** 3637

[10] Chen Y, Yang Y Q 2010 *Chin. Phys.* B **19** 120510

[11] Chen Z Q, Yang Y, Yuan Z Z 2008 *Chaos Soliton. Fract.* **38** 1187

[12] Liu X Y 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 0504

[13] Wang F Z, Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3137 (in Chinese) [王繁珍, 齐国元, 陈曾强, 袁著祇 2007 物理学报 **56** 3137]

[14] Hu S G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3734 (in Chinese) [胡四国 2009 物理学报 **58** 3743]

[15] Yu F, Wang C H, Yin J W, Xu H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020506 (in Chinese) [余飞, 王春华, 尹晋文, 徐浩 2012 物理学报 **61** 020506]

[16] Zhang C X, Yu S M, Lü J H, Chen G R 2008 *The 9th International Conference for Yong Computer Scientists* Hunan, China, November 18–21, 2008 p2804

[17] Bao B C, Wang X F, Xu J P 2010 *International Workshop on Chaos-Fractals Theories and Applications (IWCFTA)* Kunming, China, October 29–31, 2010 p211

[18] Yu S M, Lü J H, Tang W K S, Chen G R 2008 *IEEE International Symposium on Circuits and Systems* Seattle, USA, May 18–21, 2008 p768

[19] Yu S M, Tang W K S, Lü J H, Chen G R 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **55** 1168

[20] Yu S M, Lü J H, Chen G R, Yu X H 2010 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **57** 803

[21] Qi G Y, Wyk B J, Wyk M A 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **40** 2016

A new grid multi-wing chaotic system and its circuit implementation

Zhou Xin Wang Chun-Hua† Guo Xiao-Rong

(*College of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha* 410082, *China*)

(Received 13 February 2012; revised manuscript received 10 April 2012)

Abstract

In this paper, a new three-dimensional autonomous chaotic system is proposed. However, the structural form of the new chaotic system is limited to a double-wing like most Lorenz-like systems. According to the equilibrium points and topological structure of this double-wing chaotic system we design some appropriate nonlinear functions for it. Then, the new double-wing chaotic system can be modified into a grid multi-wing chaotic system. Basic dynamical properties of the system are studied by theoretical analysis and numerical simulation, which proves the chaotic behaviors of this new grid multi-wing chaotic system. Finally, an oscillator circuit is designed for implementation. The circuit simulation results are in good agreement with the numerical simulation results.

Keywords: new three-dimensional chaotic system, equilibrium points, nonlinear functions, grid multi-wing chaotic attractors

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

† E-mail: wch1227164@sina.com