

# 多周期双色场方案下附加脉冲频率 对阿秒脉冲产生的影响\*

孟健 陈高<sup>†</sup> 刘胜男

(长春理工大学理学院, 长春 130022)

(2012年2月17日收到; 2012年5月1日收到修改稿)

通过数值求解一维含时薛定谔方程, 研究了多周期双色场与氢原子相互作用过程中不同波段的附加脉冲波长对体系高次谐波及阿秒脉冲产生的影响. 研究发现, 当双色场的附加脉冲波长处于红外波段 1600 nm 时, 比起处于可见光波段的 533 nm 附加脉冲, 谐波谱截止位置得到大幅延展, 相应地拓宽了超连续带宽, 小波变换后获得了 78 as 的孤立短脉冲. 由合成电场的光学振荡频率解释了附加脉冲波段对谐波谱的影响, 同时该结论有利于在获得孤立阿秒脉冲的研究中选择合适的附加脉冲频率.

**关键词:** 高次谐波, 孤立阿秒脉冲, 长脉宽组合脉冲

**PACS:** 32.80.Rm, 42.50.Hz, 42.65.Re

## 1 引言

20 世纪 80 年代以来, 借助飞秒激光 ( $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$ ), 人们研究了原子与分子的运动, 取得一系列研究成果. 如利用它极短的脉冲持续时间, 观察到极快的化学反应过程, 包括分子键的断裂与重组、分子与原子的振动过程等; 利用它极高的峰值功率, 开展了极端条件下强场物理的研究, 包括激光等离子体、X 射线辐射源、热核反应快速点火等. 但对于原子与分子中被紧紧束缚的电子来说, 很难用飞秒技术来探测, 因为它们典型动力学行为出现在阿秒时间 ( $1 \text{ as} = 10^{-18} \text{ s}$ ) 尺度, 如氢原子中电子在基态玻尔轨道运动一周的时间为 24 as, 分子中价电子运动的典型时间尺度约为 100 as. 要想跟踪和控制这些快速电子的运动, 就要找到比飞秒更短的脉冲来实现. 因此, 具有极短脉宽的阿秒脉冲的实现具有重大应用价值.

当前理论上提出两种产生阿秒脉冲的方法: 一种是受激拉曼散射, 另一种是高次谐波产生. 受激拉曼散射是指一束入射激光共振衰变成散射激光和电子等离子体波的过程. 在这个过程中, 电子等离子体波具有光速量级的相速度. 当它受阻尼时, 电子将变成具有很高能量的超热电子. 由于这些电子的射程很长, 可以预热激光聚变靶芯的热核燃料, 影响压缩和对称性, 降低耦合效率, 影响实现高增益激光聚变, 并会导致受激散射不稳定<sup>[1]</sup>.

高次谐波是指强激光脉冲与原子、分子、团簇以及固体等介质作用产生的相干辐射波. 研究发现, 所有高次谐波辐射谱均呈现如下特征行为: 最初的几次谐波, 随着谐波次数增加发射效率快速下降; 在达到某次谐波后出现一个强度几乎不随谐波次数变化的区域 (称为平台区); 在平台区末端的某一阶次谐波附近, 谐波强度快速下降, 出现截止. 由于谐波谱呈现平台区, 以及在一定条件下平台区谐波具有相位匹配的宽频带连续辐射谱的独特优点, 使它成为获得极紫外以及阿秒脉冲相干辐射源的

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10604021) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: chengao@cust.edu.cn

重要手段 [2].

利用高次谐波产生方法, 当前单阿秒脉冲可通过以下三种手段实现. 采用几个周期量级的线偏振激光脉冲, 严格控制载波包络相位, 使谐波谱截止位置附近出现相位匹配的宽带超连续谱, 在实验上得到 80 as 的孤立短脉冲 [3]. 这是迄今为止实验上得到的最短脉冲. 然而, 由于技术问题, 该方案中入射的飞秒脉冲能量较低, 导致产生的阿秒脉冲效率低, 难以用于激发极紫外以及软 X 射线波段超快非线性现象. 另一个方案是利用高次谐波对抽运光偏振态响应及其灵敏的特性, 通过快速改变驱动激光场的偏振态使高次谐波在极短的时间间隔内产生而获得单个阿秒脉冲 [4]. 该方法得到的阿秒脉冲实际是以损失激光能量为代价, 得到的阿秒脉冲效率仍然很低. 2006 年, Pfeifer 等 [5] 结合 12 fs 的基频钛宝石激光与它的二次谐波脉冲辐照氩原子, 通过调整两束脉冲之间的相位, 在实验上获得了效率较高的 130 as 的孤立短脉冲, 但进一步压缩阿秒脉冲宽度受到限制. 然而, 它为人们提供了一个新的思路, 可以在多周期框架下获得孤立阿秒脉冲, 且在实验上比较容易操作. 2010 年, Lan 等 [6] 利用 15 fs 钛宝石激光脉冲与一束 40 fs 的附加脉冲组合, 当附加脉冲波长为 600 nm (可见光波段) 时, 得到 240 as 的孤立短脉冲, 当附加脉冲的波长为 1300 nm (红外波段) 时, 得到 220 as 的孤立短脉冲. 基于此, 本文依据多周期组合脉冲电场的光学振荡频率分析不同波段的附加脉冲波长对高次谐波辐射谱以及孤立阿秒脉冲产生的影响, 并且采用附加脉冲波长为 1600 nm 的组合脉冲与氢原子作用获得 78 as 的短单脉冲.

## 2 理论模型与计算方法

在长度规范和电偶极近似下, 强激光和单原子相互作用的一维含时薛定谔方程为 (若无特殊说明, 本文均采用原子单位)

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left[ -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_a(x) + xE(t) \right] \psi(x, t), \quad (1)$$

对该方程的求解, 采用 Crank-Nicholson 直接数值积分方法 [7], 式中  $V_a(x)$  为原子势函数, 本文选用修

正的软化库仑势 [8] 来描述:

$$V_a(x) = -\frac{q}{\sqrt{x^2 + a}}, \quad (2)$$

计算中取  $q = 1$  和  $a = 2$ , 使得体系的基态能量为  $\varepsilon_0 = -0.5$ , 对应氢原子的基态. 选该态为原子在激光场中演化前的状态.  $E(t)$  为线偏振的双色激光电场, 形式为

$$E(t) = E_1 f_1(t) \cos(\omega_0 t) + E_2 f_2(t) \cos \left[ \left( \omega_0 \pm \frac{m\omega_0}{n} \right) t + \varphi \right] \quad (m < n), \quad (3)$$

这里  $E_i$  和  $f_i(t)$  分别是基频脉冲和附加脉冲的振幅和脉冲包络函数, 且  $f_i(t)$  选为正弦平方形式  $f_i(t) = \sin^2(\pi t/2T)$ ;  $\varphi = 0$  是两束脉冲之间的相对相位;  $\omega_0$  是基频钛宝石脉冲 (中心波长为 800 nm) 的角频率. 附加脉冲的波段可通过调整公式中第二个余弦函数中的正负号选取, 当取正号时, 附加脉冲波长在可见光波段, 当取负号时, 附加脉冲波长在红外波段. 波长的具体数值可通过调整整数  $m$  和  $n$  来确定.

通过数值求解方程 (1) 可得体系在任意时刻的含时波函数  $\psi(x, t)$ , 进而得到加速度偶极矩

$$d_A(t) = \frac{d^2}{dt^2} \langle \psi(x, t) | x | \psi(x, t) \rangle = -\langle \psi(x, t) | \left. \frac{dV_a(x)}{dx} \right| \psi(x, t) \rangle - E(t). \quad (4)$$

体系的高次谐波光谱可以通过偶极加速度的傅里叶变换得到:

$$P_A(\omega) = \left| \frac{1}{(t_f - t_i)\omega^2} \int_{t_i}^{t_f} d_A(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2, \quad (5)$$

式中  $t_i, t_f$  为傅里叶变换的初时刻和末时刻. 进一步对加速度偶极矩做相应的 Morlet 小波变换 [9], 就可得某一次谐波的时间特性. 即频率为  $\omega$  的谐波在时刻  $t$  的发射功率幅值为

$$d_\omega(t) = \int d_A(t') \omega_{t,\omega}(t') dt',$$

其中小波核  $\omega_{t,\omega}(t') = \sqrt{\omega} W(\omega(t' - t))$ . 对本文所用的 Morlet 小波, 其形式为

$$W(x) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{ix} e^{-\frac{x^2}{2\tau^2}}, \quad (6)$$

该小波变换的窗口函数随着频率的变化而变化, 但窗口中的振荡数恒定. 本文选择  $\tau = 40$ . 在求解薛定谔方程的过程中, 人为地设置空间

边界  $x = \pm 1500$ , 步幅  $dx = 0.02$ , 时间网格点  $dt = 0.01$ . 为了避免波包在空间边界的反射, 加入了  $\cos^{1/8}$  形式的面具函数<sup>[10]</sup>, 这个函数在  $|x| = 1200-1500$  的空间距离从 1 缓慢变化到 0.

### 3 结果与讨论

为了分析附加脉冲频率对高次谐波辐射谱的影响, 在 (3) 式中选取  $m = 1$  和  $n = 2$  为例首先说明不同波段的附加脉冲波长对高次谐波辐射谱的影响. 式中第二个余弦函数的角频率  $\omega_0 \pm m\omega_0/n$  取正号时, 附加脉冲波长为可见光波段的 533 nm; 当第二个余弦函数的角频率取负号时, 附加脉冲波长为红外波段 1600 nm. 图 1 中实线展示了 12 个光学周期的基频钛宝石脉冲和相同脉宽的 533 nm 附加脉冲合成的双色场与氢原子相互作用得到的谐波谱; 点划线为 12 个光学周期基频钛宝石脉冲和相同脉宽的 1600 nm 附加脉冲合成的双色场与氢原子相互作用的谐波谱. 这里基频脉冲和附加脉冲的电场强度分别为  $1.72 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  ( $E_1 = 0.07$ ) 和  $0.56 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  ( $E_2 = 0.04$ ). 为了比较, 图 1 中点线给出了单一钛宝石基频脉冲与氢原子相互作用的谐波谱, 钛宝石基频脉冲的强度为  $1.72 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  ( $E_1 = 0.07$ ). 从图 1 可以看出, 三种情形下谐波谱截止位置明显不同. 当仅有一束基频脉冲辐照氢原子时, 谐波谱的截止位置是 30 次, 该截止位置与截止位置公式  $E_{\text{cutoff}} = I_p + 3.2U_p$ <sup>[11]</sup> 预测的结果一致. 这里  $I_p$  是电离势,  $U_p = E^2/4\omega_0^2$  是有质动力能. 当附加一束波长为 533 nm 脉冲时, 谐波谱截止位置是 45 次, 且平台上 40—57 次谐波相位匹配, 超连续谱带宽为 26 eV. 当附加一束波长为 1600 nm 脉冲时, 谐波谱截止位置为 84 次, 平台上 70—100 次谐波相位匹配, 超连续谱带宽达到 47 eV.

为了验证上述计算结果, 我们依据半经典“三步模型”公式计算了附加脉冲波长为 533 和 1600 nm 时, 电离电子与核复合时的动能随电离时刻的变化曲线, 如图 2(a) 和 (b) 所示. 可以看到, 当附加脉冲波长为 533 nm 时, 电子在  $t = 618 \text{ a.u.}$  处电离 (5.61 个光学周期), 与原子核复合时具有的最大动能为  $5.59U_p$ , 相应的谐波次数为 45 次; 当附加脉冲波长为 1600 nm 时, 电子在  $t = 596 \text{ a.u.}$  处电离 (5.41 个光学周期), 与原子核复合时具有的最

大动能为  $11.50U_p$ , 相应的谐波次数为 84 次. 可以看到半经典“三步模型”算得的谐波谱截止位置与数值求解含时薛定谔方程的模拟结果一致. 而谐波谱中的超连续带宽, 是由电子与核复合时具有的最大动能与次最大动能的差值决定. 图 2(a) 中, 附加脉冲波长为 533 nm 时, 这个差值为  $1.3U_p$ , 相当于 27 eV 的超连续谱带宽; 图 2(b) 中, 附加脉冲波长为 1600 nm 时最大动能与次最大动能差值为  $3.3U_p$ , 相当于 47 eV 的超连续谱带宽. 这些结果与求解含时薛定谔方程的模拟结果也是完全一致的.

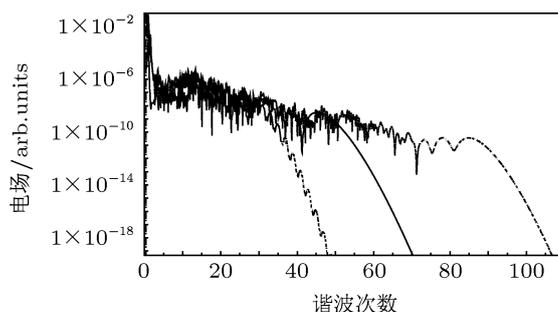


图 1 实线为 12 个光学周期的钛宝石基频脉冲和 533 nm 附加脉冲构成的双色场与氢原子作用得到的谐波谱; 点划线为 12 个光学周期的钛宝石基频脉冲和 1600 nm 的附加脉冲构成的双色场与氢原子作用的谐波谱; 点线为单一钛宝石基频脉冲与氢原子相互作用的谐波谱

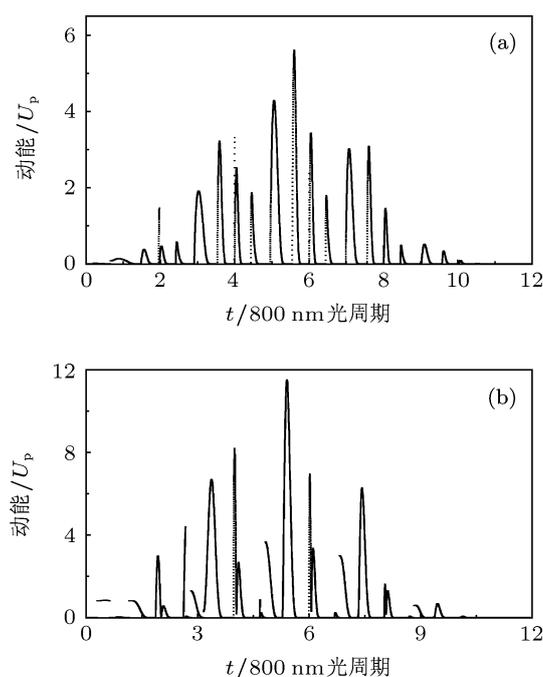


图 2 电子与核复合时的动能随电子电离时刻的变化关系 (a) 800 和 533 nm 组合脉冲; (b) 800 和 1600 nm 组合脉冲

图 3 展示了三种不同辐照条件下的时频分析结果. 在图 3(a) 中, 由于主脉冲在相邻半个光学周

期的对称性, 具有最大能量的光子每个光学周期辐射两次, 因此产生了周期性的阿秒脉冲链. 双色场方案中附加脉冲的注入引起主脉冲电场时间包络发生显著变化, 进一步调整了电子波包的时空轨迹. 图 3(b) 展示了附加脉冲波长为 533 nm 谐波谱上 40—57 次谐波的时频分析结果, 可以看到产生了 137 as 的孤立短脉冲. 图 3(c) 展示了附加脉冲波长为 1600 nm 谐波谱上 70—100 次谐波的时频分析结果, 产生了 78 as 的孤立短脉冲. 由此可见, 附加脉冲波长选在红外波段, 谐波谱截止位置可以大幅延展, 相应地拓宽了超连续谱带宽, 叠加这些超连续谱后获得了相对较短的孤立阿秒脉冲.

下面从组合脉冲电场的形状分析附加脉冲频率对高次谐波辐射谱的影响. (3) 式为组合脉冲电场的形式, 如果取  $E_1 = E_2$ , 则合成电场的形式为

$$E_{\text{mix}}(t) = E_1 f_1(t) \left\{ \cos(\omega_0 t) + \cos \left[ \left( \omega_0 \pm \frac{m\omega_0}{n} \right) t \right] \right\}, \quad (7)$$

经过三角函数变换可化成如下两个余弦函数乘积的形式:

$$E_{\text{mix}}(t) = 2E_1 f_1(t) \left[ \cos \left( \omega_0 \pm \frac{m}{2n} \omega_0 \right) t \right] \times \cos \left( \frac{m}{2n} \omega_0 t \right). \quad (8)$$

为了说明不同波段附加脉冲波长对组合脉冲电场的影响, 图 4(a) 和 (b) 分别展示了附加脉冲波长为 533 和 1600 nm 时 (8) 式中两个余弦函数的具体函数图像. 图中的实线是去掉 (8) 式中第二个余弦函数后电场的时频包络曲线图, 虚线是 (8) 式中第二个余弦函数的曲线图. 可见, 第二个余弦函数  $\cos \left( \frac{m}{2n} \omega_0 t \right)$  的作用是调整组合脉冲包络的形状, 两个不同波段附加脉冲波长对该余弦函数没有任何影响. 第一个余弦函数的频率  $\omega_0 \pm \frac{m}{2n} \omega_0$  决定组合脉冲电场中光学振荡周期的大小. 当取正号时 (附加脉冲频率为 533 nm), 光学振荡周期的频率较大 ( $5\omega_0/4$ ), 周期较短 ( $4T/5$ ), 在 12 个钛宝石光学周期的脉冲包络中共包含 15 个这样的光学振荡周期; 取负号时 (附加脉冲频率为 1600 nm), 光学振荡周期的频率较小 ( $3\omega_0/4$ ), 周期较长 ( $4T/3$ ), 在 12 个钛宝石光学周期的脉冲包络中共包含 9 个这样的光学振荡周期. 根据谐波产生理论, 单色场辐照下体系中发射的最大光子能量为  $E_{\text{cutoff}} = I_p + 3.2U_p$ , 在原子介质不变的情况下, 辐射的最大光子能量即谐波谱截止位置由

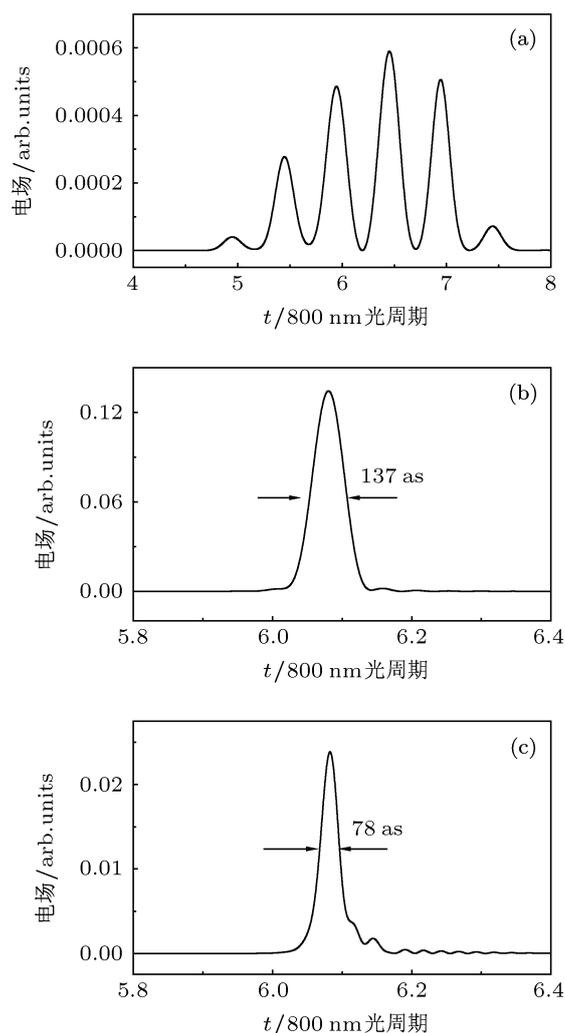


图 3 阿秒脉冲产生的时间包络曲线 (a) 场幅为  $E_1 = 0.07$  的单一钛宝石激光脉冲辐照下, 产生的第 30 次谐波小波变换结果; (b) 800 和 533 nm 组合脉冲辐照氢原子产生的 40—57 次谐波小波变换结果; (c) 800 和 1600 nm 组合脉冲辐照氢原子产生的 70—100 次谐波小波变换结果

电子的有质动力能  $U_p$  确定. 对于图 4(c) 展示的组合脉冲情形, 虽然电场的形状变得复杂, 但两类组合脉冲参数下谐波谱截止位置附近谐波分别来自于 5.41 和 5.61 光学周期附近电离的电子 (见图 2). 由图 4(c) 可见, 在该峰值处电离的电子随后可近似看成在单色场中的运动, 对于本文中选择的两类组合脉冲参数, 在包络中心处电场的最大峰值振幅相等, 因此由有质动力能公式  $U_p = E^2/4\omega_0^2$  可知, 光学振荡周期的频率越小, 电离电子的有质动力能越大, 电离电子在激光场中能够获得较大动能, 谐波谱的截止位置得以大幅延展. 通过以上分析可进一步知道, 只要 (3) 式的第二个余弦函数  $\cos \left[ \left( \omega_0 \pm \frac{m\omega_0}{n} \right) t \right]$  中取正号, 附加脉冲波长处

于可见光波段,合成电场的光学振荡频率大于单一脉冲的钛宝石光学振荡频率,电离电子的有质动力能较小,不利于获得展宽的谐波谱;而当取负号时,附加脉冲波长处于红外波段,合成电场的振荡频率小于单一脉冲的钛宝石光学振荡频率,电离电子的有质动力能较大,有利于获得展宽的谐波谱.该理论很好地解释了Lan等<sup>[6]</sup>的结论:利用15 fs钛宝石激光脉冲与一束40 fs的附加脉冲组合,当附加脉冲波长为600 nm时(可见光波段),得到240 as的孤立短脉冲,当附加脉冲的波长为1300 nm时(红外波段),得到220 as的孤立短脉冲.同时我们的结论有利于人们在获得孤立阿秒脉冲的研究中选择合适的附加脉冲频率.

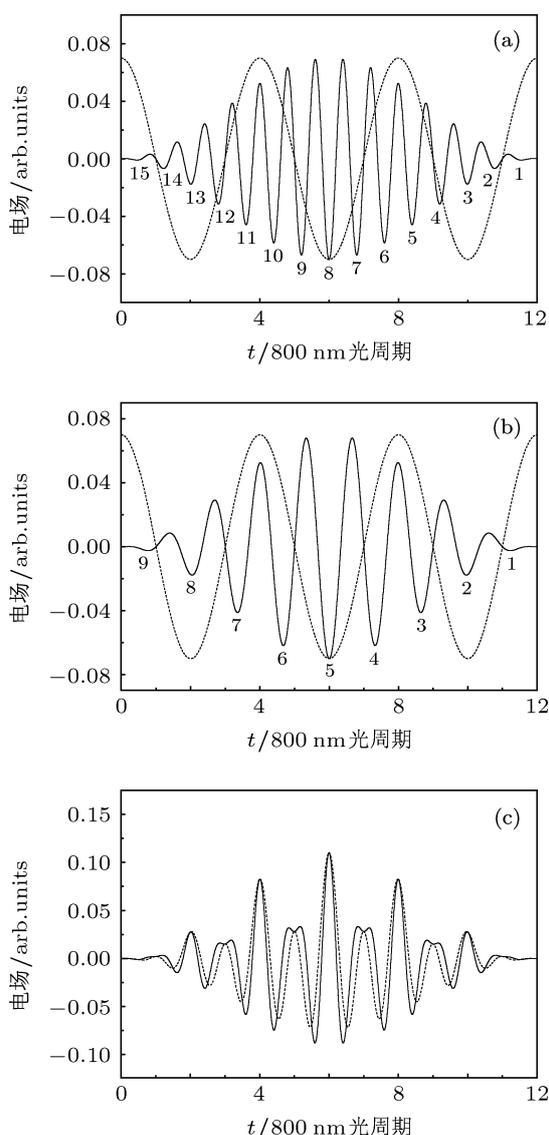


图4 附加脉冲波长为(a) 533 nm和(b) 1600 nm时(8)式中的两个余弦函数的曲线.实线为包络中的激光振荡周期;虚线为激光包络中的余弦周期个数;(c)附加脉冲波长为533 nm(实线)和1600 nm(虚线)时组合脉冲的电场形状

以上分析是在 $E_1 = E_2$ 的情况下给出的,但它同样适用于 $E_1 \neq E_2$ 的情形.图5中的实线和虚线分别展示了附加脉冲与基频脉冲电场振幅相等和不等两种情形下电场振幅随时间变化的曲线图.可见,附加脉冲电场振幅变化主要调整合成脉冲电场的峰值振幅,并不影响合成脉冲中光学振荡周期的大小.

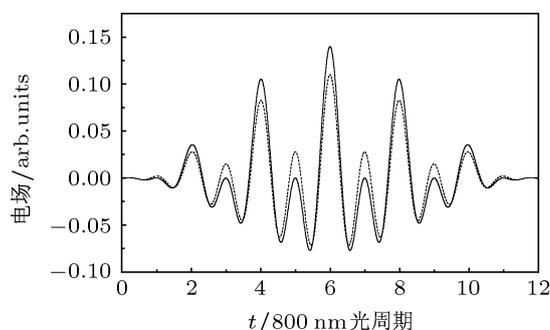


图5 合成脉冲电场的振幅随时间变化曲线.点线: $E_1 = 0.07, E_2 = 0.04$ ;实线: $E_1 = 0.07, E_2 = 0.07$

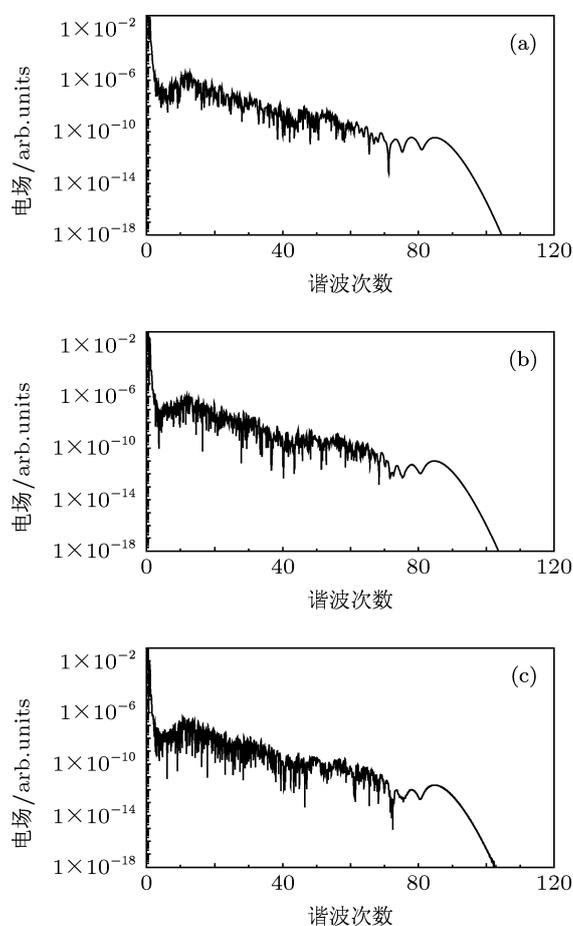


图6 由12个光学周期钛宝石基频脉冲与不同脉宽附加脉冲合成的双色场与氢原子作用得到的谐波谱 (a) 12; (b) 24; (c) 36

为了说明附加脉冲脉宽对谐波谱的影响,图6(a), (b)和(c)展示了附加脉冲脉宽分别为12,

24 和 36 个钛宝石光学周期, 而基频脉冲脉宽均为 12 个钛宝石光学周期的谐波辐射情况. 由图 6 可知, 附加脉冲脉宽的改变并没有影响高次谐波辐射谱的截止位置, 并且三种情况下得到的超连续谱带宽基本相同. 这说明假定两束脉冲脉宽相等的分析对于脉宽不等的两束脉冲同样适用.

图 3(c) 给出的结果是在两束脉冲之间相对相位  $\varphi$  取 0 时得到的. 当调整相位  $\varphi$  时, 合成脉冲电场的波形将发生改变, 进一步调整电子的运动轨迹. 图 7 展示的是当两束脉冲相对相位在从 0 到  $\pi$  且以  $\pi/8$  的弧度改变时, 得到的阿秒脉冲时域曲线图. 由图 8 可见, 不管相位如何变化, 皆可获得孤立阿秒短脉冲, 且仅当  $\varphi$  取 0 时, 得到的阿秒脉冲最短.

上述讨论是在  $m = 1$  和  $n = 2$  情况给出的, 为了直观说明红外波段参数  $m$  和  $n$  的选取与孤立阿秒脉冲产生的关系, 下面重新选择参数  $m = 1$  和  $n = 6$  来具体说明, 此时 (8) 式化为

$$E(t) = 2E_1 f(t) \cos \left[ \left( \frac{11}{12} \omega \right) t \right] \cos \left( \frac{1}{12} \omega \right), \quad (9)$$

式中第一个余弦函数的振荡频率是  $11\omega/12$ , 则光学周期  $T_1 = 12T/11$ . 若选取的脉冲包络中仍包含 12 个钛宝石光学周期, 通过简单计算, 整个包络中应该包含 11 个  $T_1$ . 图 8(a) 给出了去掉 (9) 式中最后一个余弦函数后电场的时间包络曲线图, 很显然包络中包含着 11 个光学振荡周期. 同样地, 对于 (9) 式中最后一个余弦函数, 当合成场的脉宽包含 12 个钛宝石光学周期时, 整个包络中仅有一个光学振荡周期, 即  $T_2 = 12T$ , 如图 8(b) 所示. 在图 8(b) 中, 也看到以下两个时间段电场的振幅值很低, 即从第二个光学周期到第四个光学周期及第八个光学周期到第十个光学周期. 而在图 8(a) 中, 由于脉冲包络的限制, 电场的低振幅出现在前两个光学周期和最后两个光学周期. 两个余弦函数乘积的结果必然是, 电场的振幅呈现三个时间段, 在始端 (从开始到第四个光学周期) 和末端 (从第八个周期到最后) 两

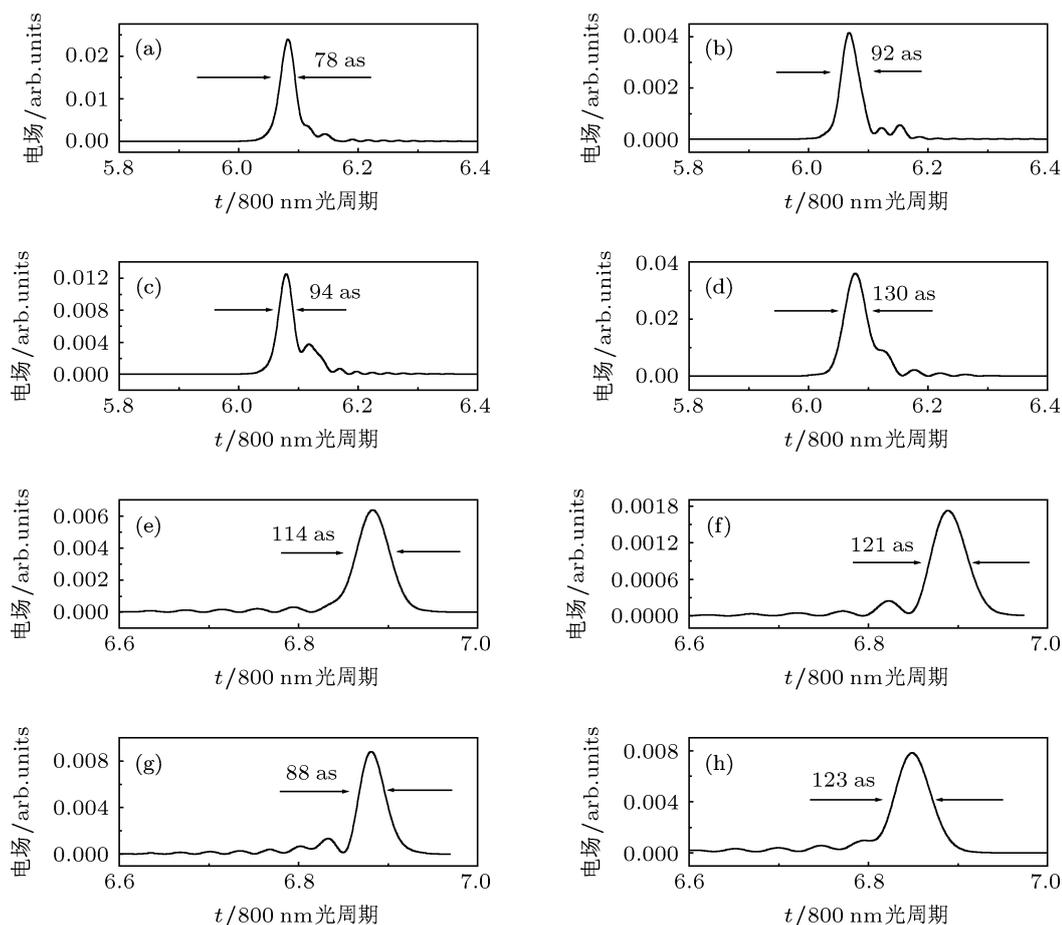


图 7 两束脉冲之间的相对相位不同时, 阿秒脉冲的时域曲线 (a) 0; (b)  $\pi/8$ ; (c)  $2\pi/8$ ; (d)  $3\pi/8$ ; (e)  $4\pi/8$ ; (f)  $5\pi/8$ ; (g)  $6\pi/8$ ; (h)  $7\pi/8$

个时间段, 电场的振幅被大幅抑制, 仅中间段的 4 个光学周期电场 (包络峰值附近) 对谐波谱平台区和截止位置起主要贡献, 利用该频率的附加脉冲可获得 140 as 的孤立短脉冲.

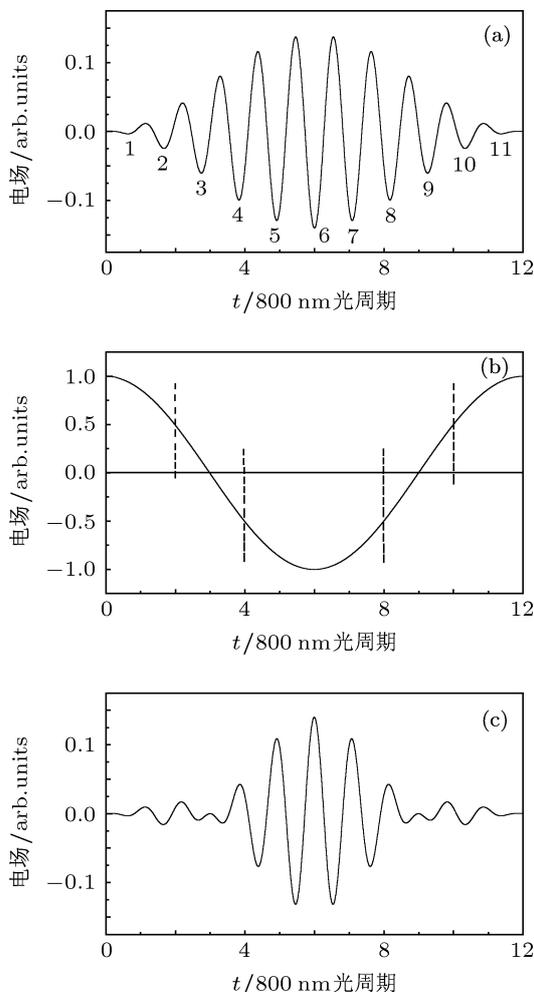


图 8 电场的振幅随时间变化曲线 (a) 频率为  $(1 - m/2n)\omega$ ; (b) 频率为  $m\omega/2n$ ; (c) 合成脉冲电场

从上述分析中看到, 对于脉冲包络中包含 12 个钛宝石光学周期的双色场, 仅包络峰值附近的 4 个光学周期对谐波谱平台区和截止位置起主要贡献. 若想进一步展宽入射的双色场脉宽, 依据以上分析, 对谐波谱有贡献的中间时间段将包含更多周期. 图 9 展示了脉冲包络中包含 18 个钛宝石光学周期时的组合脉冲电场. 图中显示了中间段的 6 个光学周期对谐波谱平台区和截止位置起主要贡献. 如果再进一步延展组合脉冲的脉宽, 依此方案, 孤立阿秒脉冲将不再能够实现. 然而, 在分析 (9) 式中两个余弦函数乘积的过程中发现, 整个脉冲包络中包含余弦函数  $\cos(m\omega/2n)$  的 1 个周期, 合成电场的包络呈现 3 个时间段. 若调整附加脉冲的频率, 使

得整个脉冲包络中包含余弦函数  $\cos(m\omega/2n)$  的 3 个周期, 合成电场的包络将呈现 5 个时间段, 且包络峰值附近的中间段有效电场长度将会进一步缩短, 约为整个脉宽的 1/5. 更进一步地, 让整个脉冲包络中包含余弦函数  $\cos(m\omega/2n)$  的 5 个周期, 合成电场的包络将呈现 9 个时间段. 基于此, 图 10 中展示了由 60 个钛宝石光学周期构成的包络中包含余弦函数  $\cos(m\omega/2n)$  的 5 个周期时的合成电场示意图, 可以看到主脉冲的大包络线由 9 个小包络构成, 且仅中间第 5 个小包络对谐波谱截止位置的超连续谱有贡献. 采用该双色场与氢原子相互作用, 可得到 170 as 的孤立短脉冲. 依此方法, 若保持组合脉冲的脉宽 12 个钛宝石光学周期不变, 让整个脉冲包络中包含余弦函数  $\cos(m\omega/2n)$  的 3 个周期, 则中间段有效电场长度将会进一步缩短, 这是本文中选择参数  $m = 1$  和  $n = 2$  获得了 78 as 孤立短脉冲的原因.

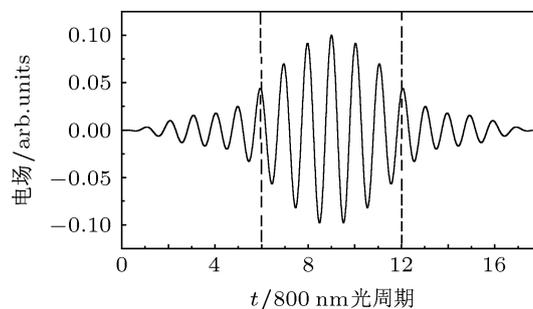


图 9 双色场脉宽为 18 个钛宝石光学周期时的电场振幅随时间变化曲线

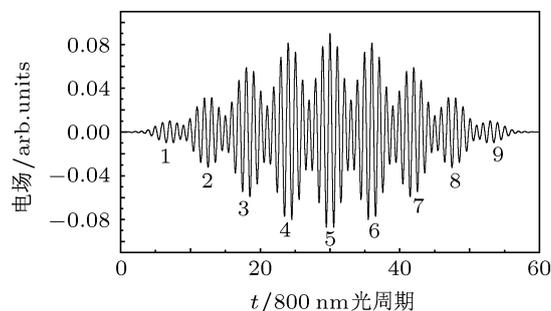


图 10 双色场脉宽为 60 个钛宝石光学周期时的电场振幅随时间变化曲线

## 4 结论

本文利用 Crank-Nicolson 直接数值积分方法求解了氢原子与多周期双色脉冲相互作用产生的

高次谐波辐射谱, 通过对谐波谱做小波变换, 给出了截止位置附近谐波的时频分析. 研究发现, 在钛宝石基频脉冲固定不变的条件下, 若附加脉冲波长选择在红外波段, 电子在复合时刻的动能要大于附加脉冲在可见光波段的情况, 并且在红外波段时合成电场的光学振荡频率小于可见光波段时合成电

场的光学振荡频率, 这样导致电离电子的有质动力能变大, 有利于获得展宽的谐波谱, 进而得到短的孤立阿秒脉冲. 利用该方案, 本文采用 12 个钛宝石光学周期的光学脉冲与 1600 nm 的附加脉冲组合, 获得了 78 as 的孤立短脉冲.

- 
- [1] He R 2006 *M. S. Thesis* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [何荣 2006 硕士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [2] Bartels R A, Paul A, Green H, Kapteyn H C, Mumane M M, Backus S, Christov I P, Liu Y, Attwood D, Jacobsen C 2002 *Science* **297** 376
- [3] Goulielmakis E, Schultze M, Hofstetter M, Yakovlev V S, Gagnon J, Uiberacker M, Aquila A L, Gullikson E M, Attwood D T, Kienberger R, Krausz F, Kleineberg U 2008 *Science* **320** 1614
- [4] Sansone G, Benedetti E, Calegari F, Vozzi C, Avaldi L, Flammini R, Poletto L, Villoresi P, Altucci C, Velotta R, Stagira S, Silvestri S D, Nisoli M 2006 *Science* **314** 443
- [5] Pfeifer T, Gallmann L, Abel M J, Neumark D M, Leon S R 2006 *Opt. Lett.* **975** 977
- [6] Lan P F, Takahashi E J, Midorikawa K 2010 *Phys. Rev. A* **82** 053413
- [7] Liu S, Chen G, Chen J G, Zhu Q R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1574 (in Chinese) [刘硕, 陈高, 陈基根, 朱颀人 2009 物理学报 **58** 1574]
- [8] Eberly J H, Su Q, Javanainen J 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 881
- [9] Bellini M, Corsi C, Gambino M C 2001 *Phys. Rev. A* **64** 023411
- [10] Balcou P, L' Huillier A, Escande D 1996 *Phys. Rev. A* **53** 3456
- [11] Corkum P B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1994

# Effects of additional pulse wavelength at different frequencies on attosecond pulse generation in multicycle two-color laser field\*

Meng Jian Chen Gao<sup>†</sup> Liu Sheng-Nan

(College of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

(Received 17 February 2012; revised manuscript received 1 May 2012)

## Abstract

We theoretically investigate the effects of additional pulse wavelength at different frequencies on attosecond pulse generation from the hydrogen atom exposed to multicycle two-color laser field, by numerically solving the one-dimensional time-dependent Schrödinger equation. The results show that when the wavelength of the additional pulse is set to be 1600 nm, the cutoff position of the harmonic spectra is extended dramatically compared with the scenario in the case of 533 nm pulse in visible waveband, accordingly the bandwidth of supercontinuum is widened, finally 78 attosecond pulse is obtained by wavelet transform. In this paper, we explain the effects of additional pulse wavelength in different wavebands on high order harmonic generation for the first time according to the optical oscillation frequency of the synthesized field. Also, such a result is conducive to choosing the appropriate additional pulse frequency in order to obtain the isolated attosecond pulse.

**Keywords:** high harmonic generation, single attosecond pulse, multicycle synthesized pulse

**PACS:** 32.80.Rm, 42.50.Hz, 42.65.Re

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10604021).

<sup>†</sup> E-mail: chengao@cust.edu.cn