

# 电子在线极化相对论强度驻波场中的散射研究\*

田密 张秋菊<sup>†</sup> 白易灵 崔春红

(山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

(2012年3月2日收到; 2012年4月11日收到修改稿)

研究了线极化相对论激光驻波场中的电子运动, 分析了偏振面内入射的电子在激光驻波场中的散射与电子初始位置、能量以及激光强度的关系. 结果表明, 电子在驻波场中的散射情况与电子对激光的相对能量  $\gamma_0/a_0$  密切相关. 对于同样的激光强度, 电子初始能量存在一个能够发生前向或背向散射的临界值. 光强越大, 电子发生前向散射的初始能量临界值越大. 用电子相对能量来衡量, 这个临界值大约在 1.0—1.25 范围内. 当相对能量超过该值, 电子运动会从背向变为前向散射. 电子在驻波场中的振荡中心和有质动力逆转效应的存在也是有条件的, 二者只有电子相对能量  $\gamma_0/a_0$  在一定取值范围内才可能存在. 相对能量越小, 电子能发生前向散射的入射驻波面越小, 而低能电子更倾向于从波节透过. 在偏振面内入射的电子在高强度驻波场中会发生非弹性散射, 电子与场会发生高能量交换.

**关键词:** 电子散射, 相对论强度驻波场, 电子相对能量, 有质动力逆转效应

**PACS:** 34.80.Qb, 41.75.Jv, 42.50.Wk

## 1 引言

电子在激光脉冲作用下的运动过程和加速机理已经被广泛地研究<sup>[1-6]</sup>, 包括附加场(比如一个反向传播的激光场)中电子在有质动力作用下的加速<sup>[7]</sup>. 让两束激光脉冲相向传播, 并且叠加形成驻波, 早期的研究主要集中在非相对论电子与驻波的相互作用过程, 比如 Kapitza-Dirac (K-D) 效应<sup>[8-10]</sup>、有质动力的逆转效应<sup>[11,12]</sup>、激光驻波场中电子的排序和分离等<sup>[13-16]</sup>. 最近, 电子在激光驻波场中的非弹性散射和加速得到了进一步验证<sup>[17]</sup>. 相对论电子在高强度激光驻波场中的运动规律和能量变化与在低强度场中的特点不同, 有必要进一步研究电子在相对论强度驻波场中的运动情况. 本文采用相对论 Lorentz 方程, 讨论了相对论电子从不同方向入射、在激光驻波场中的运动轨迹、能量变化和加速, 分析了偏振面内入射的电子在激光驻波场中的散射与电子初始位置、能量以

及激光强度的关系. 考察了电子在驻波中振荡中心的存在及其与电子相对能量  $\gamma_0/a_0$  的关系, 还研究了初始静止在光轴上电子的运动规律. 结果表明, 电子与驻波作用情况与相对能量密切相关. 对于同样的激光强度, 电子初始能量存在一个能够发生前向或背向散射的临界值. 光强越大, 电子发生前向散射的初始能量临界值越大. 用电子相对能量来衡量, 这个临界值大约在 1.0—1.25 范围内. 当相对能量超过该值, 电子运动会从背向变为前向散射. 初始能量相同的电子, 激光强度越大, 电子能发生前向散射的入射驻波面越小, 而低能电子更倾向于从波节透过. 有质动力逆转效应并不是电子在驻波场内运动的普遍效应, 只有电子相对能量  $\gamma_0/a_0$  在一定取值范围 (1—12) 内才可能存在电子振荡中心, 以及电子振荡中心的变化, 即有质动力逆转效应. 当  $a_0$  很小时, 相对能量  $\gamma_0/a_0$  太大, 电子直接穿过驻波, 不存在振荡中心. 初始静止在光轴上的电子, 在快速振荡的激光场的作用下, 向驻波外排开, 且在波节附近有滞留现象. 在偏振面内入射的电子在

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11104168) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2009AQ009) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: qjzhang@sdnu.edu.cn

高强度的驻波场中会发生非弹性散射, 电子与场会发生高能量交换, 从而实现电子的加速. 这些研究有助于了解激光驻波的有质动力, 对激光俘获和冷却, 强激光辐射固体靶物理研究等许多方面具有一定的参考意义, 并对激光脉冲在等离子体中引起的电子随机加速机理有进一步的认识.

## 2 理论方法

假设两束在  $x$ - $y$  平面聚焦的线极化激光沿  $z$  轴相向传播, 在相遇区域形成驻波, 驻波形式为

$$\mathbf{a} = 2a_0 \exp(-\rho^2/b_0^2) \cos z \cos t \hat{\mathbf{x}}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{a}$  是驻波的矢势, 在  $x$  方向振荡;  $a_0 = 0.85 \times 10^{-9} \sqrt{I} \lambda$  是单束脉冲的矢势幅度, 其中  $I$  是激光强度,  $\lambda$  是激光波长;  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ;  $b_0$  是激光束腰;  $\hat{\mathbf{x}}$  是  $x$  方向的单位矢量. 脉冲是  $x$  方向线极化, 电场在  $x$  轴快速振荡. 以上空间物理量和时间物理量分别用  $k_0^{-1}$  和  $\omega_0^{-1}$  无量纲化,  $k_0$  和  $\omega_0$  分别是激光波数和频率. 驻波的电磁场分布可以由图 1 表示, 在  $z = n\pi$  处, 电场强度最大, 磁场强度为 0, 称为波腹, 而在  $z = (n+1)\pi/2$  处, 磁场强度最大, 电场强度为 0, 称为波节.

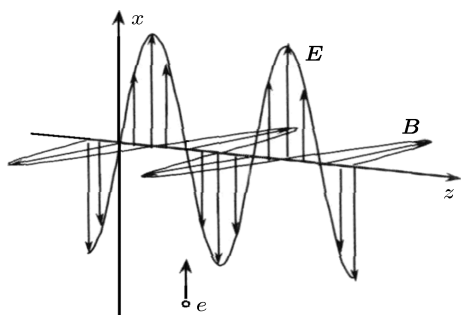


图 1 激光驻波的电磁场分布示意图

电子在电磁场中的运动可以用拉格朗日方程<sup>[18]</sup>和电子的能量方程描述:

$$d_t(\mathbf{p} - \mathbf{a}) = -\nabla_a(\mathbf{u} \cdot \mathbf{a}), \quad (2)$$

$$d_t \gamma = \mathbf{u} \cdot \partial_t \mathbf{a}, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{u}$  是电子的速度,  $\mathbf{p} = \gamma \mathbf{u}$  是电子的能量, 它们分别使用  $c, mc^2/e, mc$  归一化了.  $\gamma = (1 - u^2)^{-1/2}$  是相对论因子, 也是用  $mc^2$  归一化后电子的能量, 方程 (2) 中的  $\nabla_a$  只作用于  $\mathbf{a}$  上.

将 (1) 式代入方程 (2) 和 (3), 得到下面的方程组:

$$\begin{aligned} \gamma d_t u_x &= (1 - u_x^2) \partial_t a + u_y \partial_y a_x \\ &\quad + u_z \partial_z a_x, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\gamma d_t u_y = -u_x \partial_y a - u_x u_y \partial_t a, \quad (5)$$

$$\gamma d_t u_z = -u_x \partial_z a - u_x u_z \partial_t a, \quad (6)$$

$$d_t \gamma = u_x \partial_t a, \quad (7)$$

其中  $u_x, u_y, u_z$  分别是电子在  $x, y, z$  方向上的速度分量. 通过求解上面的方程组, 就可以得到电子的运动轨迹和能量随时间的变化.

## 3 结果与讨论

### 3.1 电子在激光驻波场中的散射分析

电子以平行电场 ( $x$  轴) 的方向在驻波波节处入射,  $y$  轴坐标一直为 0, 电子在  $x$ - $z$  平面上运动,  $x$ - $z$  平面轨迹图足以表示电子真实运动情况.

激光强度超过混沌模式的临界值  $a_0 = 1.978$  时, 电子的弹性散射与混沌模式有关<sup>[19]</sup>. 当激光强度在相对论范围, 但是并不足以激发电子运动的混沌状态时, 电子被驻波散射的情况取决于电子的初始能量. 电子初始能量存在一个发生前向或背向散射的临界值. 激光强度越大, 电子经过驻波发生前向散射的初始能量临界值越大. 图 2 表明当  $a_0 = 1.3$  时, 电子初始能量低的时候, 在到达驻波中心之前就被散射回去, 初始能量高的时候, 能够穿过驻波, 计算给出其初始能量临界值是  $\gamma_0 = 1.6$ . 进一步的计算发现, 当  $a_0 = 1.978$  时, 电子发生前向散射的初始能量临界值是  $\gamma_0 = 2.32$ . 这表明, 电子在波节入射时, 激光强度越大, 电子发生前向散射的初始能量临界值越大. 用电子相对能量来衡量, 这个临界值大约在 1.0—1.25 范围内. 当相对能量超过该值, 电子运动会从背向变为前向散射.

在  $a_0$  足够小、相对能量大时, 电子在驻波任意面入射都能发生前向散射, 穿过驻波.  $a_0$  足够大、相对能量小时, 电子在到达驻波中心之前就发生背向散射, 被驻波反射回去. 而当相对能量取中间区域的值时, 电子从驻波的某些面入射能够穿过驻波, 而从另一些面入射会被驻波散射回去. 以  $b_0 = 5\lambda$ 、电子初始能量

$\gamma_0 = 1.2$  为例, 图 3 分别是  $a_0 = 1.0$  时电子在驻波任意面入射时的背向散射 (图 3(a)) 以及前向散射 (图 3(b)). 充分的计算表明, 能够造成背向散射的入射面大约在  $z_0 = 0 - \pi/6$  (靠近波腹), 而产生前向散射的电子入射面约为  $z_0 = \pi/5 - \pi/2$  (靠近波节).

当  $a_0 = 1.5$  时, 在  $z_0 = 0 - \pi/4$  入射面入射的电子发生背向散射, 在  $z_0 = \pi/3 - \pi/2$  入射面入射的电子发生前向散射, 穿过驻波. 图 4 给出了两种情况下的入射面示意, 随着激光强度的增大, 发生背向散射的电子入射面增大, 前向散射的入射面减小.

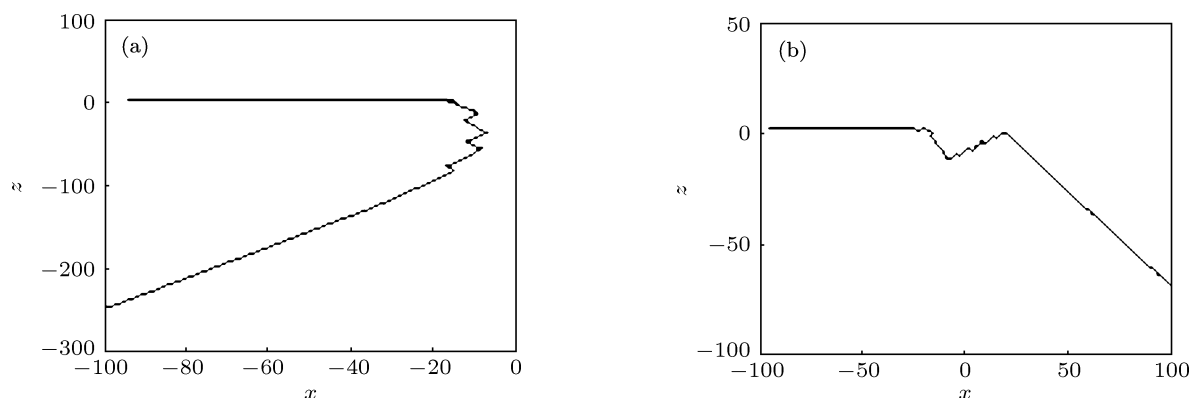


图 2 不同  $\gamma_0$  时的电子在波节入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 1.3, b_0 = 5\lambda, z_0 = \pi/2$  (a)  $\gamma_0 = 1.5$ ; (b)  $\gamma_0 = 1.8$

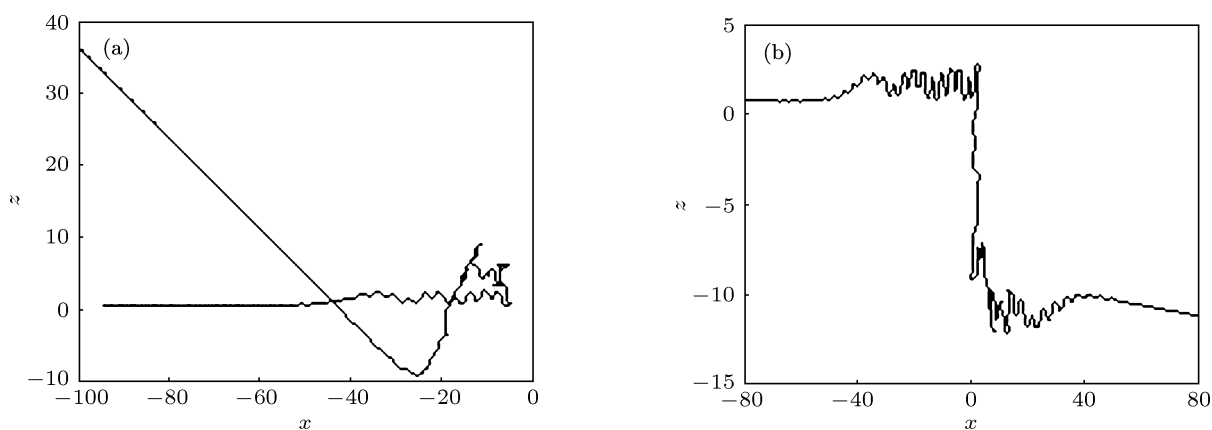


图 3 电子在不同  $z_0$  处入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 1.0, \gamma_0 = 1.2, b_0 = 5\lambda$  (a)  $z_0 = \pi/6$ ; (b)  $z_0 = \pi/5$

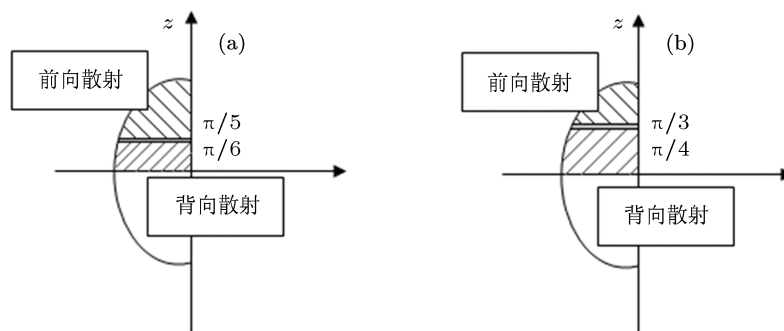


图 4 不同  $a_0$  值时电子发生不同散射的入射面 (a)  $a_0 = 1.0$ ; (b)  $a_0 = 1.5$

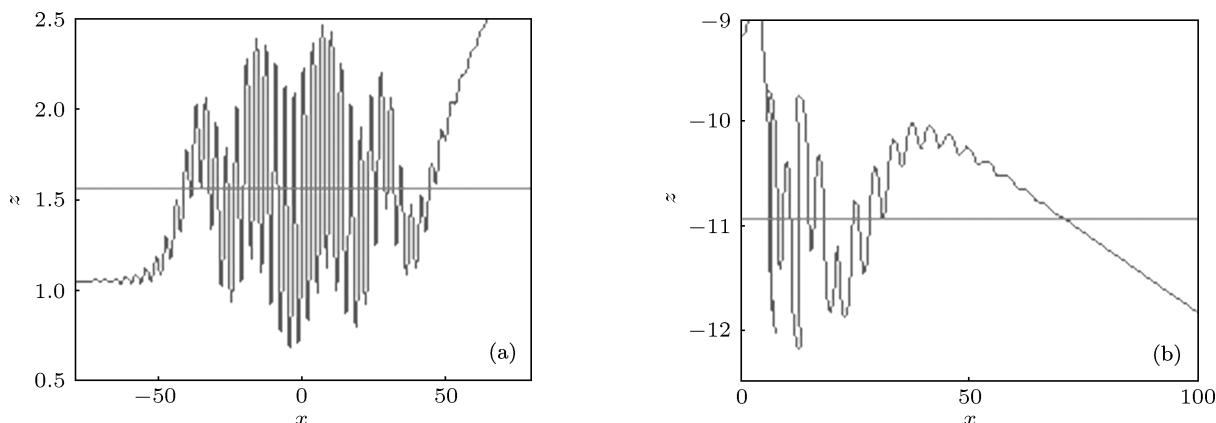


图5 电子在不同  $z_0$  处入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 1.5, \gamma_0 = 1.2, b_0 = 5\lambda$  (a)  $z_0 = \pi/3$ ; (b)  $z_0 = \pi/5$

计算表明, 波节处更容易透过电子, 所以低能电子更倾向于从波节透过, 如图 5 所示. 图 5(a) 表明, 在  $z_0 = \pi/3$  入射的电子从波节  $z = \pi/2$  透过, 图 5(b) 表明, 在  $z_0 = \pi/5$  入射的电子从波节  $z = 7/2\pi$  透过.

### 3.2 电子相对能量对电子与驻波作用的影响

当电子从  $z = \pi/4$  处入射, 图 6 为  $a_0 = 0.2$ , 电子初始能量  $\gamma_0 = 1.2$  时的情况. 电子进入驻波场

后迅速运动到  $z = \pi/2$  附近做有规律的快速振荡, 如图 6(a) 所示, 电子的振荡中心点是  $z = \pi/2$ , 即波节处. 而电子初始能量  $\gamma_0 = 2.0$  时, 振荡稳定中心点是  $z_0 = 0$ , 即波腹处, 如图 6(b) 所示. 计算表明, 该情况下出现振荡中心变化的初始能量临界值是  $\gamma_0 = 1.4$ , 振荡中心的变化可以用有质动力的逆转效应来解释<sup>[11,12]</sup>.

当  $a_0$  很小时, 例如  $a_0 = 0.05$ , 电子缓慢穿过驻波, 电子在穿过驻波场的过程中并没有振荡中心, 如图 7 所示.

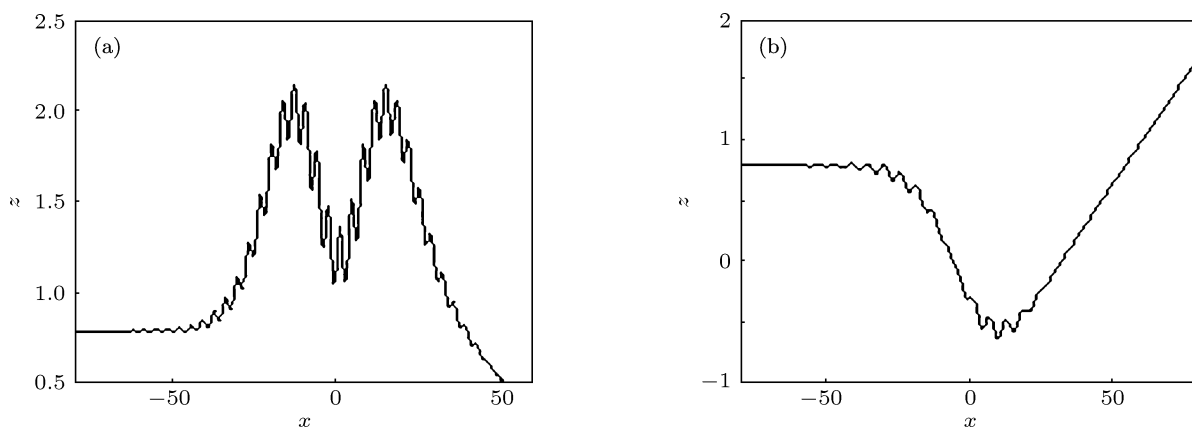


图6 不同  $\gamma_0$  值的电子在  $z_0 = \pi/4$  处入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 0.2, b_0 = 5\lambda$  (a)  $\gamma_0 = 1.2$ ; (b)  $\gamma_0 = 2.0$

当  $a_0$  取值较大时, 在变为后半场混沌之前的前半场运动中, 电子也会有振荡中心出现, 但是只在波腹处稳定振荡, 振荡中心点并不发生逆转, 如图 8 所示. 也就是这个范围内有质动力逆转效应并没有出现.

计算表明, 电子与驻波的作用与电子初始的相

对能量  $\gamma_0/a_0$  密切相关, 只有电子相对能量  $\gamma_0/a_0$  在一定取值范围内才可能存在电子振荡中心和有质动力逆转效应. 如图 9, 在  $z_0 = \pi/4$  处入射的电子, 其初始相对能量相同  $\gamma_0/a_0 = 6$ , 电子在两种情况下都具有振荡中心且在驻波波节  $z = 0$  处. 进一步的计算表明, 相对能量  $\gamma_0/a_0$  大约在 1—12 取值

范围内存在稳定振荡中心,  $\gamma_0/a_0$  太大, 电子迅速穿过驻波中心.

### 3.3 驻波场对初始静止电子的加速

考虑初始静止于驻波光轴上的电子, 波节处没有电场, 只有磁场, 静止在波节处的电子不受外力的作用, 没有运动; 初始静止在波腹处的电子, 迅速在  $x$  方向上向驻波外排开, 并获得一定的能量.

位于驻波其他位置的电子, 在快速振荡的激光场作用下, 沿  $x$  方向向驻波外排开的同时, 在  $z$  方向有漂移, 并获得能量增益, 如图 10 所示. 这一点从单电子的角度对相对传播激光脉冲在等离子体中对等离子体的加速给出了解释. 由于波节处只有

磁场, 电子在排开的运动中, 在波节处观察到了滞留现象.

### 3.4 驻波场对偏振面内入射电子的加速

电子在偏振面内入射的其他情况 (如电子在垂直电场方向有初始动量分量时) 与平行电场入射的情况类似, 电子也可以获得高能增益, 如图 11 所示. 高强度激光场中电子的非弹性散射与混沌模式有关, 电子与紧聚焦短波激光场存在高能交换, 从而使得电子可以获得较大的能量增益. 不过, 由于初始能量由  $x$  方向和  $z$  方向同时提供, 电子倾斜于电场方向入射时穿过驻波的初始能量临界值相对平行于电场入射时比较大.

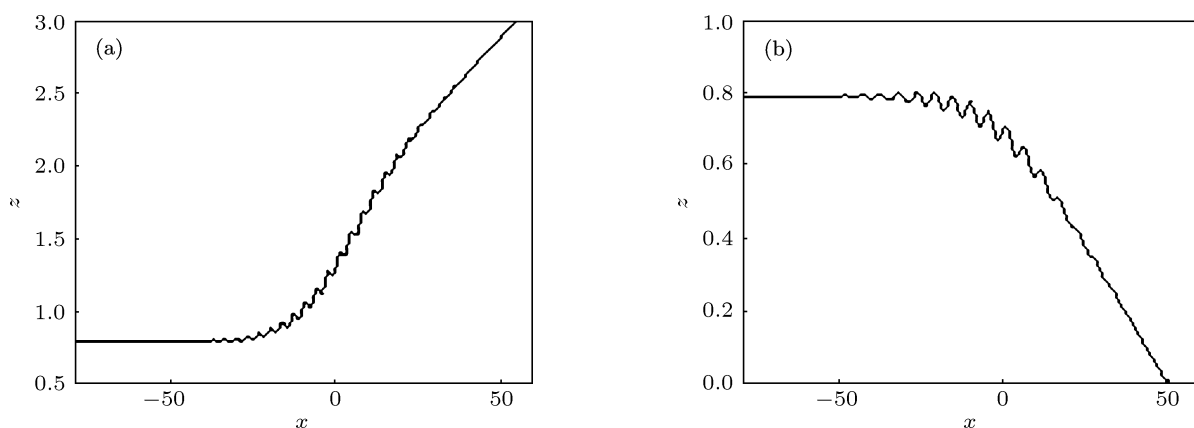


图 7 不同  $\gamma_0$  值的电子在  $z_0 = \pi/4$  处入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 0.05, b_0 = 5\lambda$  (a)  $\gamma_0 = 1.2$ ; (b)  $\gamma_0 = 2.0$

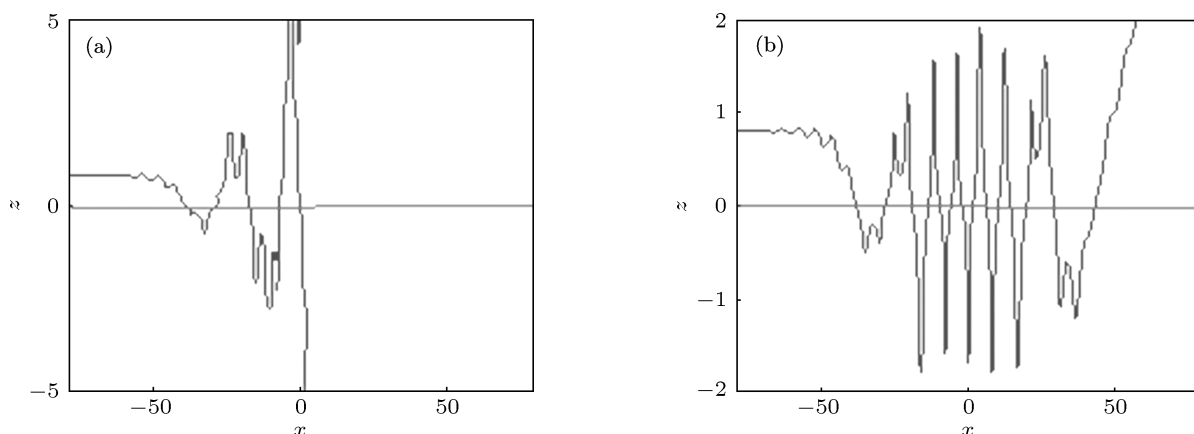


图 8 不同  $\gamma_0$  值的电子在  $z_0 = \pi/4$  处入射的运动轨迹, 其中  $a_0 = 2.0, b_0 = 5\lambda$  (a)  $\gamma_0 = 2.0$ ; (b)  $\gamma_0 = 2.3$

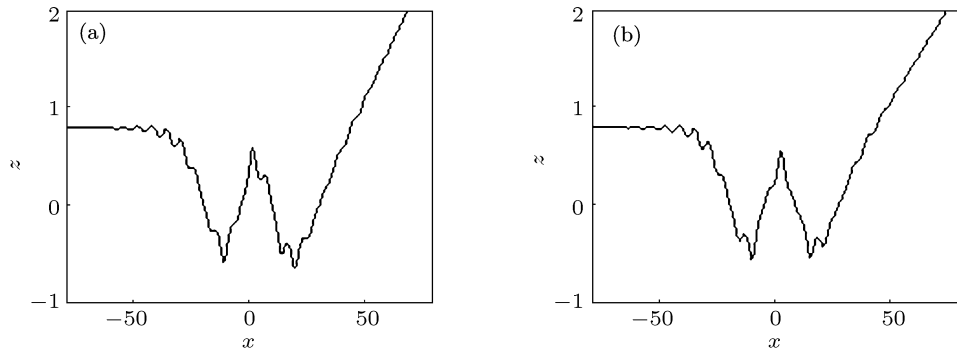


图9 不同  $\gamma_0$  和  $a_0$  值的电子在  $z_0 = \pi/4$  处入射的运动轨迹 (a)  $\gamma_0 = 6.0, a_0 = 1.0$ ; (b)  $\gamma_0 = 18, a_0 = 3.0$

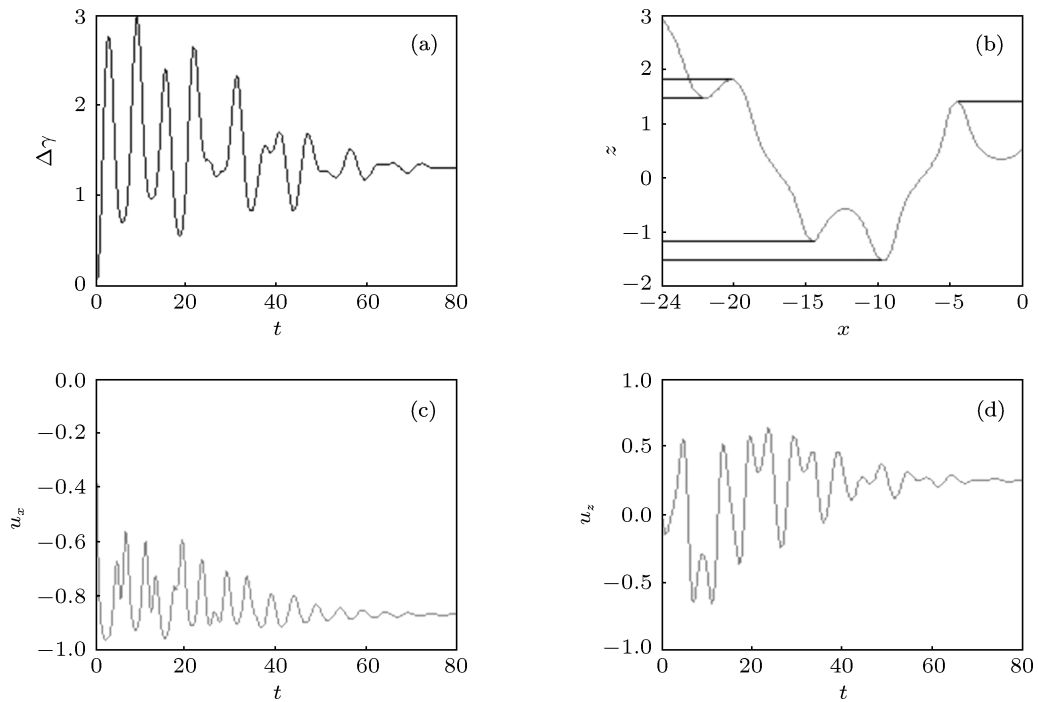


图10 静止在  $x_0 = 0, z_0 = \pi/6$  的电子在驻波场中的 (a) 净能量增益; (b) 运动轨迹; (c)  $x$  方向电子速度; (d)  $z$  方向电子速度变化过程 ( $a_0 = 1.0, b_0 = 5\lambda, \gamma_0 = 1$ )

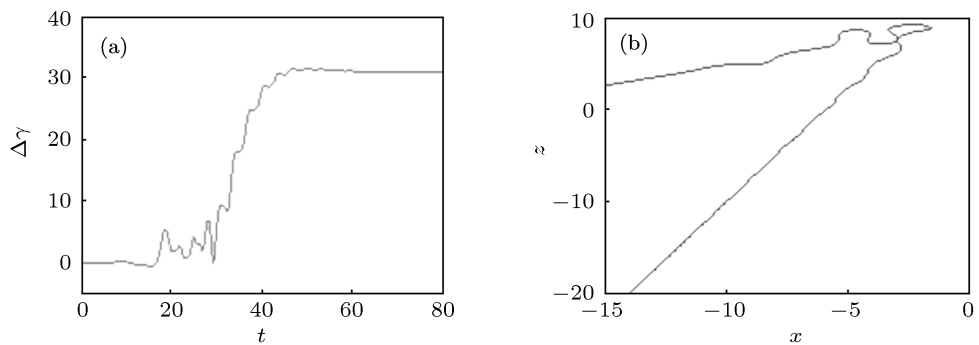


图11 电子在  $z_0 = \pi/4$  处入射的 (a) 净能量增益; (b) 运动轨迹图 ( $a_0 = 10, b_0 = \lambda, \gamma_0 = 5, u_{z0} = 0.3$ )

## 4 结论

本文研究了电子和线极化激光驻波场的相互作用, 采用相对论 Lorentz 方程, 讨论了相对论电子从不同方向入射、在激光驻波场中的运动轨迹、能量变化和加速. 结果表明, 电子与驻波作用情况与相对能量密切相关. 对于同样的激光强度, 电子初始能量存在一个能够发生前向或背向散射的临界值. 光强越大, 电子发生前向散射的初始能量临界值越大. 用电子相对能量来衡量, 这个临界值大约在 1.0—1.25 范围内. 当相对能量超过该值, 电子

运动会从背向变为前向散射. 初始能量相同的电子, 激光强度越大, 电子能发生前向散射的入射驻波面越小, 而低能电子更倾向于从波节透过. 只有电子相对能量  $\gamma_0/a_0$  在一定取值范围 (1—12) 内才可能存在电子振荡中心和有质动力逆转效应. 当  $a_0$  很小时, 相对能量  $\gamma_0/a_0$  太大, 电子直接穿过驻波, 不存在振荡中心, 并在波节附近有滞留现象. 在偏振面内入射的电子在高强度驻波场中会发生非弹性散射, 电子与场会发生能量交换, 从而产生较大的电子能量增益. 电子的初始能量超过激光强度对应临界值时, 运动规律与在弱场作用下相类似.

- [1] Hartemann F V, Fochs S N, Le Sage G P, Luhmann Jr N C, Woodworth J G, Perry M D, Chen Y J, Kerman A K 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4833
- [2] Yu W, Yu M Y, Ma J X, Sheng Z M, Zhang J, Daido H, Liu S B, Xu Z Z, Li R X 2000 *Phys. Rev. E* **61** R2220
- [3] He F, Yu W, Lu P X, Xu H, Qian L J, Shen B F, Yuan X, Li R X, Xu Z Z 2003 *Phys. Rev. E* **68** 046407
- [4] Dudnikova G I, Bychenkov V Y, Maksimchuk A, Mourou G, Nees J, Bochkarev S G, Vshivkov V A 2003 *Phys. Rev. E* **67** 026416
- [5] He F, Yu W, Lu P X, Yuan X, Liu J R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 165 (in Chinese) [何峰, 余玮, 陆培祥, 袁孝, 刘晶儒 2004 物理学报 **53** 165]
- [6] Zhao Z G, Lü B D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1798 (in Chinese) [赵志国, 吕百达 2006 物理学报 **55** 1798]
- [7] Sheng Z M, Mima K, Sentoku Y, Jovanovic M S, Taguchi T, Zhang J, Meyer-ter-Vehn J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 055004
- [8] Kapitza P L, Dirac P A M 1933 *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **29** 297
- [9] Bucksbaum P H, Schumacher D W, Bashkansky M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 1182
- [10] Li X F, Zhang J T, Xu Z Z, Fu P M, Guo D S, Freeman R R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 233603
- [11] Pokrovsky A L, Kaplan A E 2005 *Phys. Rev. A* **72** 043401
- [12] Pokrovsky A L, Kaplan A E 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 053601
- [13] Macdonald M P, Spalding G C, Dholakia K 2003 *Nature* **426** 421
- [14] Ladavac K, Kasza K, Grier D G 2004 *Phys. Rev. E* **70** 010901
- [15] Paterson L, Papagiakoumou E, Millne G, Garcés-Chávez V, Tatarkova S A, Sibbett W, Gunn-Moore F J, Bryant P E, Riches A C, Dholakia K 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 123901
- [16] Sun Y Y, Yuan X C, Ong L S, Bu J, Zhu S W, Liu R 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 031107
- [17] Kaplan A E, Pokrovsky A L 2009 *Opt. Express* **17** 006194
- [18] Gibbon P 1997 *IEEE J. Quantum Electron* **33** 1915
- [19] Zhang Q J, Yu W, Luan S X, Ma G J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 013403

# Scattering of electrons in linearly polarized high-intensity laser standing waves\*

Tian Mi Zhang Qiu-Ju<sup>†</sup> Bai Yi-Ling Cui Chun-Hong

(College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

(Received 2 March 2012; revised manuscript received 11 April 2012)

## Abstract

We investigate the motion of electrons in linear polarization relativistic laser standing wave field. The dependences of scattering electron incident in laser polarization plane on the electron initial position, energy and the laser intensity are analyzed. The results indicate that the interaction between electron scattering and standing wave has a close relationship with the electron relative energy  $\gamma_0/a_0$ . The initial energy of electron has a critical value by which the forward and backward scattering can be distinguished from each other. The critical energy needed for electron forward scattering increases by the laser intensity. Measured by electronic relative energy, the critical value is in a about 1.0–1.25 range. For the same initial energy, the extent of electron incident plane leading to the forward scattering reduces when the laser intensity becomes higher. Moreover, electrons with low energy easily tend to pass through the standing wave from node planes. Electron oscillation-center and ponderomotive force reversal effect exist merely when the electron relative energy is in a certain range. The electron initially rest on optical axis. The inelastic scattering in which the energy can be exchanged between the electron and the field is also discussed.

**Keywords:** electron scattering, the relativistic laser standing wave, electron relative energy, ponderomotive force reversal effect

**PACS:** 34.80.Qb, 41.75.Jv, 42.50.Wk

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11104168) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2009AQ009).

<sup>†</sup> E-mail: qjzhang@sdu.edu.cn