

力学共振吸收谱探测耦合振动模式*

杨岳彬¹⁾ 左文龙²⁾ 保延翔³⁾ 刘树郁³⁾ 李龙飞²⁾ 张进修²⁾ 熊小敏^{2)†}

1) (中山大学信息科学与技术学院, 广州 510006)

2) (中山大学物理科学与工程技术学院, 光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

3) (中山大学东校区教学实验中心, 广州 510006)

(2012年2月7日收到; 2012年4月14日收到修改稿)

提出探测复杂力学振动系统耦合振动模式的方法: 通过测量力学振动系统中某一易于探测的振动模式对外力的响应行为, 在该振动模式应变落后于应力的相位差-频率谱(表观机械能耗散-频率谱)中, 除了能观察到与被测量振动模式本征频率所对应的相位变化外, 与被测量振动模式耦合的其他振动模式也表现为共振吸收峰; 从共振吸收峰的性质, 如峰位、峰宽、峰高等可以得到相应耦合振动模式的本征频率、损耗以及耦合强度等信息. 以倒扭摆力学系统为例, 通过测量扭摆的扭转振动模式应变落后于应力的相位差-频率谱研究了扭摆系统中摆杆的进动振动模式.

关键词: 共振吸收峰, 相位差-频率谱, 耦合, 振动模式

PACS: 05.45.Xt, 46.40.Ff, 62.40.-i

1 引言

自然界中从宏观到微观到处都存在各种各样的共振系统, 它们在外力作用下的响应行为都可以用具有单位质量的谐振子模型(图 1(a)) 进行描述:

$$\ddot{x} + \omega_0^2(1 + i \tan \phi) x = F_0 e^{i\omega t},$$

其中, ω_0 为本征共振频率, $\tan \phi$ 为谐振子模型的能量耗散, $F = F_0 e^{i\omega t}$ 为外部所施加的交变应力. 在外部交变应力的作用下, 共振系统发生与外力同频率的简谐振动 $x = x_0 e^{i(\omega t - \delta)}$, δ 表示谐振子的位移 x 与外力 F 之间的相位差; 相位差 δ 及谐振子的振幅 x_0 随频率具有如下关系:

$$\delta(\omega) = \arctan \frac{\omega_0^2 \tan \phi}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

$$x_0(\omega) = \frac{F_0}{|\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega_0^2 \tan \phi|}.$$

图 1(a), (b) 表示相位差、振幅随频率的变化情况. 从图 1 可以看出, 随着强迫振动频率的增加, 系

统振幅逐渐变大并在共振频率达到极大值; 相位差由 $\delta = 0$ ($\omega \rightarrow 0$) 增大为 $\delta = \pi/2$ ($\omega = \omega_0$) 再增大为 $\delta = \pi$ ($\omega \rightarrow \infty$), 在共振频率附近发生跃变, 应变与外加交变应力之间由同相变化为反相, 这些就是通常所说的共振现象. 在实验中, 通过测量应变振幅随频率的变化情况, 可以研究共振现象, 得到共振系统的性质, 如共振频率、能量损耗、质量甚至力常数等. 然而, 自然界中很多振动系统的应变是很难直接测量的, 因此, 人们发明了各种间接研究共振系统的方法^[1], 例如: 吸收光谱中测量的是不同频率激发光通过物质(原子中电子与原子核构成共振系统)后光强的变化, 发生强烈吸收的谱线所对应的就是共振频率; 在 20 世纪 60 年代, Fano^[2] 提出在原子吸收谱中, 由于电子的离散自电离态与连续态间的耦合, 会导致测量结果中出现不对称的线形. 通过研究不对称的线形可能得到电子离散态的信息^[3,4], 因此 Fano 共振是一种利用不同振动模式相互耦合的间接测量方法. 又如核磁共振、电子自旋共振等, 它们都有一共同特点就是利用电磁波

* 国家自然科学基金(批准号: 10974259)和中央高校基本科研业务费(批准号: 09lgpy29)资助的课题.

† E-mail: xiongxm@mail.sysu.edu.cn

作为外界激发, 测量电磁波强度的变化, 这是因为电磁波容易操作与测量. 在工业生产和科研实践中, 我们会碰到很多力学共振系统, 如: 颗粒物质形成的团簇结构^[5]、高分子溶液中的网格结构等^[6], 它们对物质的性质起着决定性作用, 然而我们很难直接测量它们对外界激发的响应行为; 同时, 机械波的波长比光波大好几个数量级, 因此人们很难和利用光波一样应用机械波对力学共振系统做相似的间接测量. 因此, 如何对难以测量的力学共振系统进行研究是当前力学共振系统研究中的一个很大的挑战.

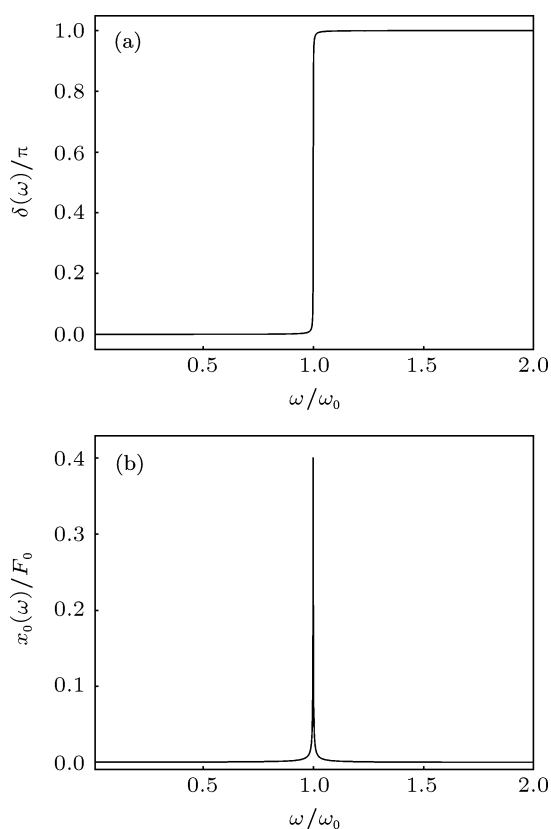


图1 简单谐振子模型在交变应力下的响应 (a) 应变落后于应力的相位差-频率曲线; (b) 应变与应力的幅值比-频率曲线

本文提出一种间接方法用于探测这类不易直接测量的力学共振系统. 通过测量系统中某一易于探测的振动模式对外力的响应行为, 获得其应变落后于应力的相位差-频率谱 (表观的机械能耗散-频率谱), 即可在相位差-频率谱上获得与被测振动模式耦合的其他不易直接测量的振动模式所对应的相位变化——共振吸收峰. 从共振吸收峰的性质, 如峰位、峰宽、峰高等可以得到相应耦合振动模式的特征频率、损耗以及耦合强度等信息, 从而实现对这类不易直接测量的振动模式的探测. 本文以

倒扭摆力学系统为例, 证实摆杆的进动振动模式会在扭摆扭转模式的相位差-频率谱中表现为共振吸收峰, 并可以通过测量扭转振动模式的相位差-频率谱获得进动振动模式的相应信息.

2 力学共振吸收谱探测耦合振动模式的原理

考虑两个相互耦合的谐振子模型如图2所示, 设两个谐振子的质量均为单位质量, 其中谐振子A由一弹簧连接到固定的墙面上, 谐振子B则由弹簧与谐振子A相连, 两个谐振子分别限制在相互成角度 α 的两个光滑导轨中运动.

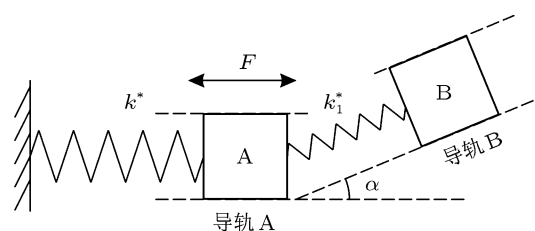


图2 带有耦合振动的谐振子模型 (俯视图)

谐振子A, B中弹簧的损耗系数分别为 $\tan \phi$, $\tan \phi_1$, 其本征共振频率分别为 ω_0 , ω_1 , 考虑此时系统在作用于谐振子A上的交变外力 $F = F_0 e^{i\omega t}$ 下做强迫振动, 分别以 x , x_1 表示谐振子A及与之耦合的谐振子B偏离平衡位置的位移 (在各自运动方向上偏各自的平衡位置的位移), 系统的运动满足方程

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_0^2 (1 + i \tan \phi) x \\ + \omega_1^2 \cos \alpha (1 + i \tan \phi_1) (x - x_1) \\ = F, \\ \ddot{x}_1 = \omega_1^2 (1 + i \tan \phi_1) (x - x_1). \end{aligned}$$

在受迫振动下, 谐振子均做与外力同频率的简谐振动, 可以用如下的表达式分别描述谐振子A和B的运动:

$$\begin{aligned} x &= x_0 e^{i(\omega t - \delta)}, \\ x_1 &= x_{10} e^{i(\omega t - \delta_1)}, \end{aligned}$$

其中 δ 和 δ_1 分别表示物体M与m的位移落后于外力的相位差. 将谐振子位移的解代入到运动方程

中,考察主振动 A 的位移与外力 F 之间的相位差:

$$\tan \delta = \frac{\omega_0^2 \tan \phi + \frac{A}{B} \omega^2 \tan \phi_1}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{A}{B} (\omega_1^2 - \omega^2 + \omega_1^2 \tan^2 \phi_1)},$$

其中 $A = \omega_1^2 \omega^2 \cos \alpha$, $B = (\omega_1^2 - \omega^2)^2 + (\omega_1^2 \tan \phi_1)^2$. 绘制出上述相位差随频率变化

$$x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 \tan \phi + \frac{A}{B} \omega^2 \tan \phi_1\right)^2 + \left(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{A}{B} (\omega_1^2 - \omega^2 + \omega_1^2 \tan^2 \phi_1)\right)^2}}.$$

可以看出,耦合的谐振子 B 对谐振子 A 的振幅的影响远小于对相位差的影响,利用谐振子 A 相位差-频率谱可以很清楚地反映耦合的谐振子 B 的信息.因此在耦合振动系统中,主振动的相位明显受到与之耦合的其他振动模式的影响,在相位差-频率谱上会出现与耦合振动模式本征共振频率相对应的共振吸收峰,可以通过测量主振动相位差-频率曲线来获得与之耦合的其他振动模式的信息.

3 力学共振吸收谱探测耦合振动模式的实例

3.1 实验装置

应用如图 4(a) 所示的基于倒扭摆的力学共振吸收谱仪作为力学共振吸收谱探测耦合振动模式的实现案例;倒扭摆的主体由底盘和固定在上端支架的定滑轮组构成,摆杆下端与底座之间夹持固体样品,上端由重锤和吊线通过滑轮组使得摆杆处于竖直状态,摆杆上依次为永磁铁和反射镜;当电磁线圈中通过交变电流时,会产生一个交变磁场,摆杆在永磁铁受到的交变作用力下做同频率的强迫振动.理想情况下,扭摆可以看作是一个理想做强迫振动的谐振子模型,但实际测量中,摆杆不可能处于绝对竖直状态,因此摆杆在交变扭转外力作用下除了做扭转振动外,还会绕自身轴心做进动,这二种振动模式相互耦合,如图 4(b).摆杆的进动较难直接进行测量,但使用光杠杆的方法可以较容易地测量摆杆的扭转振动:摆杆扭转时带动摆杆上固定的反射镜转动,使得光源通过反射镜照射在二象限光电池上的光斑发生移动,初始时光斑照射在二

象限光电池的中间,左右两块光电池上的电压相同,当光斑移动后,光斑在左右两块光电池上的分布发生变化,进而产生交变电流信号,通过对这一电流信号进行采集测量,可以相应地获知摆杆的扭转振动的角位移.通过比较不同频率交变电流激发下扭转振动的角位移与激发电流之间的相位差,即可获得扭转振动模式的相位差-频率谱.

进一步考察此时物体 M 的振幅-频率关系,并绘出振幅-频率关系如图 3(b) 所示:

象限光电池的中间,左右两块光电池上的电压相同,当光斑移动后,光斑在左右两块光电池上的分布发生变化,进而产生交变电流信号,通过对这一电流信号进行采集测量,可以相应地获知摆杆的扭转振动的角位移.通过比较不同频率交变电流激发下扭转振动的角位移与激发电流之间的相位差,即可获得扭转振动模式的相位差-频率谱.

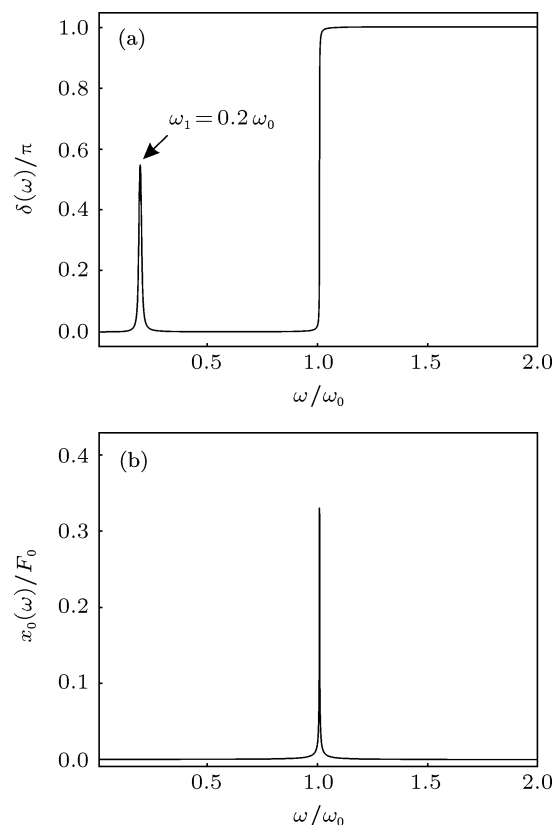


图 3 带有耦合振动的谐振子模型在交变外力下的响应 (a) 应变落后于应力的相位差-频率曲线; (b) 应变与应力的幅值比-频率曲线

3.2 实验结果

选取恒弹性合金作为扭丝样品, 测量了扭摆在

交变外力 (线圈施加的电场扭力) 作用下的应变落后于应力的相位差-频率谱以及恒定应力幅值下应变的振幅频率谱, 如图 5 所示.

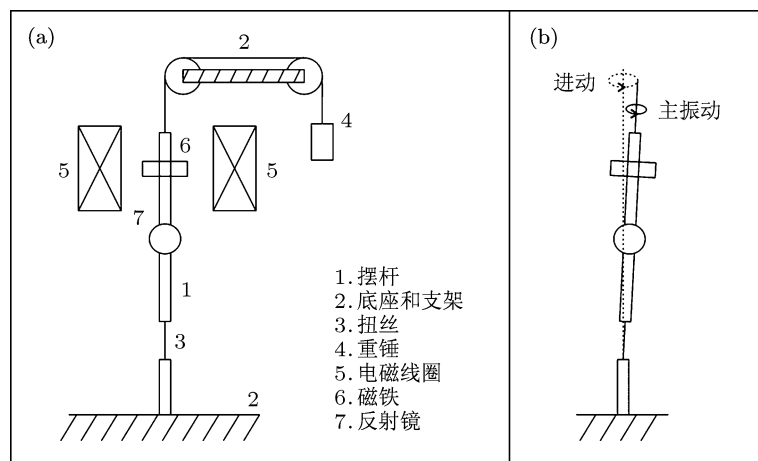


图 4 力学共振吸收谱测试仪 (a) 力学共振吸收谱测试仪原理示意图; (b) 摆杆倾斜时, 摆杆会发生绕轴的进动与扭转振动的耦合

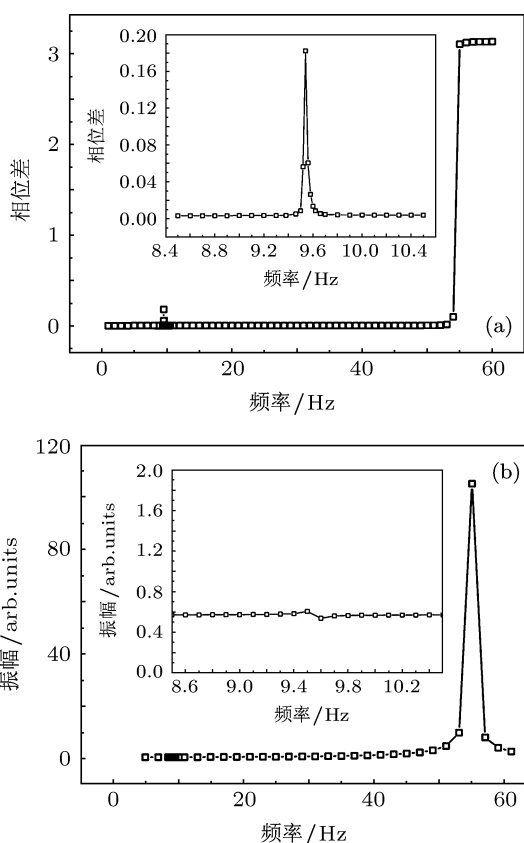


图 5 恒弹性合金的力学谱测量结果 (a) 应变落后于应力的相位差-频率谱及进动引起的共振吸收峰; (b) 应变的振幅-频率谱

从图 5 可以看出系统的共振频率在 55 Hz 附近, 振幅在此达到最大值, 且应变和应力的

相位由同相转变为反相. 在相位差频率谱上 9.5 Hz 附近, 测量得到了一个明显的共振吸收峰, 这与摆杆进动振动的固有频率相近, 是对进动振动模式的反映. 而在对应的振幅-频率曲线上, 则没有测量到明显的变化, 这表明耦合的振动模式对相位差的影响明显大于对应变的影响, 可以通过测量扭转振动的相位差-频率谱来获得与之耦合的振动模式的信息, 这与我们之前理论模拟的结果一致.

通过调整摆杆的倾斜程度, 对 9.5 Hz 附近的共振吸收峰进行细致的研究, 发现随着摆杆的倾斜程度的加重, 共振吸收峰的峰高逐渐增加. 进一步使用理论模型对测量得到的共振吸收峰进行了拟合 (如图 6 所示), 可以发现, 三个不同高度的

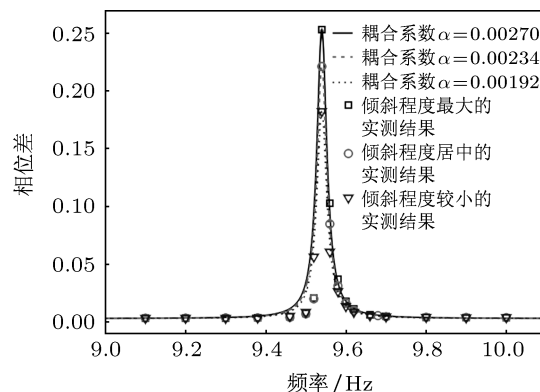


图 6 耦合强度对力学共振吸收峰的影响

共振吸收峰的拟合得到的振动模式的特征频率均为 9.55 Hz, 损耗 $\tan \phi_1$ 均为 0.03 左右, 这表明这组不同高度的共振吸收峰是由频率、损耗均相同的同一种共振模式即进动振动模式引起的. 另一方面, 随着共振吸收峰高度的增加, 对应的耦合系数分别为 1.92×10^{-3} , 2.34×10^{-3} 与 2.70×10^{-3} , 这表明随着摆杆倾斜程度的增大, 进动振动模式与扭转振动模式之间的耦合增大.

实验结果表明, 当系统中存在多种相互耦合的振动模式时, 测量其中某种易于直接探测的振动模式的相位差-频率谱, 其他与之相耦合的振动模式将在相位差-频率谱上表现为共振吸收峰, 通过对共振吸收峰的位置、峰宽、峰高等信息进行分析, 可以计算出这些耦合的振动模式的共振频率、损耗以及其与我们测量的振动模式之间的耦合系数等信息, 从而可以进一步对这些不易直接测量的振动模式进行研究.

4 结论

通过上述分析及实验可以得出如下结论: 耦合的振动模式对主振动的相位影响显著, 在主振动应变落后于应力的相位差的频率谱中, 耦合振动模式表现为相位差-频率谱上的共振吸收峰, 共振吸收峰的位置、宽度反映了耦合振动模式的特征频率、损耗等信息; 共振吸收峰的高度反映了振动模式间的耦合强度. 在研究存在多种相互耦合的振动模式的复杂系统时, 通过构建主振动模式并测量其相位差-频率谱, 可以方便地探测那些不易直接测量的振动模式, 并可以通过研究相位差-频率谱上的共振吸收峰的性质, 对系统中的振动模式进行详尽的研究和分析, 这为我们研究复杂系统中的振动模式提供了一种很好的间接测量方法.

-
- [1] He Y K, Dong H R 1998 *Chemical Analysis Handbook: Spectroscopy* (Beijing: Chemical Industry Press) (in Chinese) [何以侃, 董慧茹 1998 化学分析手册第三分册 - 光谱分析 (北京: 化学工业出版社)]
- [2] Fano U 1961 *Phys. Rev.* **124** 1866
- [3] Tekman E, Bagwell P F 1993 *Phys. Rev. B* **48** 2553
- [4] Yong S J, Arkady M S, Change S K 2006 *Physica Scripta.* **74** 259
- [5] Liu R, Li Y C, Hou M Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4660 (in Chinese) [刘锐, 李寅闻, 厚美瑛 2008 物理学报 **57** 4660]
- [6] Lu K Q, Liu J X 2006 *Introduction to Soft Matter Physics* (Beijing: Peking University Press) p694 (in Chinese) [陆坤权, 刘寄星 2006 软物质物理学导论 (北京: 北京大学出版社) 第 694 页]

Detection of a coupled vibration by mechanical resonant absorption spectra*

Yang Yue-Bin¹⁾ Zuo Wen-Long²⁾ Bao Yan-Xiang³⁾ Liu Shu-Yu³⁾
Li Long-Fei²⁾ Zhang Jin-Xiu²⁾ Xiong Xiao-Min²⁾†

1) (*School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China*)

2) (*State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, School of Physics and Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China*)

3) (*Guangzhou East Campus Laboratory Center, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China*)

(Received 7 February 2012; revised manuscript received 14 April 2012)

Abstract

In this paper, we propose a novel scheme of measuring a coupled but uneasy detected vibration mode through surveying another much easier detected vibration mode in a complex mechanical system. Through measuring the frequency dependence of phase lag of strain behind stress, i.e., the apparent mechanical dissipation-frequency spectrum, for the easy detected vibration mode, we are able to obtain the corresponding resonant absorption peak for the coupled vibration mode in addition to the expected main system resonance. By studying the observed resonant absorption peak: peak position, peak width and peak height, we can obtain the detailed information about the coupled vibration mode: the intrinsic resonant frequency, dissipation and coupling coefficient. Through measuring the apparent mechanical dissipation frequency spectrum of torsion vibration, the detection of the progression vibration about the pendulum axis is presented as a representative example of our scheme.

Keywords: resonant absorption peak, phase-frequency spectrum, coupling, vibration mode

PACS: 05.45.Xt, 46.40.Ff, 62.40.+i

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974259) and the Fundamental Research Fund for Central Universities, China (Grant No. 09lgpy29).

† E-mail: xiongxm@mail.sysu.edu.cn